Espaço pra imagem da câmera na live

Utilize coordenadas polares para determinar os limites (Dica: note que se (r,θ) são as coordenadas polares do ponto (x,y), $x=r\cos(\theta)$ $y=r\,\mathrm{sen}(\theta)$, $r\geq 0$, $\theta\in[0,2\pi)$, então $r\to 0+$ quando $(x,y) \to (0,0)$, pois $x^2+y^2=r^2$):

a)lim(x,y)→(0,0) x3+y3x2+y2

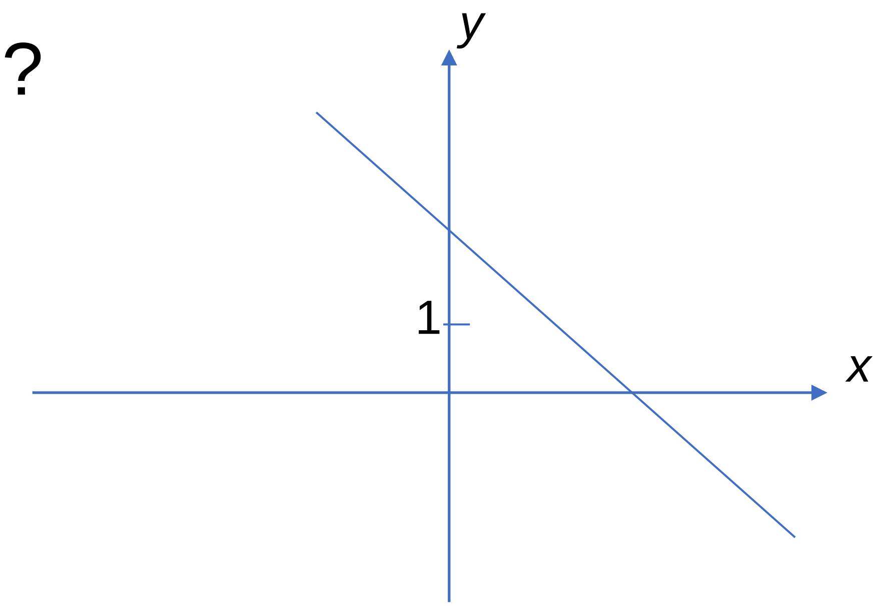
$\mathrm{Lim}_{r\to 0}$ $r^3\cos^3(\theta)+r^3\mathrm{sen}^3(\theta)r^2\cos^2(\theta)+r^2\mathrm{sen}^2(\theta) = 0$

Espaço pra imagem da câmera na live

$f(x, y) = x+y$

Para quais valores de x e y temos $f(x, y) = 2$?

$x+y = 2 \Rightarrow y = 2 - x$



Espaço pra imagem da câmera na live

Calcule o limite de $f(x) = xy/(x^2 + y^2)$ em $(0, 0)$ vindo da direção $(1, m)$, $\lim_{x \to 0} f(x, mx)$.

$\lim_{x,\, y \,\to\, 0} x\, mx\, /(x^2 + m^2 x^2) = mx^2 /(1 + m^2)x^2$

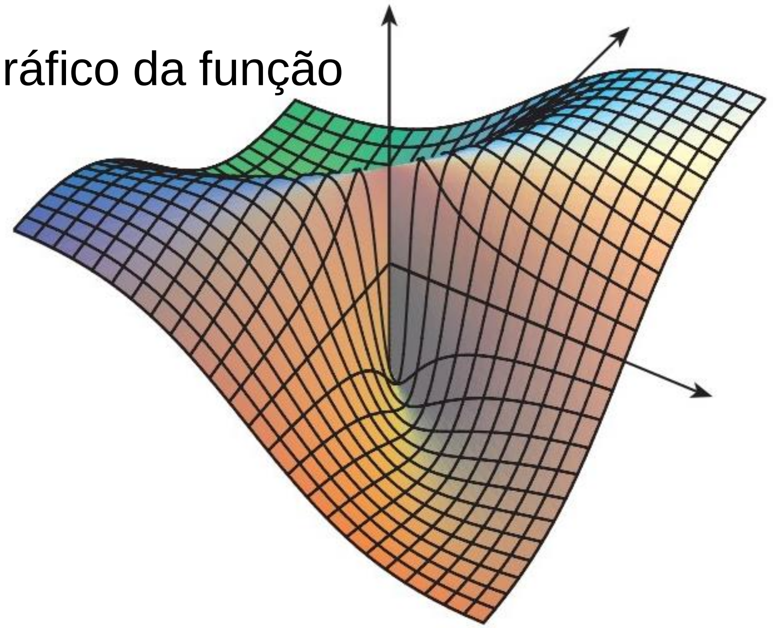
$= m /(1 + m^2)$

Depende de m

Espaço pra imagem da câmera na live

Calcule o limite de $f(x) = xy/(x^2 + y^2)$ em (0, 0) vindo da direção (1, m), $\lim_{x \to 0} f(x, mx)$.

Gráfico da função



$$\lim_{x,\, y \to 0} x\, mx\, /(x^2 + m^2 x^2) = mx^2\, /(1 + m^2)x^2$$
$$= m\, /(1 + m^2)$$

Depende de m

O limite não existe!

Espaço pra imagem da câmera na live

Se $f(x, y) = \text{sen}(x/(1+y))$, calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{1+y} \cdot \text{Cos}\left(\frac{x}{1+y}\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{0 * (1+y) \quad - x(1)}{(1+y)^2} \cdot \text{Cos}\left(\frac{x}{1+y}\right) = \frac{-x}{(1+y)^2} \cdot \text{Cos}\left(\frac{x}{1+y}\right)$$

Espaço pra imagem da câmera na live

Se $f(x, y) = \text{sen}(x/(1+y))$, calcule $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \cos(x/(1+y)) \cdot 1/(1+y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -\cos(x/(1+y)) \cdot x/(1+y)^2$$

Espaço pra imagem da câmera na live

Exemplo: Calcule f_{xxyz} se $f(x, y, z) = \text{sen}(3x + yz)$.

Uma vez em x: $3 \cdot \text{Cos}\ (3x + yz)$.

Segunda vez em x: $3 \cdot 3 \cdot (-\text{sen}\ (3x + yz)) = -9\ \text{sen}\ (3x + yz)$

Em y: $-9\ z\ \text{Cos}\ (3x + yz)$

Em z: $-9\ \text{Cos}\ (3x + yz) + -9\ z\ y \cdot (-\text{sen}\ (3x + yz))$

$= -9\ \text{Cos}\ (3x + yz) + 9\ z\ y \cdot \text{sen}\ (3x + yz) = f_{xxyz}$

Espaço pra imagem da câmera na live

Exemplo: Calcule f_{xxyz} se $f(x, y, z) = \text{sen}(3x + yz)$.

$$f_{xxyz} = -9\cos(3x + yz) + 9yz\,\text{sen}(3x + yz)$$

Espaço pra imagem da câmera na live

Determine o plano tangente ao paraboloide elíptico

$z = 2x^2 + y^2$

no ponto $(1, 1, f(1, 1)) = (1, 1, 3)$

Espaço pra imagem da câmera na live

Determine o plano tangente ao paraboloide elíptico

$z = 2x^2 + y^2$

Lembrete: plano tangente à superfície $z = f(x, y)$ no ponto $P(x_0, y_0, z_0)$:

$$z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

no ponto $(1, 1, f(1, 1)) = (1, 1, 3) \Rightarrow x_0 = 1, y_0 = 1, z_0 = 3$

$f_x = 4x \Rightarrow f_x(x_0, y_0) = f_x(1, 1) = 4$

$f_y = 2y \Rightarrow f_y(x_0, y_0) = f_y(1, 1) = 2$

Equação do plano: $z - 3 = 4(x - 1) + 2(y - 1)$

ou $z = 4(x - 1) + 2(y - 1) + 3 = 4x + 2y - 3$

Espaço pra imagem da câmera na live

Determine o plano tangente ao paraboloide elíptico

$z = 2x^2 + y^2$

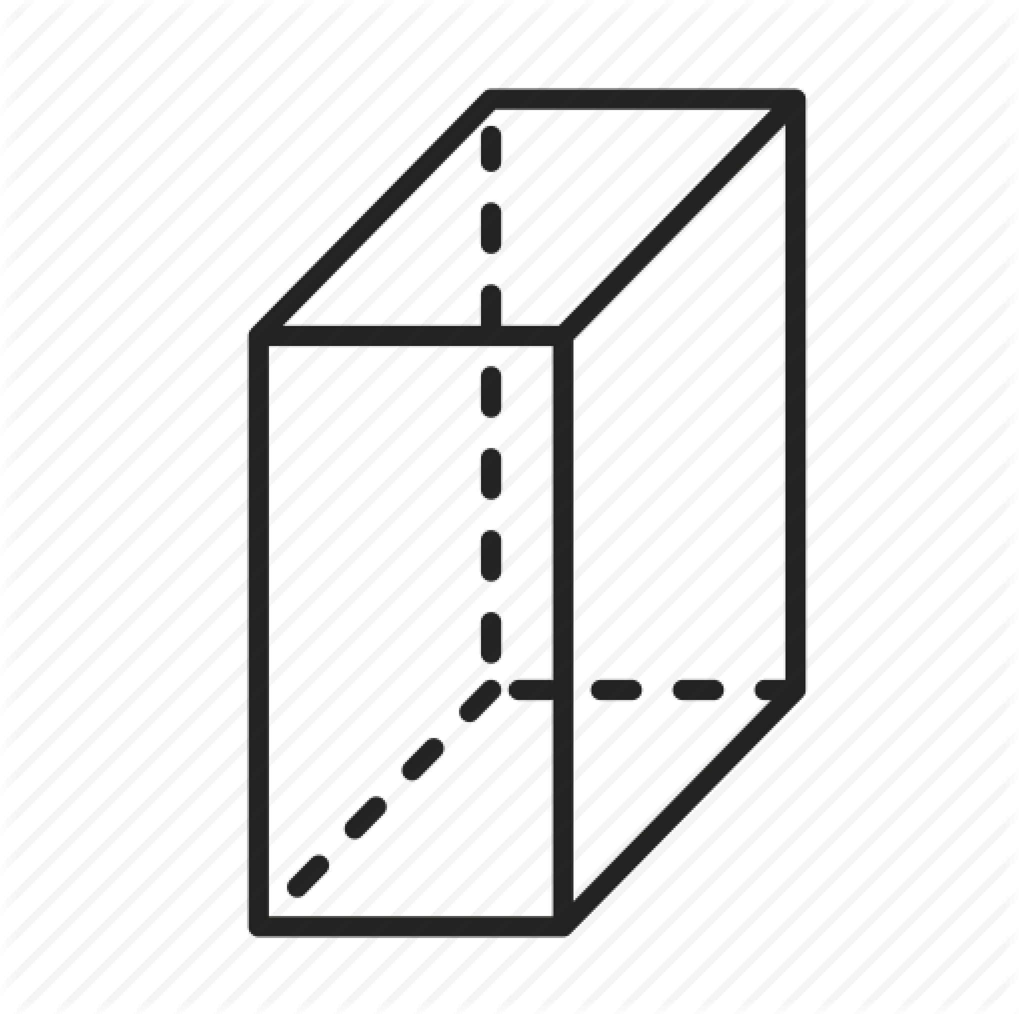
no ponto $(1, 1, f(1, 1)) = (1, 1, 3)$

$z - 3 = 4(x - 1) + 2(y - 1)$

ou $z = 4x + 2y - 3$

Espaço pra imagem da câmera na live

Se medimos as dimensões de uma caixa retangular como
$x = 75$ cm, $y = 60$ cm e $z = 40$ cm,
cada um com erro máximo de 0.2 cm,
qual o erro máximo cometido no cálculo do volume da caixa?



Espaço pra imagem da câmera na live

x = 75 cm, y = 60 cm e z = 40 cm,
$\delta x = \delta y = \delta z$ = de 0.2 cm,
δV = ?

Lembrete:

$$\delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\delta z$$

é o erro máximo que pode resultar dos erros em x, y e z.

V = xyz

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial z} = xy,\ \frac{\partial V}{\partial y} = xz,\ \frac{\partial V}{\partial x} = yz$$

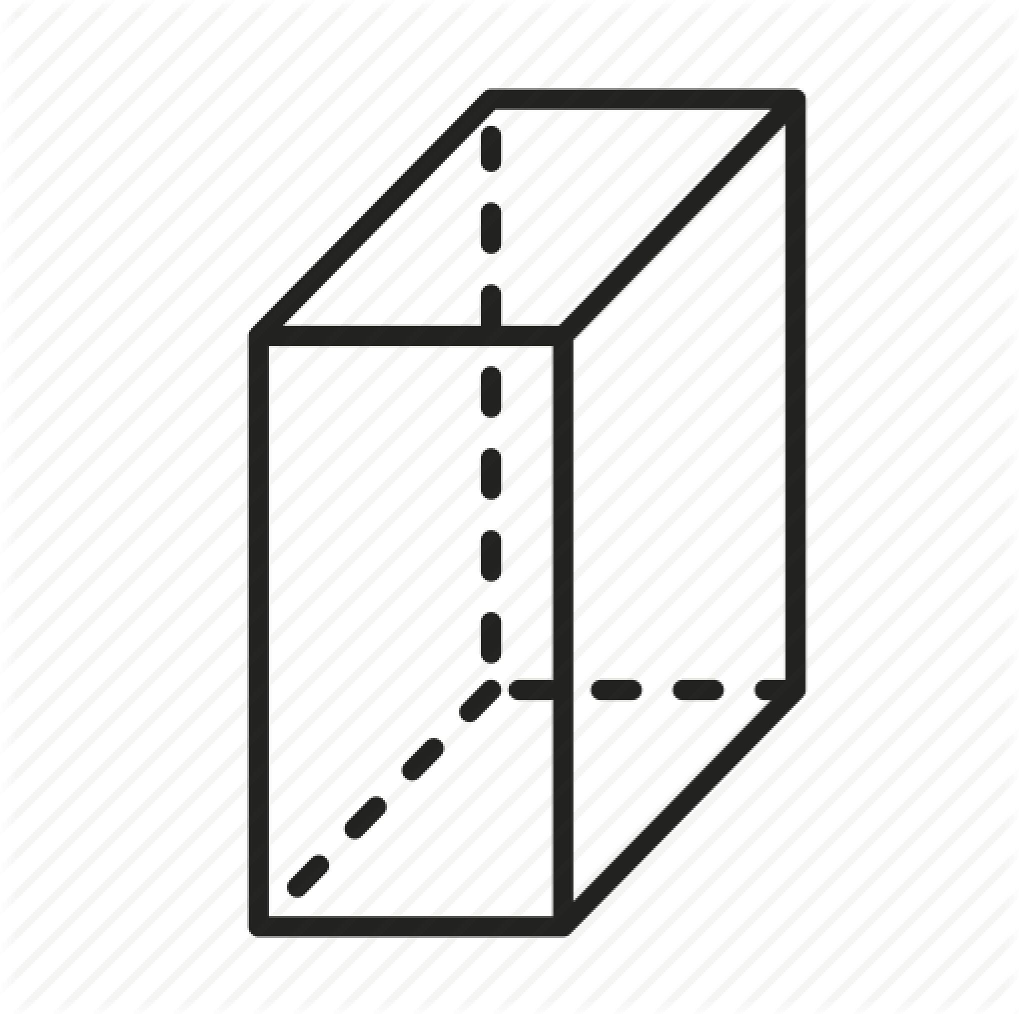
$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial x}\,\delta x + \frac{\partial V}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial V}{\partial z}\,\delta z = yz\,\delta x + xz\,\delta y + xy\,\delta z$$

$$= 60\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 0.2\text{ cm} + 75\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 0.2\text{ cm} + 75\text{ cm} \cdot 60\text{ cm} \cdot 0.2\text{ cm}$$

Espaço pra imagem da câmera na live

Se medimos as dimensões de uma caixa retangular como
$x = 75$ cm, $y = 60$ cm e $z = 40$ cm,
cada um com erro máximo de 0.2 cm, qual o erro máximo cometido no cálculo do volume da caixa?

$\delta V = 1980 \text{ cm}^3$,
da ordem de 1 %



Espaço pra imagem da câmera na live

se $z = e^x \operatorname{sen} y$,

onde $x = st^2$ e $y = s^2t$,

determine $\frac{\partial z}{\partial s}$ e $\frac{\partial z}{\partial t}$.

Espaço pra imagem da câmera na live

se $z = e^x \operatorname{sen} y$,
onde $x = st^2$ e $y = s^2 t$,
determine $\frac{\partial z}{\partial s}$ e $\frac{\partial z}{\partial t}$.

Lembrete: Regra da cadeia para uma função de duas funções de duas variáveis

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{ds} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{ds} \quad \text{e} \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{dt}$$

$$\frac{\partial x}{ds} = t^2,\ \frac{\partial x}{dt} = 2st,\ \frac{\partial y}{ds} = 2st,\ \frac{\partial y}{dt} = s^2,\ \frac{\partial z}{\partial x} = e^x \operatorname{sen} y = e^{st\wedge 2} \operatorname{sen}(s^2 t),$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = e^x \cos y = e^{st\wedge 2} \cos(s^2 t)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = e^{st\wedge 2} \operatorname{sen}(s^2 t) \cdot t^2 + e^{st\wedge 2} \cos(s^2 t) \cdot 2st,\ \frac{\partial z}{\partial t} = e^{st\wedge 2} \operatorname{sen}(s^2 t) \cdot 2st + e^{st\wedge 2} \cos(s^2 t) \cdot s^2$$

Espaço pra imagem da câmera na live

se $z = e^x \operatorname{sen} y$,

onde $x = st^2$ e $y = s^2 t$,

determine $\dfrac{\partial z}{\partial s}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial t}$.

$$\frac{\partial z}{\partial s} = t^2 e^{st^{\wedge}2} \operatorname{sen}(s^2 t) + 2ste^{st^{\wedge}2} \cos(s^2 t)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 2ste^{st^{\wedge}2} \operatorname{sen}(s^2 t) + s^2 e^{st^{\wedge}2} \cos(s^2 t)$$

Espaço pra imagem da câmera na live

Se $f(x, y, z) = x \operatorname{sen} yz$,

(a) determine o gradiente de f e

(b) determine a derivada direcional de f no ponto $(1, 3, 0)$ na direção de $\mathbf{v} = (1, 2,-1)$.

Espaço pra imagem da câmera na live

Se $f(x, y, z) = x$ sen yz,

(a) determine o gradiente de f e

(b) determine a derivada direcional de f no ponto (1, 3, 0) na direção de $\mathbf{v} = (1, 2,-1)$.

Lembrete: gradiente de f:

$\nabla f = (f_x, f_y(, f_z))$

derivada direcional na direção do vetor unitário **u**:

$D_{\mathbf{u}}f = \nabla f \cdot \mathbf{u}$

Espaço pra imagem da câmera na live

Se $f(x, y, z) = x \text{ sen } yz$,

(a) determine o gradiente de f e

(b) determine a derivada direcional de f no ponto (1, 3, 0) na direção de $\mathbf{v} = (1, 2, -1)$.

(a) $\nabla f = (f_x, f_y, f_z) = (\text{sen } yz, xz \cos yz, xy \cos yz)$

(b) vetor unitário na direção de $\mathbf{v}$: $\mathbf{u} = \mathbf{v}/|\mathbf{v}| = (1, 2, -1)/\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}$

$= (1/\sqrt{6}, 2/\sqrt{6}, -1/\sqrt{6})$

$D_{\mathbf{u}} = \nabla f(1, 3, 0) \cdot (1/\sqrt{6}, 2/\sqrt{6}, -1/\sqrt{6}) = (0, 0, 3) \cdot (1/\sqrt{6}, 2/\sqrt{6}, -1/\sqrt{6})$

$= 0 \cdot 1/\sqrt{6} + (-1) \cdot 0/\sqrt{6} + 3 \cdot (-1/\sqrt{6}) = -3/\sqrt{6} = -\sqrt{(3/2)}$

Espaço pra imagem da câmera na live

Se $f(x, y, z) = x \text{ sen } yz$,

(a) determine o gradiente de f e

(b) determine a derivada direcional de f no ponto (1, 3, 0) na direção de $\mathbf{v} = (1, 2, -1)$.

(a) $\nabla f(x, y, z) = (\text{sen } yz,\ xz \cos yz,\ xy \cos yz)$

(b) $D_{(1,\ 2,-1)/\sqrt{6}}\, f(1, 3, 0) = -\sqrt{(3/2)}$