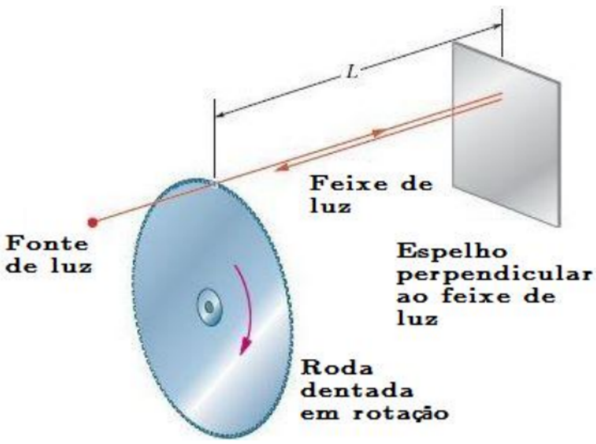
BCJ0204 - 2016.1
Lista de Exercícios 7

1. Um dos primeiros métodos para se medir a velocidade da luz utilizava a rotação de uma roda dentada com velocidade angular constante. Um feixe de luz passava através de um dente na borda externa da roda, atingindo um espelho distante, que o refletia de volta de forma a passar exatamente pelo próximo dente. Essa roda possui 500 dentes em sua borda. Medidas realizadas com o espelho, colocado à uma distância $L = 500$ m da roda, indicaram que a velocidade angular mínima necessária para que a luz consiga passar pelo segundo dente é $3,8 \times 10^3$ rad/s.



   (a) Usando os dados acima calcule a velocidade da luz.

   (b) Dado que o momento de inércia da roda dentada é $1,25 \times 10^{-3}$ kg.m^2, calcule sua energia cinética.

2. Um motociclista salta de uma rampa com inclinação $\theta_1 = 45°$ com velocidade v. Enquanto se encontra no ar ele realiza um movimento de rotação em torno do centro de massa do sistema (motociclista + moto) com velocidade angular $\omega = 2$ rad/s no sentido anti-horário (ver figura).

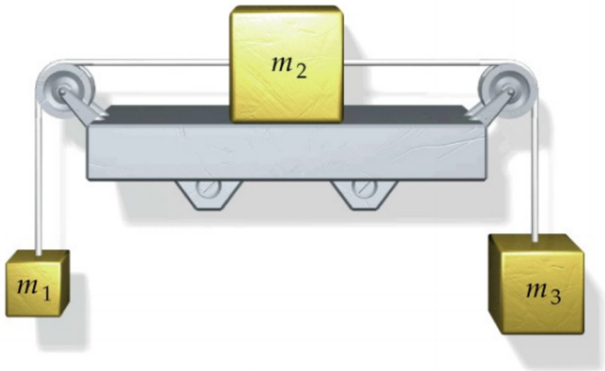
(a) Qual o torque exercido pela força peso enquanto o motociclista está no ar?

(b) Calcule o valor mínimo de v para que ele atinja a rampa final com a angulação correta (alinhado com a rampa de chegada).

3. Nos problemas que tratam de roldanas com momento de inércia diferente de zero, os módulos das trações nas cordas puxadas de um lado e de outro da roldana não são iguais. A diferença entre elas é devida à uma força de atrito estático entre a corda e a roldana. No sistema da figura abaixo uma caixa de massa m_2 repousa sobre uma superfície horizontal sem atrito, e é fixada através de cabos a duas caixas com massas m_1 e m_3 ($m_3 > m_1$), penduradas livremente. Ambas as roldanas possuem momentos de inércia iguais a $MR^2/2$, onde M é a massa da roldana e R o seu raio. Os cabos têm massas desprezíveis, são inextensíveis e não deslizam nas roldanas. Determine:

   (a) a aceleração do sistema,

   (b) a tração T_1 na corda que sustenta m_1, a tração T_3 na corda que sustenta m_3 e as trações nas cordas conectadas à m_2 (T_{21} e T_{23})



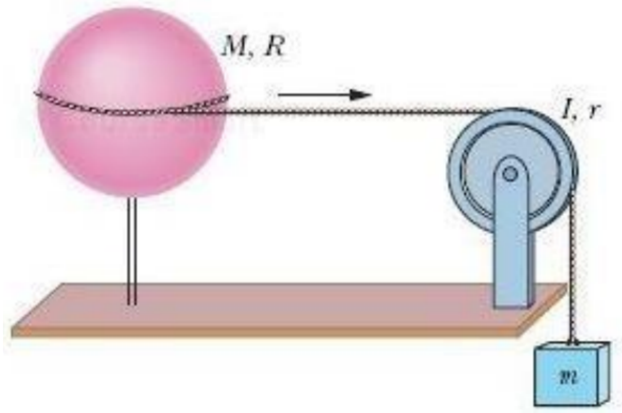
4. Uma casca esférica uniforme de massa $M = 4,5$ kg, raio $R = 8,5$ cm e momento de inércia $I_e = 2MR^2/3$ pode girar em torno de um eixo vertical sem atrito. Uma corda de massa desprezível passa em torno do equador da casca, por uma polia de momenta de inércia $I = 3,0 \times 10^{-3}$ kg.m^2 e raio $r = 5,0$ cm, e está presa a um pequeno objeto de massa $m = 0,60$ kg. Não há atrito no eixo da polia e a corda não escorrega em sua borda. Calcule:

   (a) a aceleração do bloco,

   (b) a tração na parte da corda que sustenta o bloco de massa m,

   (c) a tração na parte da corda que se conecta à casca esférica.

   (d) Usando conservação de energia, determine a velocidade do bloco após ele ter caído 20 cm. Assuma que o sistema partiu do repouso.

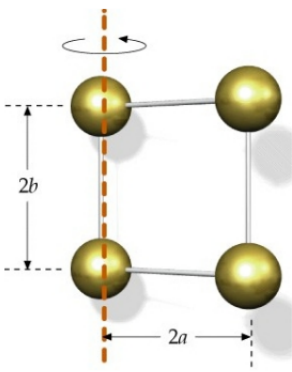


5. Um astronauta de massa $m = 100$ kg e momento de inércia $I_a = 2$ kg.m^2 está em uma grande cápsula espacial esférica de massa $M = 300$ kg, raio $R = 40$ m e momento de inércia $2MR^2/3$. O sistema está no espaço sideral em repouso, quando um meteorito atinge a cápsula, que começa a rodar em torno de seu eixo com velocidade angular $\omega = 2 \times 10^{-4}$ rad/s. Com que velocidade angular o astronauta deve rodar (em torno do mesmo eixo de rotação da cápsula) para que a cápsula pare de girar? A energia cinética é conservada neste caso? Justifique.

6. Um objeto é constituído de quatro partículas, cada uma de massa m, que estão conectadas por barras de massa desprezível, formando um retângulo de lados $2a$ e $2b$. O sistema gira com velocidade angular ω em torno de um eixo no plano que passa através de duas partículas, como mostrado na figura. Determine a energia cinética de rotação e o momento angular total do sistema para:

   (a) a rotação mostrada na figura,

   (b) uma rotação com a mesma velocidade angular, mas em torno de um eixo passando pelo centro do retângulo perpendicular ao plano do retângulo.

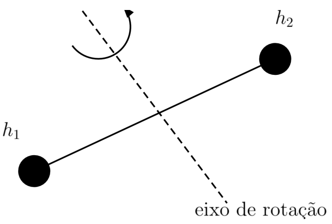


7. Imagine uma estação espacial orbital hipotética, esquematizada na figura, que procura simular a aceleração da gravidade dentro dos habitáculos h_1 e h_2 impondo uma aceleração centrípeta

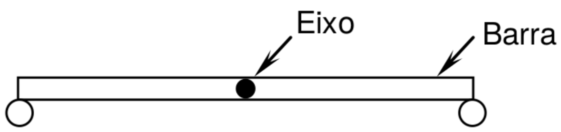
devido ao movimento circular uniforme que tem como eixo de rotação a reta perpendicular à distância entre os habitáculos e centrada no ponto médio entre eles. Considere que as massas dos habitáculos são iguais a M, que a distância entre eles é l e que a massa da haste que os une é desprezível.

(a) Calcule o momento de inércia do conjunto, tendo como eixo de rotação o eixo que passa pelo ponto médio entre h_1 e h_2.

(b) Determine o momento angular desta estação considerando que a aceleração centrípeta sentida nos habitáculos seja igual à aceleração da gravidade na superfície terrestre, g.



8. Uma barra delgada e uniforme de massa M e comprimento L possui uma bola muito pequena de massa m grudada em cada extremidade. Ela é sustentada horizontalmente por um eixo fino, horizontal e com atrito desprezível, que passa pelo seu centro e é perpendicular à barra. Subitamente, a bola do lado direito se descola e cai, mas a outra permanece grudada na barra. O momento de inércia da barra girando no eixo de rotação do problema é $I = ML^2/12$.

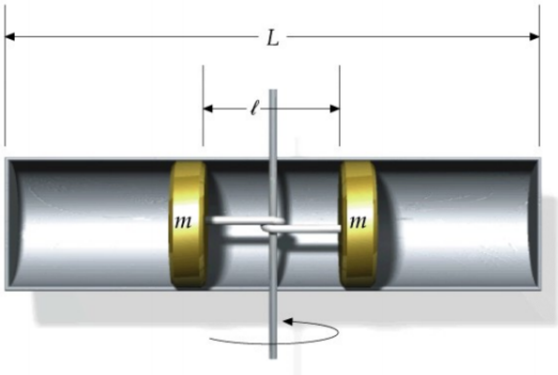


(a) Ache a aceleração angular da barra logo após a bola cair.

(b) A aceleração angular permanecerá constante enquanto a barra continua a girar? Em caso negativo, ela vai aumentar ou diminuir?

(c) Ache a velocidade angular da barra logo no momento que a barra atinge a sua posição vertical

9. A figura mostra um tubo cilíndrico oco de momento de inércia I. No interior do tubo existem dois discos de massa m, separados de uma distância l e amarrados a uma haste central através de um fio fino. O sistema pode girar em relação a um eixo central que passa pelo centro do tubo. Com o sistema girando com velocidade angular ω, o fio que segura os discos se rompe bruscamente. Quando os discos atingem as extremidades do cilindro, eles permanecem nessa posição. Os discos estão equidistantes do eixo central. Considere os discos como partículas e admita que as paredes internas do tubo nào tenham atrito. Determine a velocidade angular final e as energias cinéticas inicial e final do sistema em função de I, m, L, l e ω.

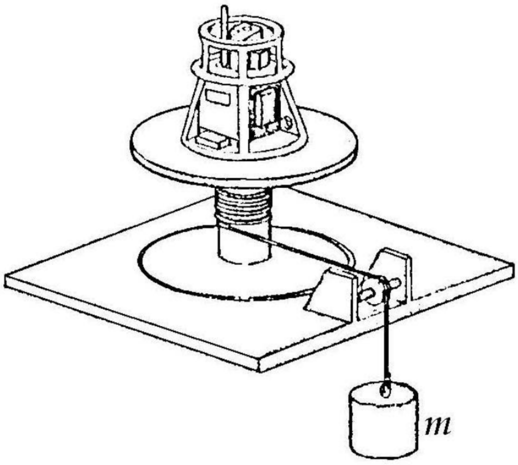


10. Mostre que para um corpo extenso rígido, a sua energia potencial gravitacional total sempre pode ser descrita como $U = Mh_{CM}$, onde M é a massa total do corpo e h_{CM} a altura do seu centro de massa. Dica: Considere o corpo extenso como formado por uma coleção de partículas pontuais de massa dm.

11. Mostre que, para um corpo extenso rígido rodando em torno do seu centro de massa, o torque da força peso é sempre nula.

12. Um possível aparato para determinar o momento de inércia de um objeto com forma irregular está ilustrado na figura abaixo. Um cilindro de massa m suspenso por uma corda que está enrolada ao redor de um carretel de raio r, formando parte de um plataforma giratória apoiando o corpo irregular. Quando o cilindro é solto do repouso, ele desce uma distância h, adquirindo uma velocidade v. Dado que o momento de inércia da plataforma giratória é I_0, mostre que o momento de inércia I do equipamento (incluindo a plataforma giratória) é:

$$I_{corpo} = mr^2 \left(\frac{2gh}{v^2} - 1 \right) - I_0$$



Respostas:

1. (a) 3×10^8 m/s
   (b) 9025 J

2. (a) Como a força peso atua no centro de massa e este é o eixo de rotação do sistema, seu torque é zero.
   (b) 16 m/s ou 59 km/h

3. (a) $a = g\frac{m_3 - m_1}{m_1 + m_3 + m_2 + M}$
   (b) $T_1 = m_1 g\frac{2m_3 + m_2 + M}{m_1 + m_3 + m_2 + M}$, $T_3 = m_3 g\frac{2m_1 + m_2 + M}{m_1 + m_3 + m_2 + M}$, $T_{21} = m_1 g + \left(\frac{M}{2} + m_1\right) a$ e $T_{23} = m_3 g - \left(\frac{M}{2} + m_3\right) a$

4. (a) 1,225 $\mathrm{m/s^2}$
   (b) 5,145 N
   (c) 3,675 N
   (d) 0,7 m/s

5. 32 rad/s. Não, pois a força de atrito entre o astronauta e a cápsula realiza trabalho, aumentando a energia cinética final.

6. (a) $K_R = 4ma^2\omega^2$, $L = 8ma^2\omega$
   (b) $K_R = 2m(a^2 + b^2)\omega^2\omega^2$, $L = 4m(a^2 + b^2)\omega$

7. (a) $I = \frac{1}{2}Ml^2$
   (b) $L = \frac{Ml^2}{2}\sqrt{\frac{2g}{l}}$

8. (a) $\alpha = \frac{g}{L}\frac{1}{3 + M/m}$
   (b) Diminui
   (c) $\omega = \sqrt{\frac{12g}{L}\frac{1}{3 + M/m}}$

9. $\omega_f = \omega\frac{2I + ml^2}{2I + mL^2}$, $K_0 = (I + \frac{ml^2}{2})\frac{\omega^2}{2}$, $K_f = \frac{(I + \frac{1}{2}ml^2)^2}{I + \frac{1}{2}mL^2}\frac{\omega^2}{2}$

10.

11.

12.