



# Fenômenos Mecânicos



## Experimento 3

### Femec

Prof. Diogo B. Almeida

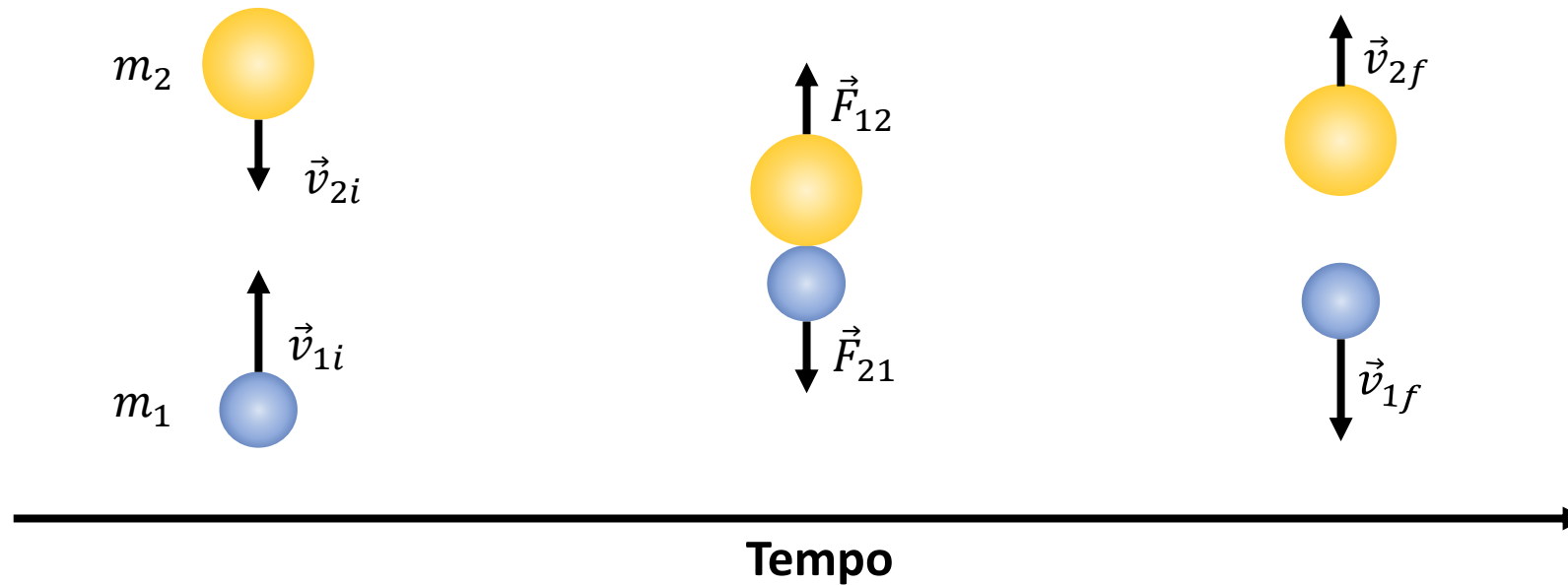
diogo.almeida@ufabc.edu.br

Sala 224, bloco delta, SBC

16/10/2023

# Colisão (em 1D)

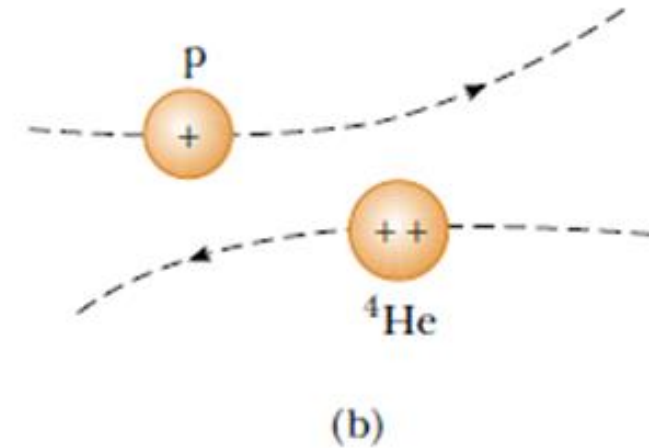
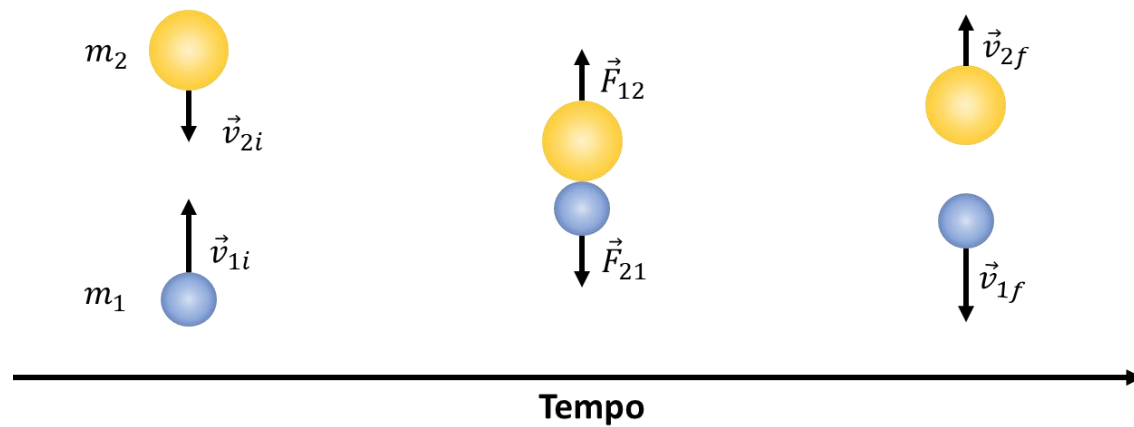
- Nas aulas anteriores estudamos sistema de difícil resolução usando as leis de Newton.
- Usamos o conceito de energia mecânica e sua conservação para estudar sistemas ao longo do tempo.
- Vamos agora explorar situações nas quais é necessário analisar a interação entre partículas (momento onde há troca de energia – ação de forças -entre elas).
- Vamos analisar uma **colisão**: um evento no qual duas (ou mais) partículas se aproximam e interagem através de forças.



# Colisão

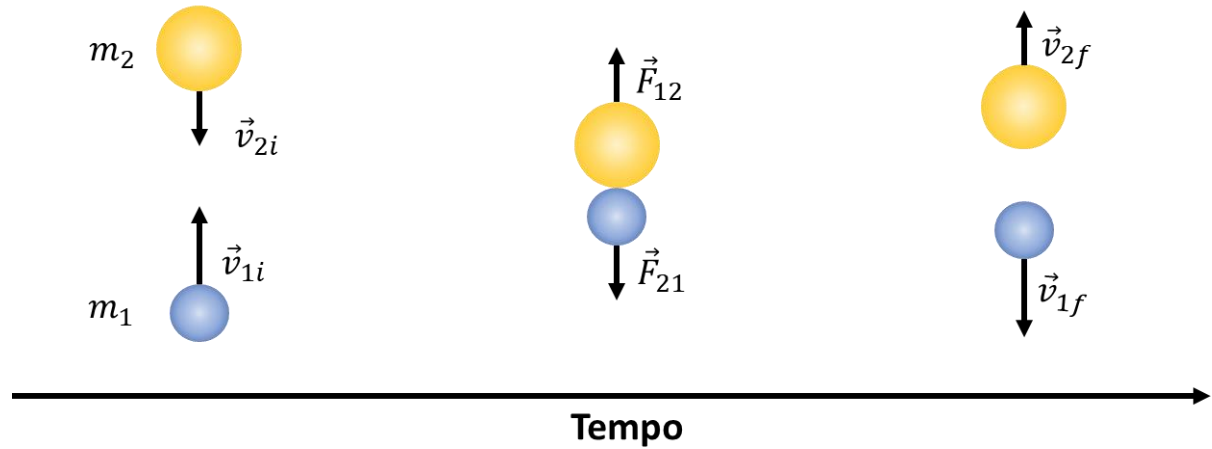
**Colisão:** evento no qual duas (ou mais) partículas se aproximam e interagem através de forças.

- Intervalo de tempo da interação é pequeno ( $10^{-3}$  s,  $10^{-4}$  s).
- Forças da interação entre as partículas são muito maiores que as forças externas (aproximação do impulso)
- Forças envolvidas podem ser de contato ou de campo (não precisa haver contato entre os objetos).
- As velocidades das partículas mudam, podendo haver conservação da energia cinética total (colisão elástica) ou não (colisão inelástica)



# Momento Linear

**Situação:** sistema isolado de duas partículas em movimento retilíneo uniforme. Elas estão indo uma em direção à outra, e vamos avaliar o momento em que elas colidem.



Pela 3ª lei de Newton:  $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$

Usando a 2ª lei de Newton:  $m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = 0$

Assumindo massas constantes:

$$m_1 \frac{d}{dt} \vec{v}_1 + m_2 \frac{d}{dt} \vec{v}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt} (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{Constante}$$

No decorrer da colisão, a resultante da soma dos produtos da velocidade e da massa de cada elemento é constante. Chamamos essa quantidade de **momento linear**:  $\vec{p} \equiv m \vec{v}$

Vetor, com a mesma direção do vetor velocidade.

# Momento Linear

O **momento linear** é uma quantidade **vetorial**. Com a **mesma direção** do **vetor velocidade** da partícula:

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_x = m v_x \\ p_y = m v_y \\ p_z = m v_z \end{array} \right.$$

$$\sum \vec{p}_{total} = \text{constante}$$

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

Momento linear **total** é conservado em sistemas fechados

Unidade no SI:  $[p] = kg \ m/s$

A 2ª lei de Newton pode ser reescrita de uma maneira mais geral usando o momento linear: **a taxa de variação temporal do momento de uma partícula é igual à força resultante agindo sobre ela.**

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} \vec{p} \quad \longrightarrow \quad \sum \vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) = m \frac{d}{dt} \vec{v} = m\vec{a}$$

Caso especial: variação da massa em função do tempo (Ex: foguete expulsando combustível)

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v})$$



$$\sum \vec{F} = m \frac{d}{dt} \vec{v} + \vec{v} \frac{d}{dt} m$$

# Tipos de colisão: Colisões Inelásticas

**Colisões inelásticas:** O momento linear total se conserva; energia cinética não se conserva.

**Colisões perfeitamente inelásticas:** Após a colisão os dois corpos se unem, formando um só corpo (maior). O momento linear total se conserva; energia cinética não se conserva.

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

$$\vec{v}_f = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

# Tipos de Colisões: Colisão Elástica

- **Colisões elásticas:** Os corpos se comportam como uma mola ideal (toda energia recebida é liberada na forma de trabalho).
- Assim numa colisão elástica, o **momento linear** total e a **energia cinética** se **conservam**.
- Geralmente sabemos as condições iniciais do problema e queremos calcular o resultado final, vamos achar uma relação entre as velocidades finais e iniciais dos corpos, usando as leis de conservação.

Conservação do momento:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

Conservação da energia cinética:

$$K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

Por simplicidade faremos o exemplo em 1D

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})$$

$$m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

# Colisões Elásticas

Conservação da energia cinética:

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

Dividindo as equações resultantes:

$$\frac{m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f})}{m_1(v_{1i} - v_{1f})} = \frac{m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})}{m_2(v_{2f} - v_{2i})}$$

Conservação do momento linear:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

$$(v_{1i} - v_{2i}) = -(v_{1f} - v_{2f})$$

$\times m_2$

$$m_2v_{1i} - m_2v_{2i} = -m_2v_{1f} + m_2v_{2f}$$



# Colisões Elásticas

Subtrair a equação da relação de conservação do momento linear:

$$\begin{array}{r} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ - \\ m_2 v_{1i} - m_2 v_{2i} = -m_2 v_{1f} + m_2 v_{2f} \end{array}$$

---

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} - (m_2 v_{1i} - m_2 v_{2i}) = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} - (-m_2 v_{1f} + m_2 v_{2f})$$

$$(m_1 - m_2)v_{1i} + 2m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2)v_{1f}$$

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_{1i} + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} v_{2i}$$

Repetindo o processo, agora com  $m_1$ :

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_{1i} + \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} v_{2i}$$

# Colisões Elásticas

**Caso especial:** velocidade inicial de uma das partículas é nula. Se a velocidade inicial do corpo 2 é nula:

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_{1i}$$

No caso estudado em nossas aulas experimentais, as massas dos dois corpos são aproximadamente as mesmas. Sendo assim:

$$m_1 = m_2$$
$$v_{1f} = 0$$
$$v_{2f} = \frac{2m}{(m + m)} v_{1i} = v_{1i}$$

# Modelo teórico para nossos experimentos

Conservação de momento linear:  $\vec{p}_i = \vec{p}_f$    $m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$

**Colisão Elástica:** momento linear e a energia cinética total se conservam.

Caso especial: alvo em repouso e massa do projétil e do alvo são semelhantes.

$$m_1 = m_2 \qquad v_{1f} = 0$$

$$v_{2f} = \frac{2m}{(m+m)} v_{1i} = v_{1i}$$

**Colisão perfeitamente inelástica:** momento linear se conserva. As duas massas ficam unidas após a colisão

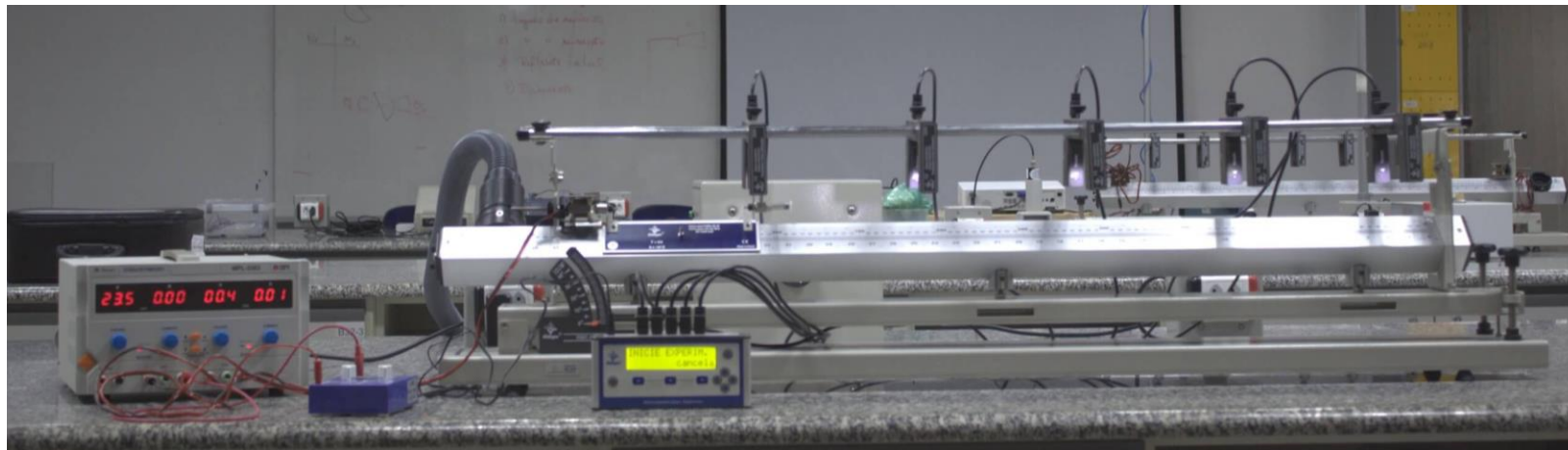
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_f$$

$$\vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

# Cuidados a serem tomados!

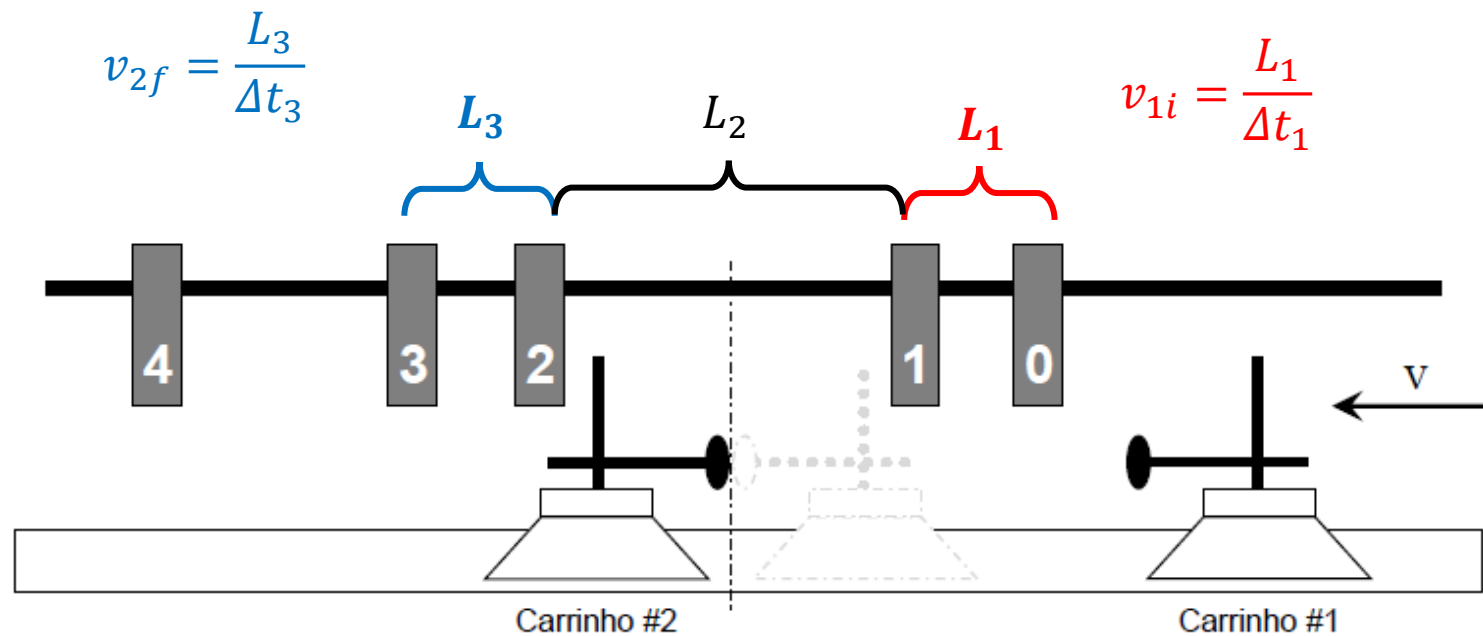
- Para não produzir arranhões na superfície do trilho de ar, nunca movimente os carrinhos sobre o mesmo sem que o gerador de fluxo de ar esteja funcionando.
- Verifique se a pista e a parte inferior do carrinho se encontram bem limpas; caso contrário, limpe-as com um pano úmido.
- Sempre ligue o fluxo de ar na potência mínima e vá aumentando o fluxo aos poucos.
- Tenha cuidado com o equipamento. Uma queda ou choque de alguns centímetros pode inutilizar o carrinho por completo.

## Trilho de ar



# Experimento 3: Colisões elástica e inelástica

- Mesmo conjunto experimental do experimento 1.
- Adicionamos um segundo carrinho para ocorrer a colisão.
- Vamos calcular o momento linear do sistema antes e depois das colisões para testar a conservação de momento linear.
- Só iremos utilizar 4 detectores (2 para a velocidade de cada carrinho)



# Procedimento experimental

- Medir 3 vezes as distâncias entre os fotodetectores usando uma régua:
  - Medida 1: distância centro a centro de cada módulo;
  - Medida 2: distância entre seus extremos mais distantes;
  - Medida 3: distância entre seus extremos mais próximos.
- Monte os carrinhos com o acessório para colisões elásticas (molas).
- Meça a massa dos carrinhos com peso (tarugo de metal) acoplado, cuidado para saber qual massa pertence ao carrinho projétil e ao carrinho alvo..
- Posicione o carrinho 1 (projétil) no início do trilho, preso ao eletroímã, e o carrinho 2 (alvo), pouco antes do terceiro sensor, em repouso.
- Acione a chave inversora para liberar o carrinho 1 e anote os tempos relativos aos intervalos entre os sensores 0 e 1 e entre os sensores 2 e 3.
- Volte o carrinho para a sua posição inicial, zere o cronômetro e repita o passo anterior mais duas vezes, obtendo as Medidas 2 e 3.
- Monte os carrinhos com o acessório para colisões inelásticas (velcro).
- Repita a mesmo processo, agora para o sistema de colisão completamente inelástica.