



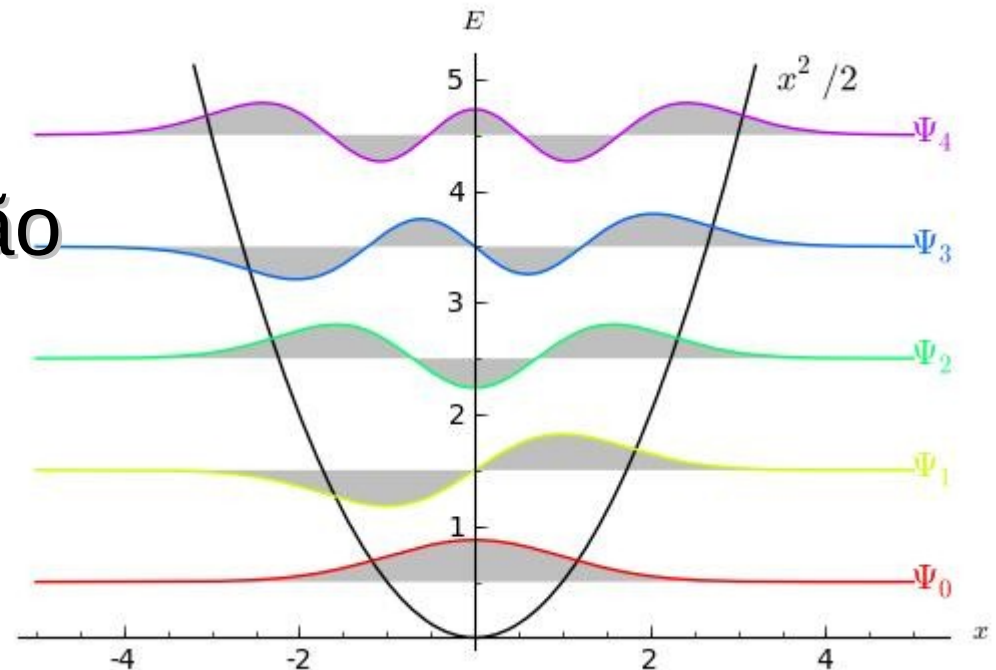
Universidade Federal do ABC

Mecânica Quântica

Aula 2: Efeito Fotoelétrico e a Teoria de Einstein Efeito Compton Natureza Dual da Radiação Eletrônica Eletrônica

Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br



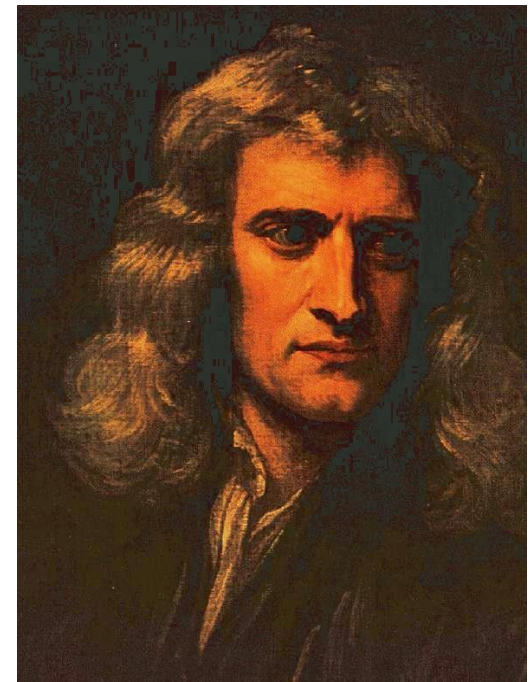
<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>

Radiação Eletromagnética: A Luz

Até o começo do século XIX, a maioria dos cientistas acreditava que a luz era um fluxo de partículas emitido por uma fonte luminosa.

Com base neste modelo, as **partículas de luz** estimulavam a visão ao penetrar no olho.

O principal idealizador deste modelo corpuscular da luz foi **Isaac Newton**, sendo que o modelo apresentava uma explicação simples para algumas observações experimentais já conhecidas na época sobre a natureza da luz.



Newton (1642- 1727)

Modelo corpuscular (1672)

Em 1665, Newton demonstrou que a **luz branca**, como a luz do Sol, ao passar por um **prisma** se **decompõe** em luz de diferentes **cores**, formando um **espectro** como o arco-íris.

Usando a **hipótese corpuscular** e as leis da mecânica, ele conseguiu explicar

- A **reflexão**
- A **refração**
- A **dispersão** (a decomposição da luz ao atravessar um prisma) da **luz**.

Tudo bem, mas houve outros **fenômenos** da luz que **não** podiam ser explicados pelo modelo corpuscular:

- A **interferência**
- A **difração**



Modelo ondulatório (1678)

Em 1678, o físico holandês **Christiaan Huygens** mostrou o **modelo ondulatório**:

A luz como **onda**.

O modelo ondulatório **explica** corretamente a **dispersão**, as leis de **refração** e **reflexão**, a **interferência** e a **difração**, então **todas** as propriedades da luz e fenômenos óticos conhecidos até então, inclusive aqueles que não podiam ser explicados pelo modelo corpuscular.

=> **A luz é uma onda** (por enquanto)



Christiaan Huygens (1629-1695)

Modelo ondulatório da luz

Mas se a luz é uma onda, de que “consiste” a onda, ou seja, que **grandeza física** está **oscilando** e se **propagando** pelo espaço numa onda de luz?

Exemplos de outras ondas: Uma onda de **som** “consiste” de **variações** de **pressão** oscilando e se propagando.

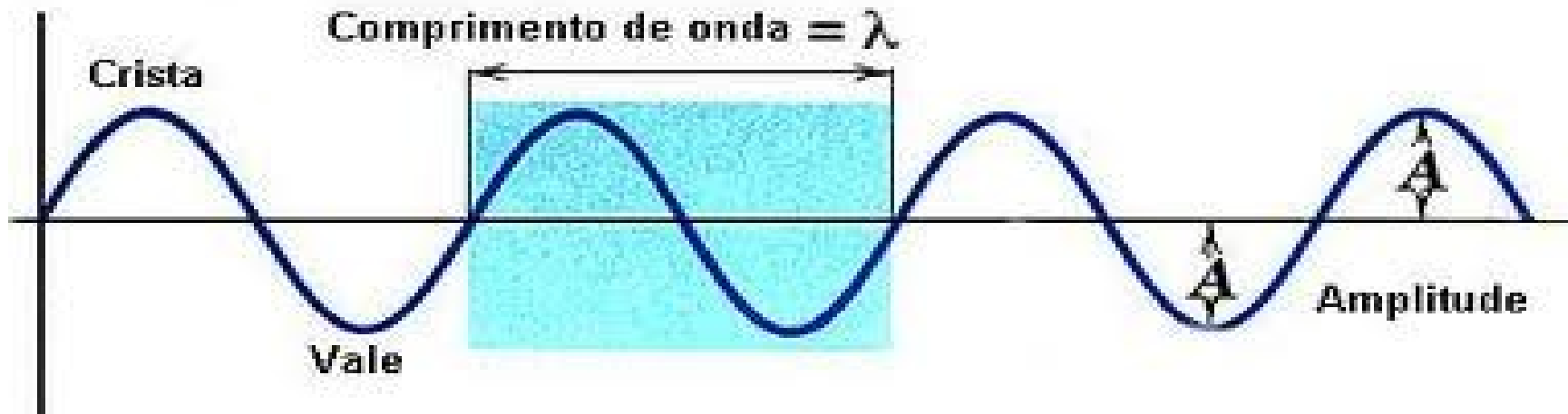
Uma onda no **mar** “consiste” de variações do **nível** da **superfície** da **água**, etc.

Cada onda é alguma **grandeza física** **oscilando** e **se propagando** pelo espaço. Em geral, há **transporte** de **energia**.

No caso da luz, esta(s) grandeza(s) são **campos elétrico** e **magnético**.

A luz é uma onda eletromagnética, ou seja, a combinação de um campo elétrico e um campo magnético oscilando e propagando-se pelo espaço.

Ondas Harmônicas



Amplitude A : intensidade do **deslocamento máximo** dos elementos a partir de suas posições de **equilíbrio** quando a onda passa por eles.

Comprimento de onda, λ : **distância** (paralela à direção de propagação da onda) entre **repetições** da **forma** da onda.

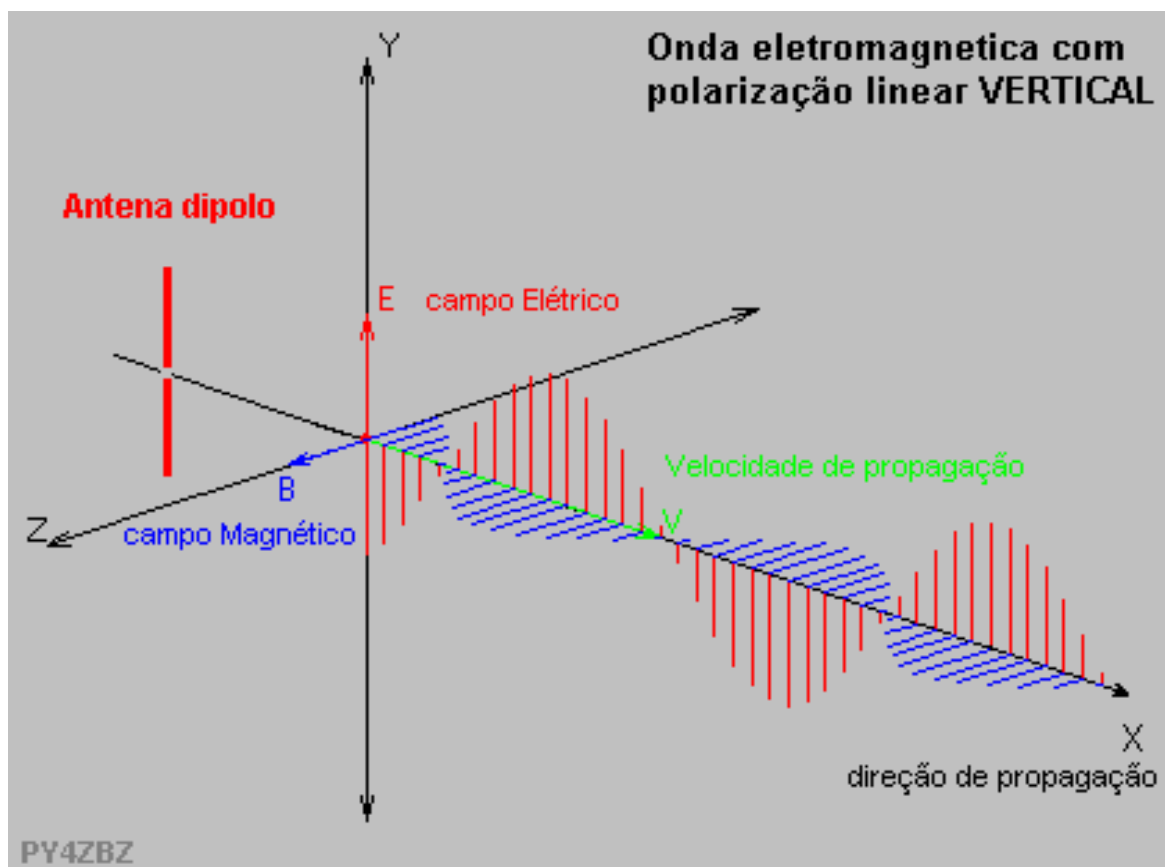
Período de oscilação T de uma onda: o **tempo** que um elemento qualquer da corda leva para se mover realizando **uma oscilação completa**.

Frequência ν (ou f) = $1/T$

Velocidade de propagação $v = \lambda/T = \lambda\nu$

Propagação de uma onda eletromagnética

Os campos elétrico e magnético são perpendiculares à direção de propagação da onda e entre si, como mostrado neste desenho. As ondas eletromagnéticas são produzidas pela aceleração de cargas.



A onda se propaga na direção $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$.

!!! A onda existe no espaço inteiro, não só no eixo x.

As ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com uma velocidade c (a velocidade da luz).

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \lambda \nu$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$ = permeabilidade no vácuo

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$ = permissividade no v.

$\Rightarrow c \approx 300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Frequência e comprimento de onda

Como a onda se propaga com a velocidade c pela distância de um comprimento de onda, λ , no tempo de um período de oscilação, $T = 1/\nu$, é fácil obter a relação entre λ e ν :

$$c = \lambda/T = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = c/\nu \text{ ou } \nu = c/\lambda$$

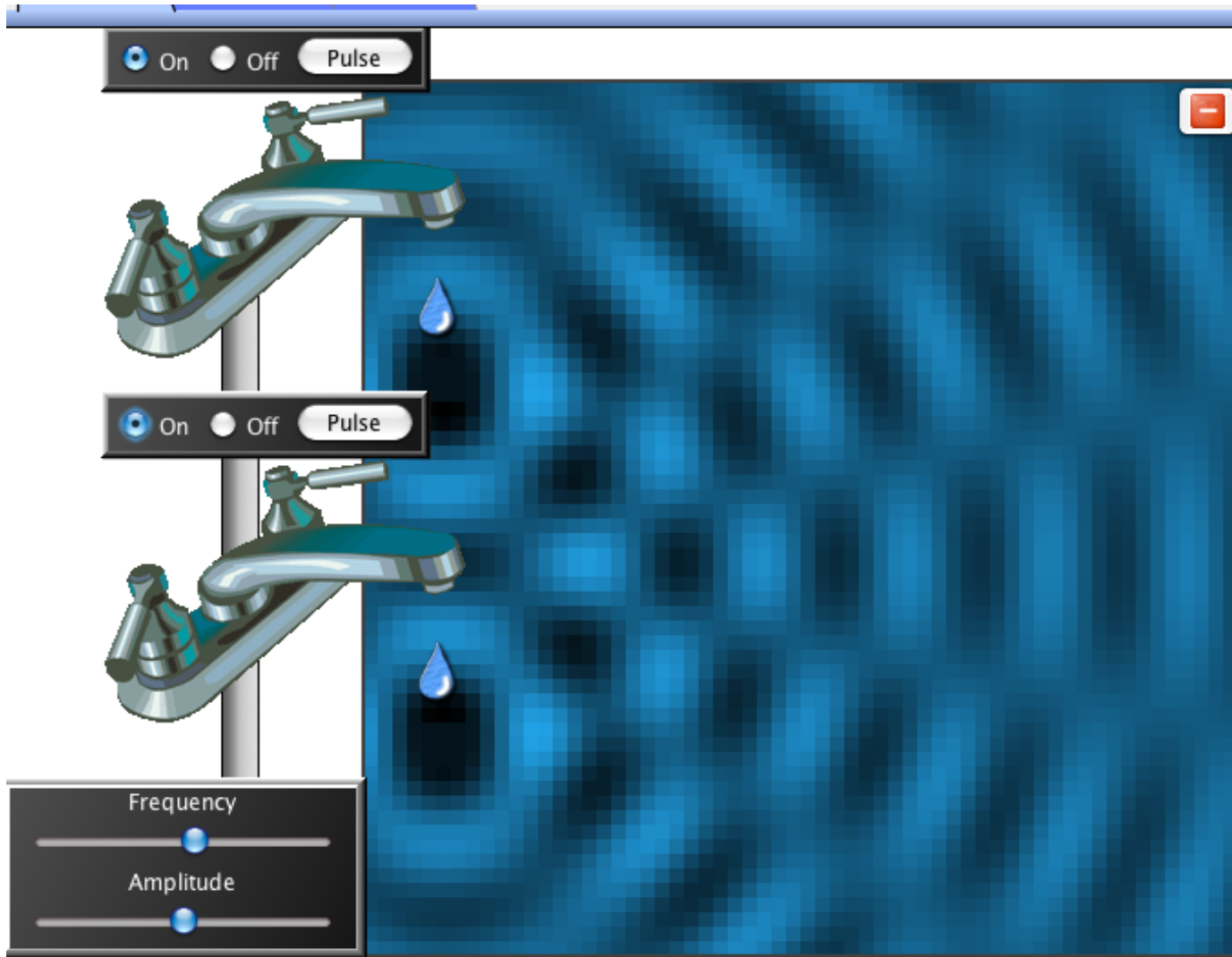
O comprimento de onda é inversamente proporcional à frequência.

Como visto no experimento de Newton, a luz branca é a sobreposição de luz de todas as cores do arco-íris.

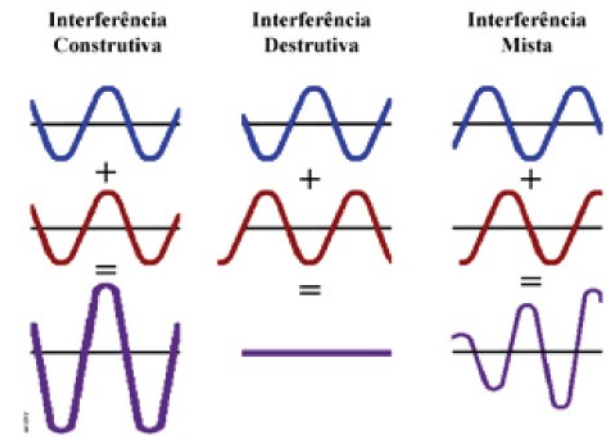
A luz das diferentes cores do arco-íris se distingue pela frequência / pelo comprimento de onda:

Luz azul tem frequência maior resp. comprimento de onda menor do que luz vermelha.

Interferência



Quando duas ondas se **sobrepõem**, elas se **amplificam** em **certos lugares** (**interferência construtiva**), e se **cancelam** em **outros lugares** (**i. destrutiva**), assim criando um **padrão** de **interferência**.

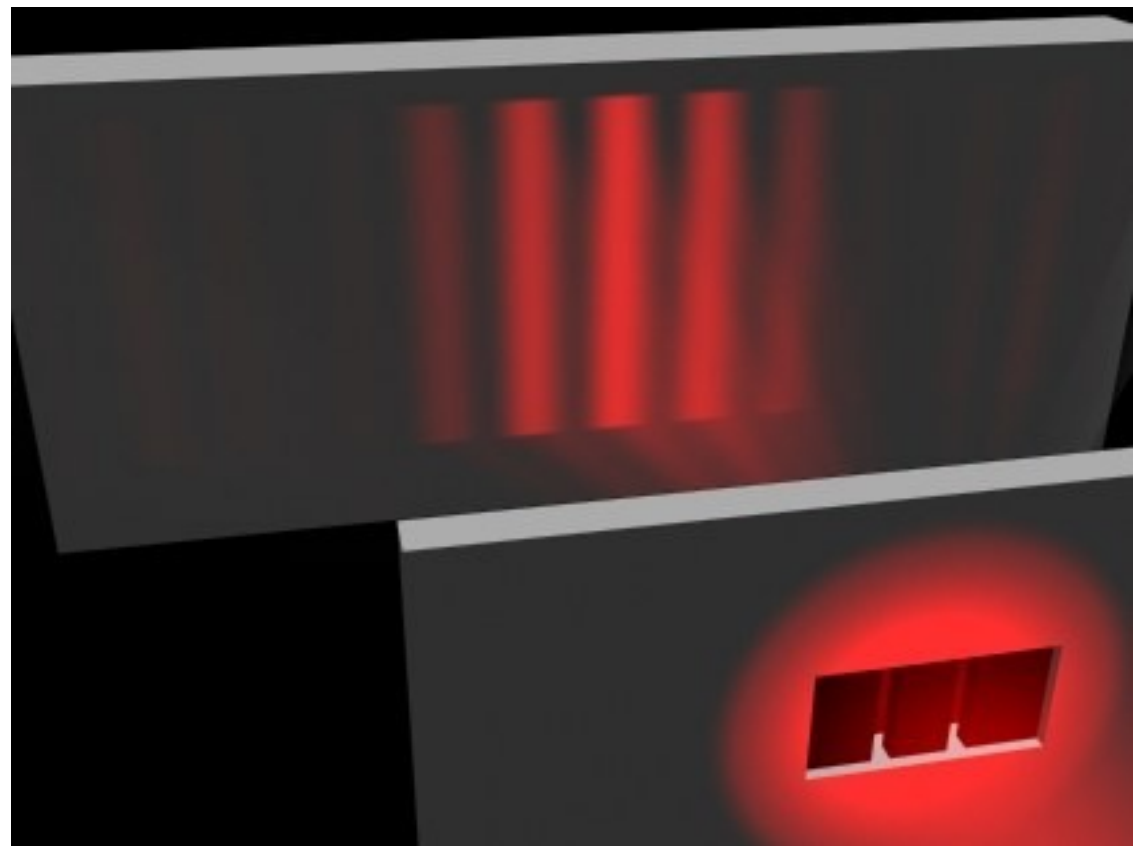
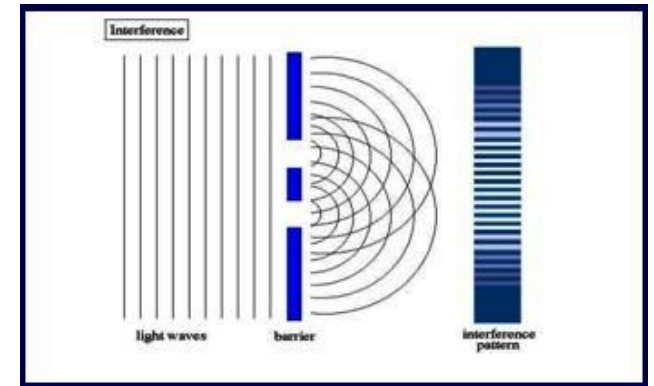


Interferência

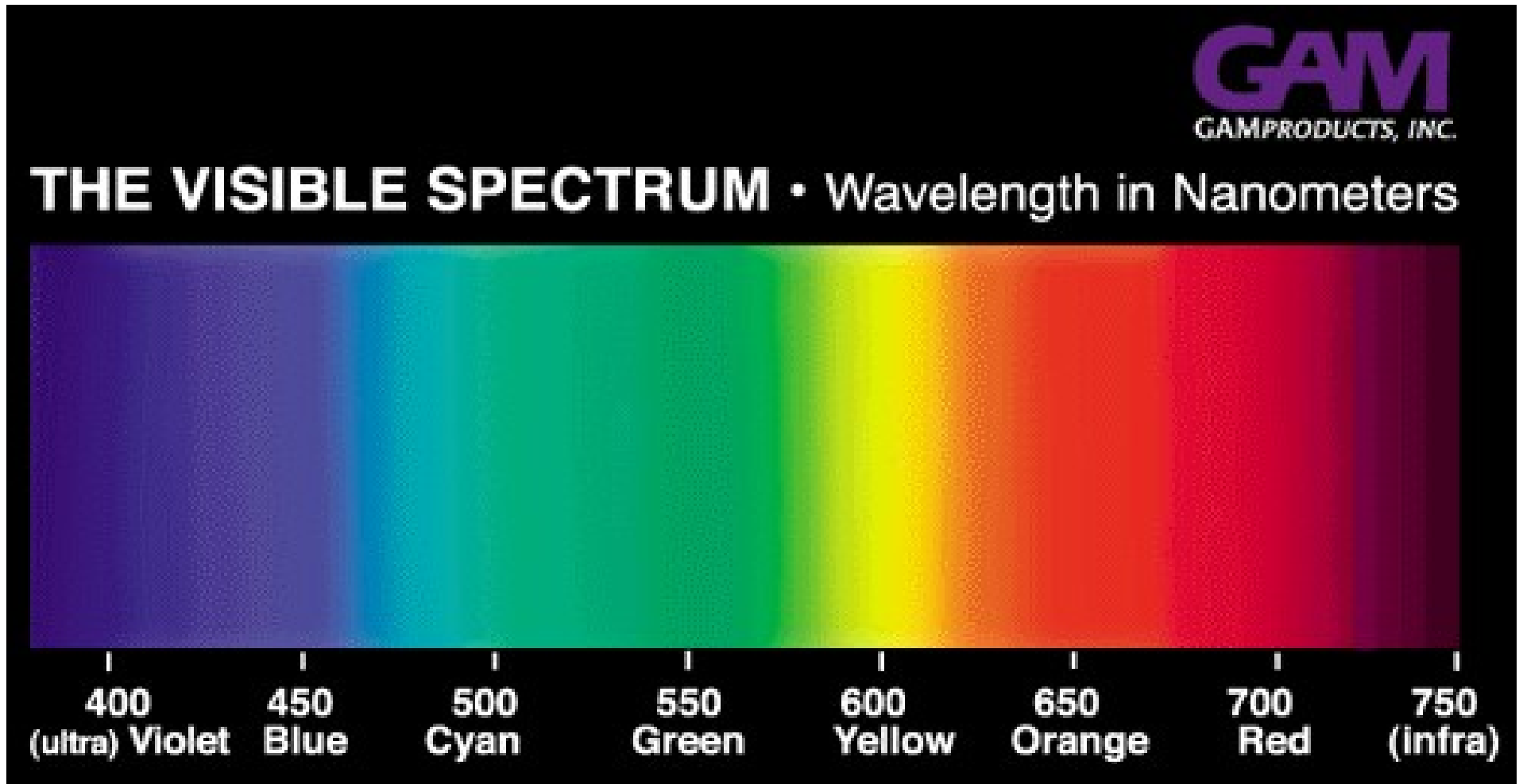
Exemplo de um **padrão** de **interferência** de duas ondas de luz numa **tela**.

As duas ondas são produzidas pela passagem da luz de uma **única fonte** por **duas fendas**.

Para ver o padrão de interferência, a luz tem que ser **monocromática**, q. d. de **uma única frequência** resp. cor.



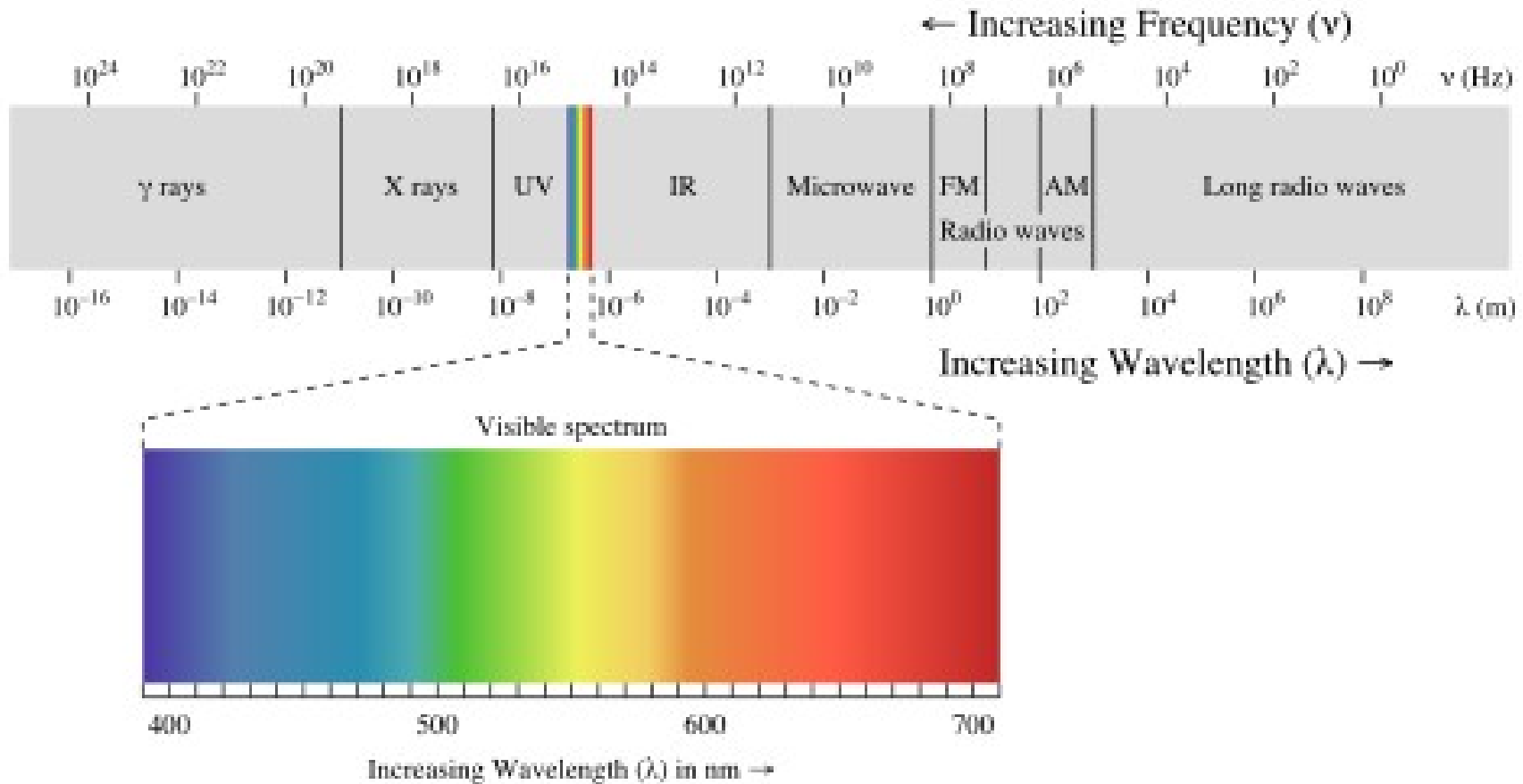
Espectro de comprimentos de onda da luz visível



Espectro de comprimentos de onda da luz visível

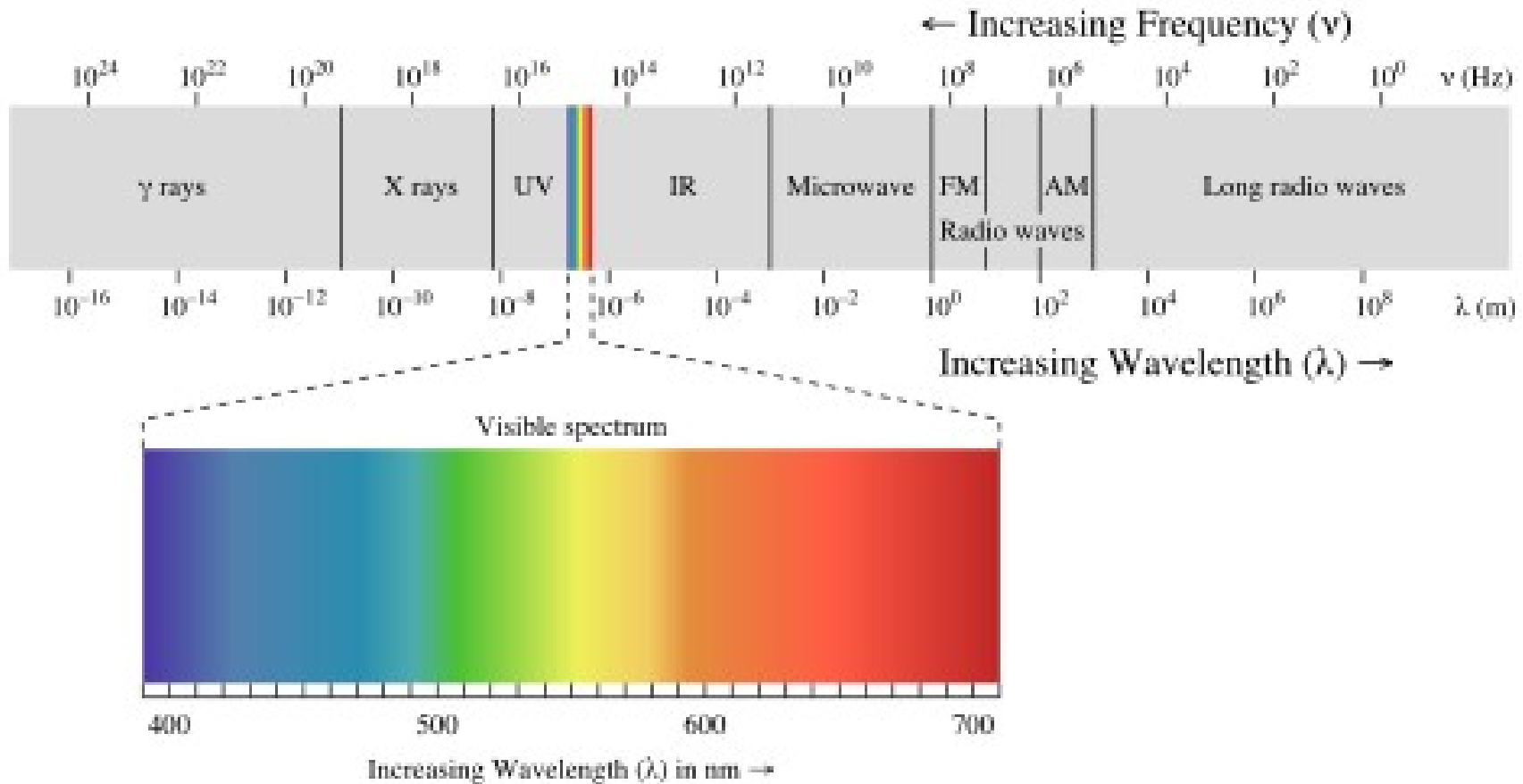
color	wavelength interval	frequency interval
red	~ 700–635 nm	~ 430–480 THz
orange	~ 635–590 nm	~ 480–510 THz
yellow	~ 590–560 nm	~ 510–540 THz
green	~ 560–490 nm	~ 540–610 THz
blue	~ 490–450 nm	~ 610–670 THz
violet	~ 450–400 nm	~ 670–750 THz

Espectro da radiação eletromagnética



Costuma-se classificar a **radiação eletromagnética** pelo seu **comprimento de onda**. Quanto **maior** a **frequência** / **menor** o **comprimento de onda**, tanto **mais energética** é a radiação.

Espectro da radiação eletromagnética



A luz visível ocupa somente uma porção do espectro eletromagnético. Existe radiação EM **menos energética** do que a **luz visível**: ondas **rádio**, **micro-ondas** e radiação **infravermelha**. Também existe radiação EM **mais energética** do que a luz visível: Radiação **ultravioleta**, **raios-X** e raios **γ** (gama).

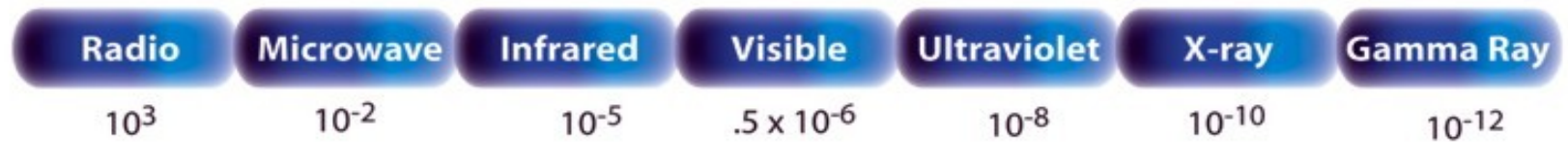
Espectro da radiação eletromagnética

THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM

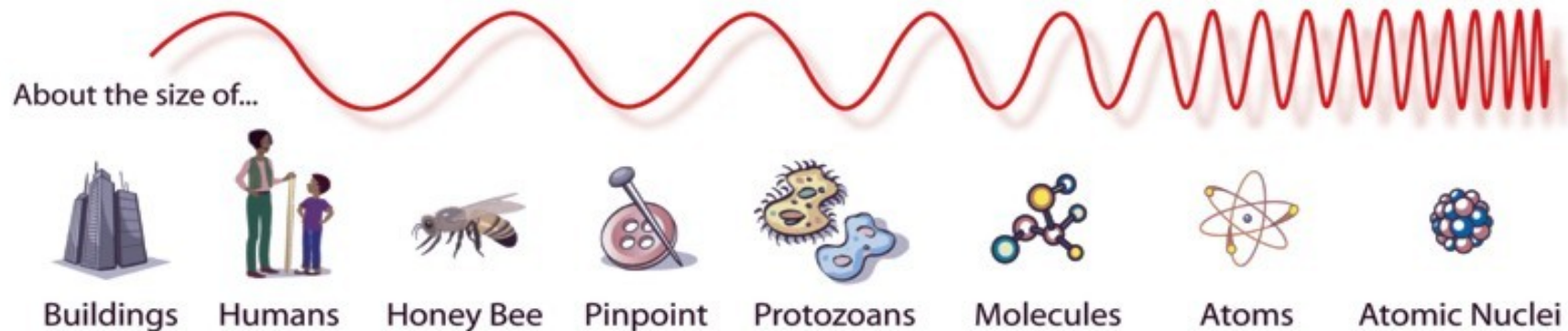
Penetrates
Earth
Atmosphere?



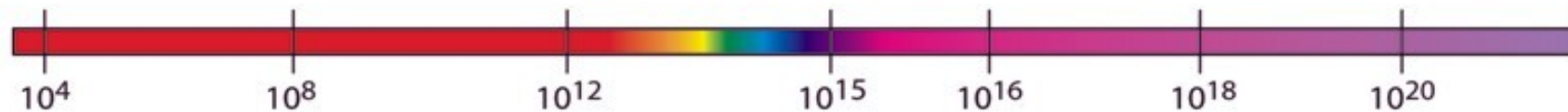
Wavelength
(meters)



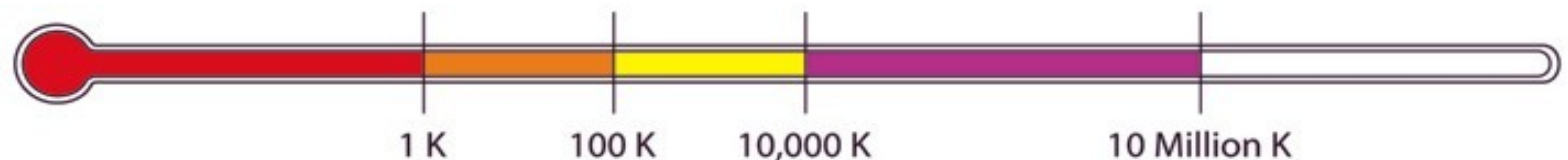
About the size of...



Frequency
(Hz)



Temperature
of bodies emitting
the wavelength
(K)

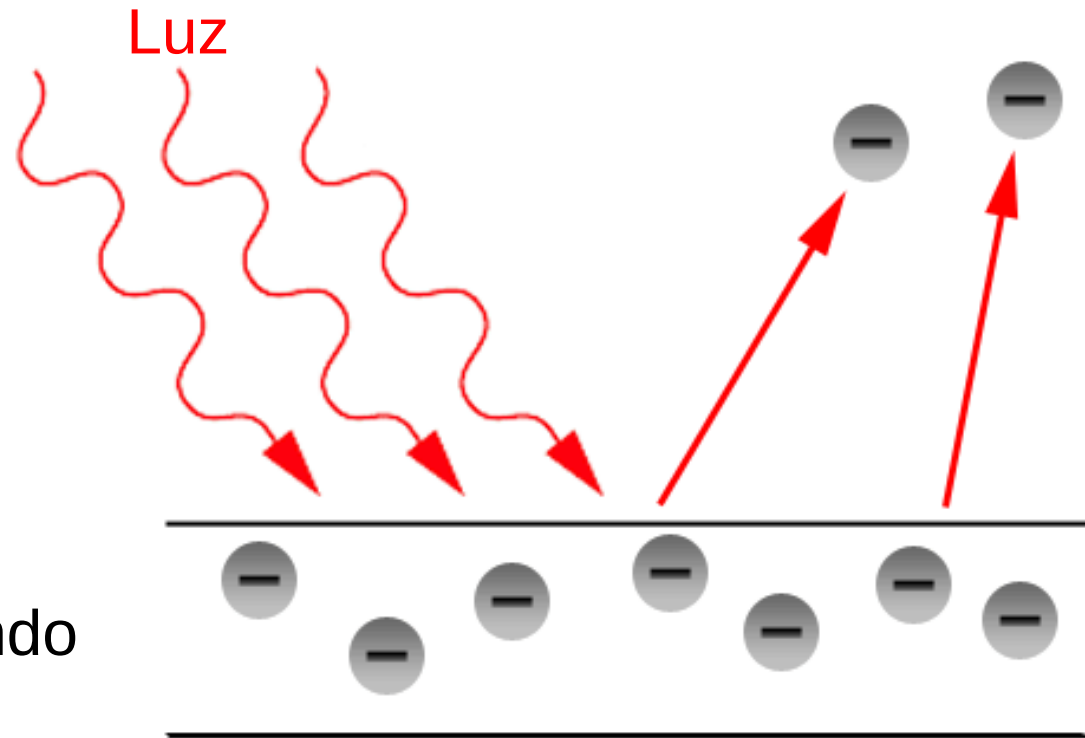


A luz é realmente uma onda?

O Efeito Fotoelétrico

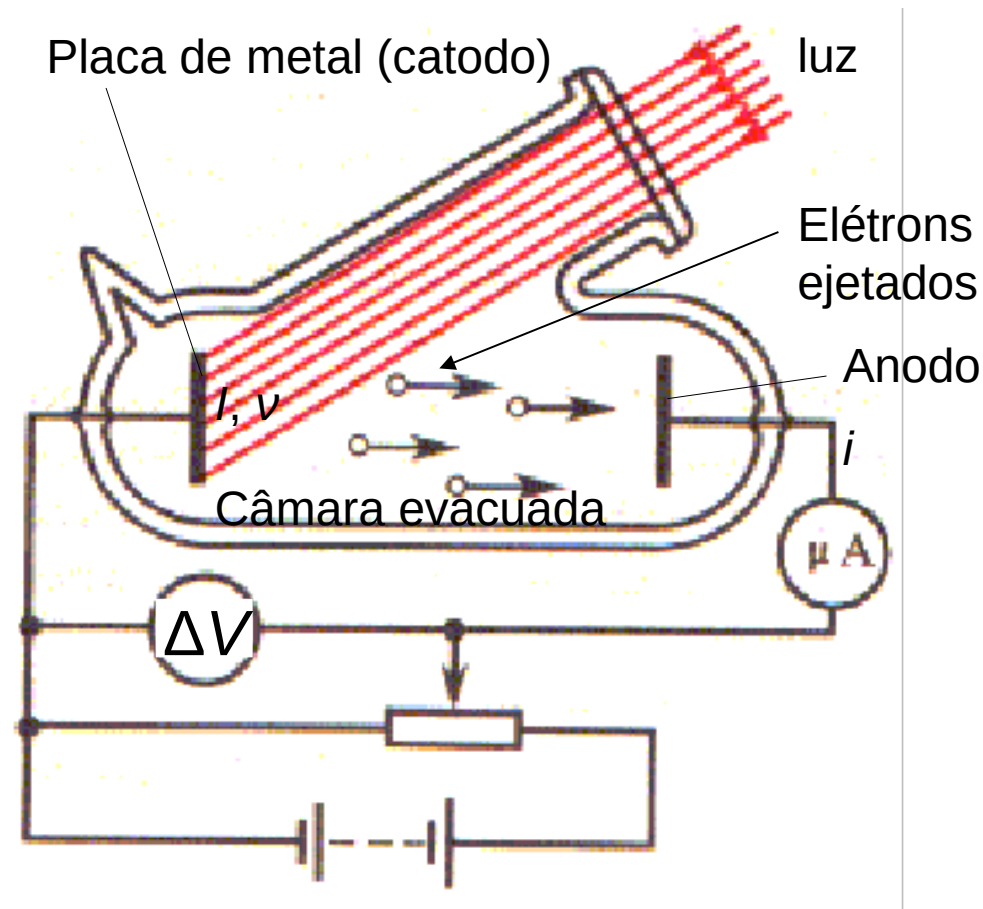
O **efeito fotoelétrico** é a **emissão** de **elétrons** por um **material**, geralmente metálico, quando exposto a uma **radiação eletromagnética** (como a luz) suficientemente energética, ou seja, de frequência suficientemente alta, que depende do material.

Ele pode ser observado quando a luz incide numa placa de metal, literalmente arrancando elétrons da placa!



O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)



1. **Luz** (frequência ν , intensidade I) **incide** numa placa de **metal**.
 2. **Elétrons** são **ejetados** da placa.
 3. Parte dos elétrons chega ao **anodo** e constitui a **corrente** i .
Quando **ΔV aumenta**, mais elétrons chegam ao anodo
 \Rightarrow **i aumenta**.
- De baixo de um certo valor (negativo) de ΔV , o **potencial de corte** (ou de frenamento) V_0 , os elétrons não conseguem mais superar a barreira de potencial. Eles “recaem” no catodo
 \Rightarrow **i é zero**.

O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que Hertz esperava (usando a hipótese que luz é uma onda)

- A luz **esquenta** a placa com uma **taxa** que depende apenas da **intensidade** I (potência por unidade de área) da luz, e **não** da sua **frequência**.

=> **Após** um **tempo**, o metal alcança temperatura suficiente (ou seja, os elétrons ganham energia cinética suficiente) para expulsar os elétrons. A **corrente** i deve **começar a fluir**.

- Após **mais** um **tempo** alcança-se um **equilíbrio**: A energia levada pelos elétrons expulsos é igual à energia da luz incidente.

=> Já que o **potencial de corte** é proporcional à energia cinética máxima dos elétrons **após** serem **expulsos**:

$$e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} \cdot m_e v^2\right)_{\max},$$

ele deve **aumentar** quando a **intensidade** da luz incidente **aumenta**:

V_0 deve **depender** (apenas) de I .

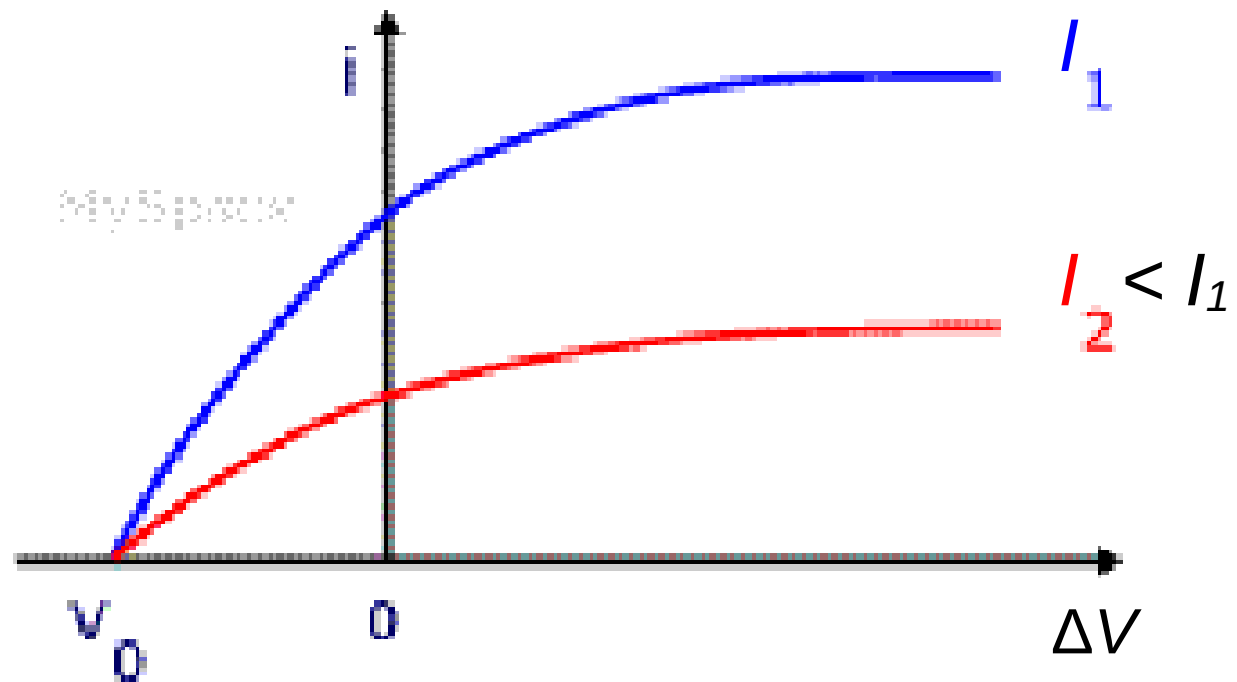
O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- A **corrente i flui**, ou seja, elétrons são ejetados da placa, **instantaneamente** quando se liga a luz incidente.

- O **potencial de corte V_0** , e, então, a **energia cinética** máxima dos fotoelétrons, **não depende da intensidade da luz**, mas **sim**, da **frequência ν** (mas a corrente i depende, sim, da intensidade)



O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- O **potencial de corte**, e, então, a energia cinética máxima dos fotoelétrons **aumenta com a frequência!**

Equação do efeito fotoelétrico:

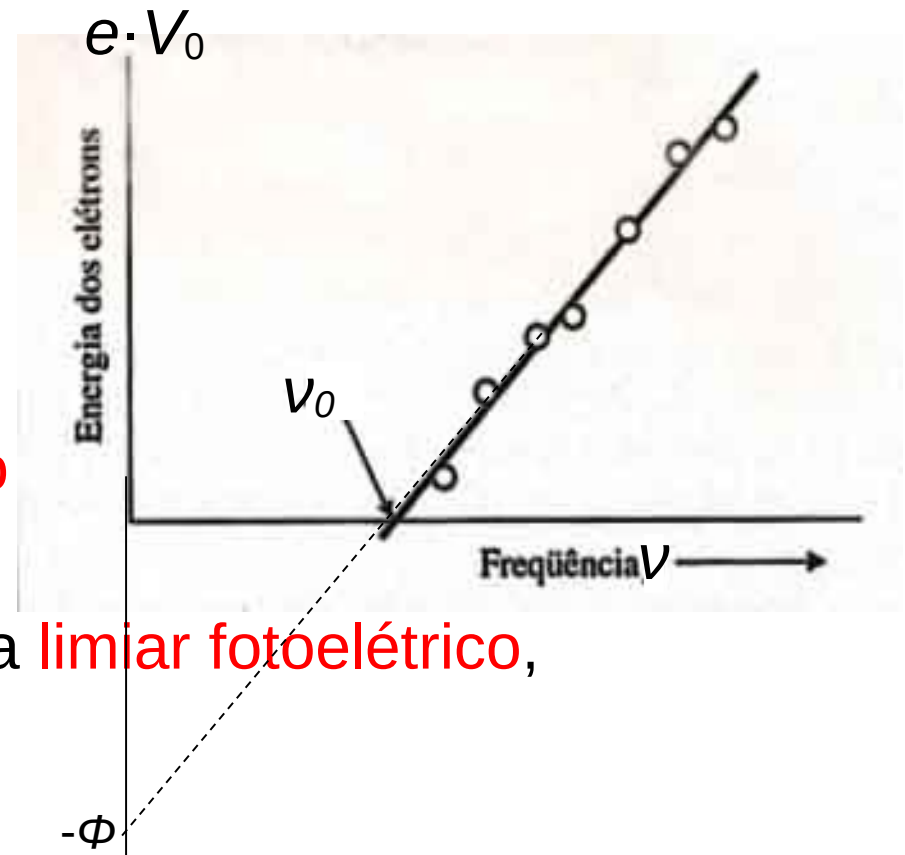
$$e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} \cdot m_e v^2\right)_{\max} = h \cdot \nu - \phi$$

onde

h = constante de Planck

ϕ := **função de trabalho**, constante que é **característica do material**, corresponde à **energia de ionização**

Debaixo de uma certa **frequência de corte** $\nu_0 = \phi/h$, também chamada **limiar fotoelétrico**, **não há ejeção de elétrons**.



O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

Como explicar isto?

Einstein (1905):

- A luz consiste de “pacotes/partículas” de energia $E = h \cdot \nu$, os fótons.
=> Quantização da luz.
- A energia necessária para arrancar um elétron de um material corresponde à função de trabalho ϕ .
- Quando um fóton com energia suficiente para arrancar um elétron, $h \cdot \nu \geq \phi$, ou seja $\nu \geq \nu_0$, incide na placa, ele é absorvido, e a sua energia é usada para expulsar um elétron.
A energia cinética do elétron será $h \cdot \nu - \phi$.
- Se esta energia cinética é o suficiente para passar a barreira do potencial elétrico, $h \cdot \nu - \phi \geq e \cdot \Delta V$, os elétrons chegam no anodo, e corrente flui.

O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)


Como explicar isto?

=> A **energia cinética** dos **fotoelétrons**, e então o potencial de corte, depende apenas da **frequência** da **luz** incidente.

O **número** de elétrons emitidos, e então a corrente i , é proporcional ao número de fótons, ou seja à **intensidade** da luz incidente.

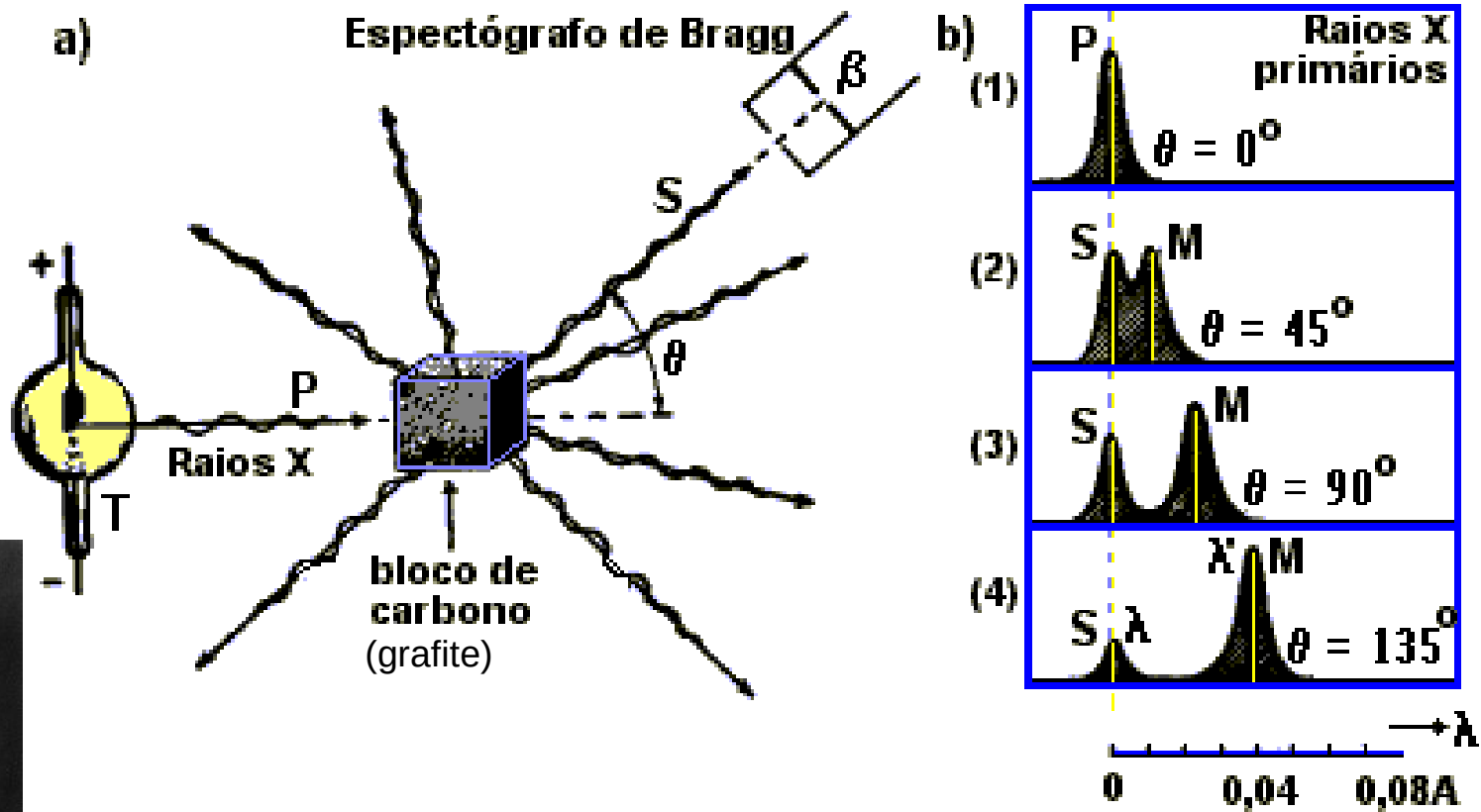
A hipótese dos **fótons** consegue **explicar** todas as **observações** do **Hertz**.

Obviamente, a **luz** tem propriedades de **partículas** também.

 Einstein ganhou o prêmio Nobel de física para esta explicação do efeito fotoelétrico.

O Efeito Compton

1923: Compton fez incidir um feixe de **raios X** num bloco de carbono e mediu o **ângulo de espalhamento** e o **comprimento de onda** da radiação espalhada pelo carbono.



Arthur Holly Compton (1892-1962)

O Efeito Compton

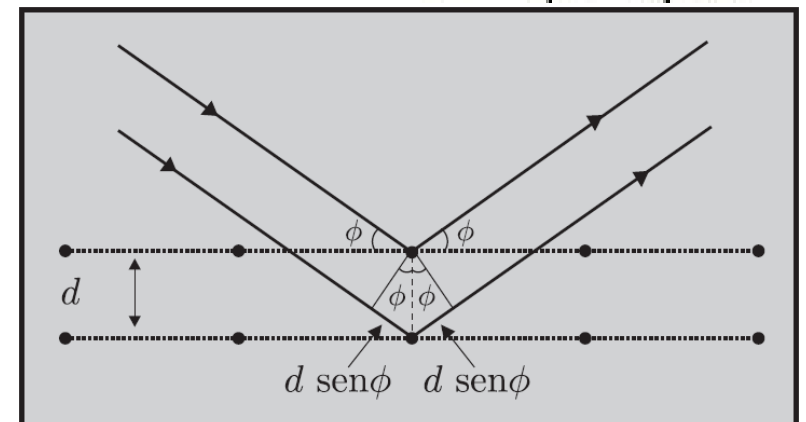
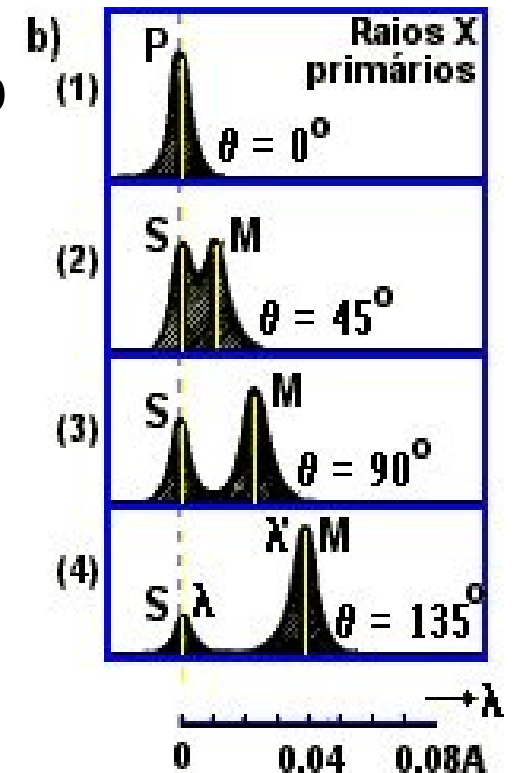
1º resultado: **Parte** dos raios X passa pelo bloco de carbono **sem** ser **espalhado** (os raios X primários), o resto é espalhado apenas em **certas direções** (por certos ângulos).

=> **Difração**

Fenômeno esperado se raios X são **ondas**:
É a **interferência** da radiação espalhada pelos átomos das diferentes **camadas** do **cristal**, ocorre quando o comprimento de onda da luz incidente é da mesma ordem de tamanho do alvo, neste caso da **estrutura cristalina** do carbono.

Lei de Bragg:

$$2d \sin \varphi = n\lambda$$

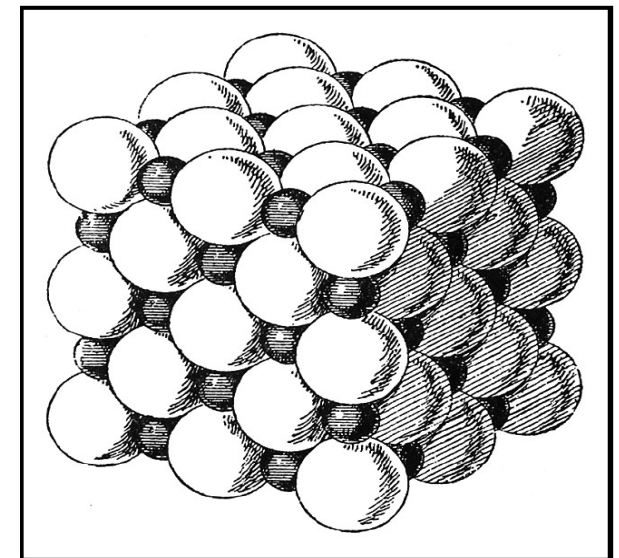
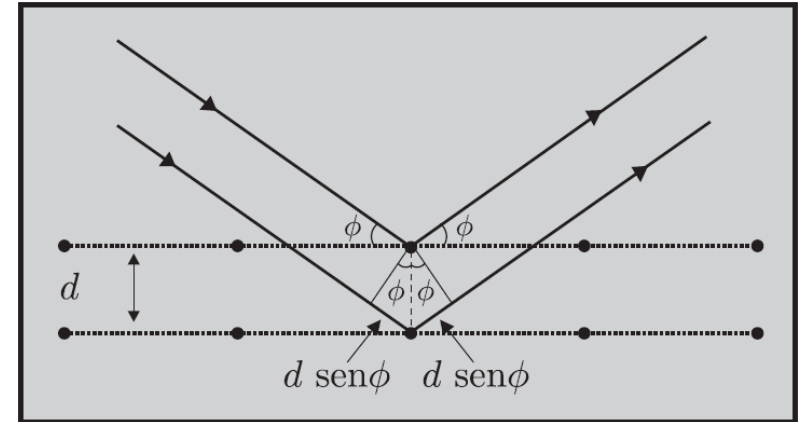


O Efeito Compton

Raios X: $\lambda \sim 10^{-9}$ cm, **estrutura cristalina** tem dimensões da ordem de 10^{-8} cm.

Pelo espectro de ângulos de espalhamento pode-se determinar a estrutura cristalina do carbono.

Tudo bem, **raios X** são **ondas**, como já sabíamos.



O Efeito Compton

Tudo bem?

Não tudo, ainda há um segundo resultado do experimento de Compton:

Os **comprimentos de onda** dos **raios espalhados** são **maiores**, resp. as **frequências/energias** são **menores**, do que aqueles do **raio incidente** (e dos raios X primários)!

Quanto maior o ângulo de espalhamento, tanto maior é o comprimento de onda, e tanto menor a frequência.

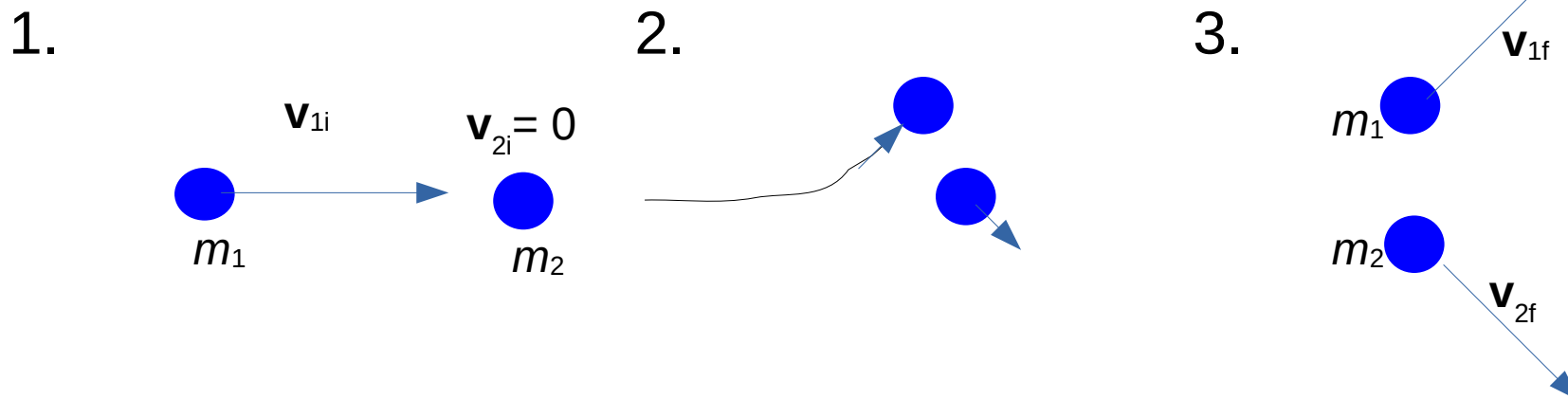
Isto **não** é esperado para **ondas** clássicas. Na teoria clássica, a onda incidente agita o material com a frequência ν , e a radiação emitida teria a mesma frequência.

Obviamente, a frequência (ou **energia**) dos raios X é **reduzida** quando eles são **espalhados**.

O Efeito Compton

Como explicar isto?

Poderia ser algo parecido como o espalhamento de duas partículas:



Conservação de energia ($E_{2i} = \frac{1}{2}mv_{2i}^2 = 0$):

$$E_{1i} + 0 = E_{1f} + E_{2f} \Rightarrow E_{1f} = E_{1i} - E_{2f} < E_{1i}$$

A partícula 1 perde energia cinética para a partícula 2 quando é espalhado por esta. A partícula 2 ganha energia $\Rightarrow \mathbf{v}_{2f} \neq 0$.

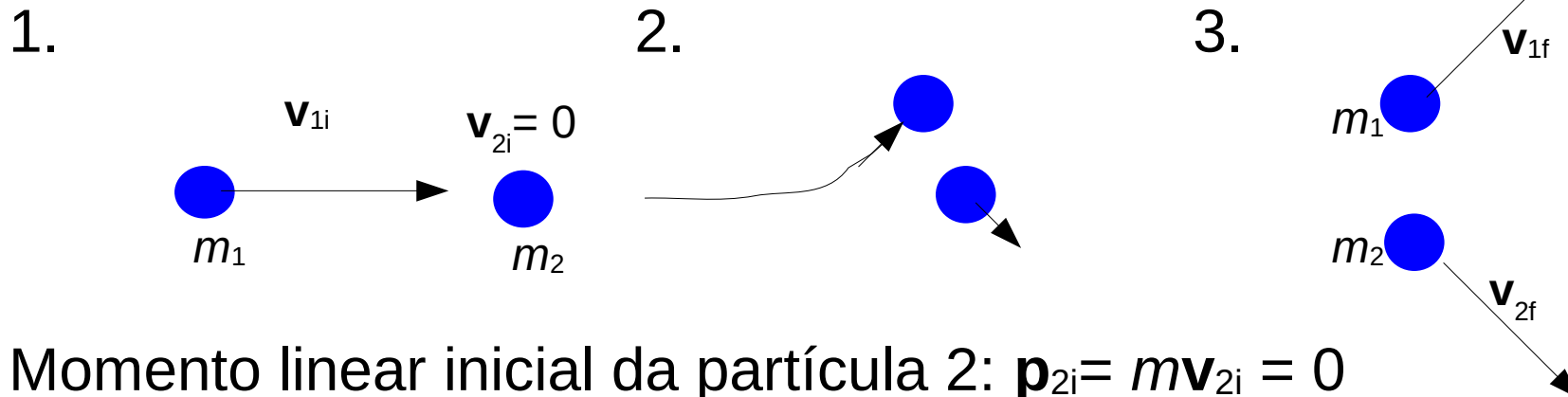
Análogo: No efeito Compton, os raios X perdem energia ($h \cdot \nu$) para os elétrons do material quando são espalhados por estes.

Isto só é possível, se os raios X consistem de partículas, ou fótons.

O Efeito Compton

Como explicar isto?

Mas no espalhamento de partículas também há **conservação de momento linear!**



Momento linear inicial da partícula 2: $\mathbf{p}_{2i} = m\mathbf{v}_{2i} = 0$

Momento linear final da partícula 2: $\mathbf{p}_{2f} = m\mathbf{v}_{2f} \neq 0$

O momento linear da partícula 2 muda (aumenta).

=> **Momento linear é transferido** entre as partículas.

Análogo: No **efeito Compton**, **momento linear é transferido** entre os **fótons** e os **elétrons** do material.

O Efeito Compton

Quanto é o momento linear de um fóton?

Teoria da relatividade: $\mathbf{p} = E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda$ na direção da propagação do fóton/da onda (Não esqueçam que o momento linear é um vetor).

No efeito Compton, o elétron atinge velocidades perto daquela da luz => temos que usar os termos relativísticos para o seu momento linear e a sua energia (sem dedução):

$\mathbf{p} = \gamma m_e \mathbf{v}$, $E_{\text{tot}} = \gamma m_e c^2 = \sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2}$, $E_{\text{cin}} = E_{\text{tot}} - m_e c^2$,
onde $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ = fator de Lorentz, m_e = massa de elétron, $m_e c^2$ = energia de repouso.

Para velocidades baixas, $v \ll c$, estas expressões se tornam as expressões newtonianas, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$;

Para partículas com massa zero, como o fóton, a fórmula se torna $E = pc$.

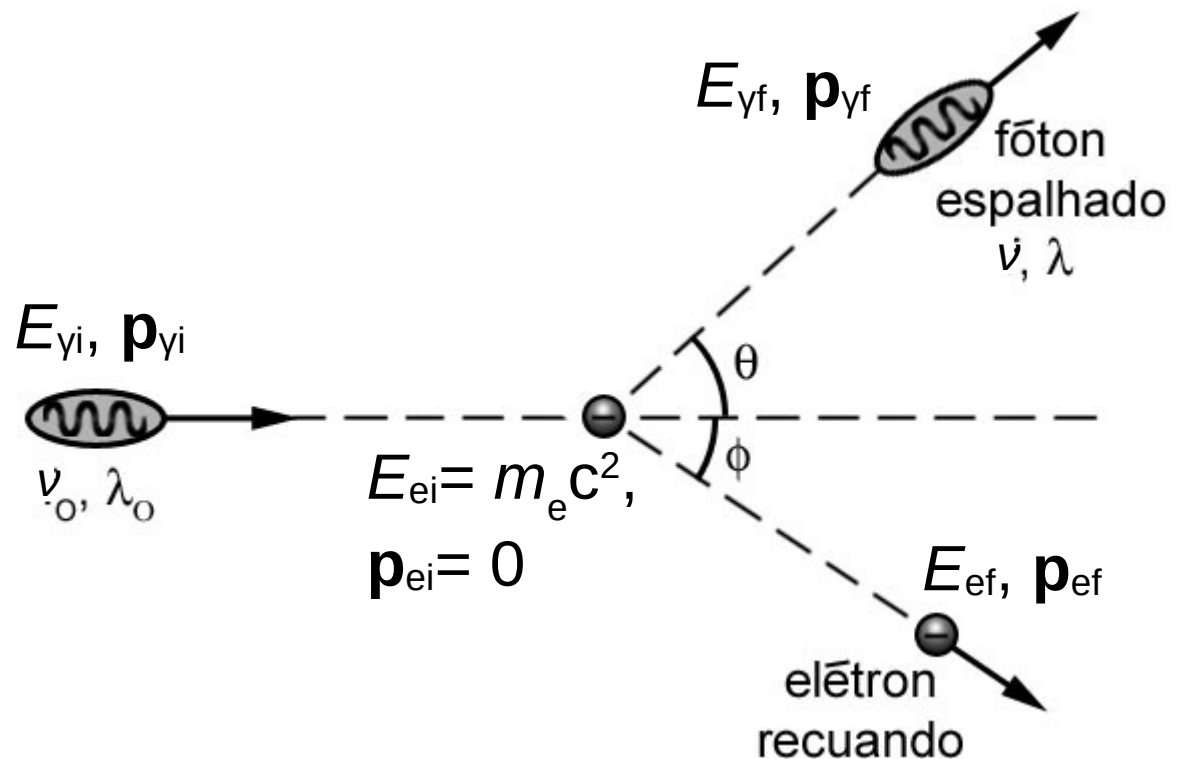
O Efeito Compton

Usando estes termos para os **momentos lineares** e **energias** iniciais e finais do **fóton** e do **elétron**, e aplicando as **leis de conservação**:

$$E_{\gamma i} + E_{ei} = E_{\gamma f} + E_{ef}$$

$$\mathbf{p}_{\gamma i} + \mathbf{p}_{ei} = \mathbf{p}_{\gamma f} + \mathbf{p}_{ef}$$

pode se calcular a **variação** do **comprimento de onda** do **fóton** em função do **ângulo** de **espalhamento** θ :



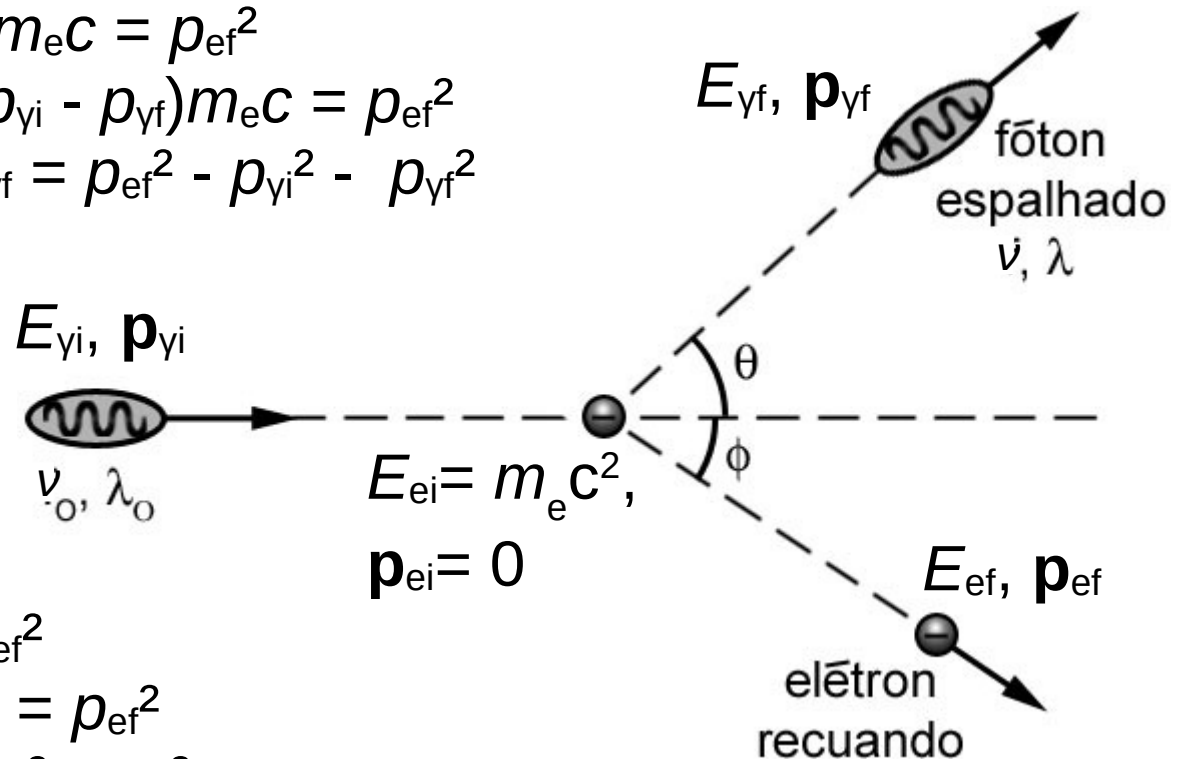
O Efeito Compton

Conservação da energia:

$$\begin{aligned}
 p_{\gamma i} c + m_e c^2 &= p_{\gamma f} c + \sqrt{(p_{ef} c)^2 + (m_e c^2)^2} \\
 \Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f}) c + m_e c^2 &= \sqrt{(p_{ef} c)^2 + (m_e c^2)^2} \quad | \cdot^2 \\
 \Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f})^2 c^2 + 2(p_{\gamma i} - p_{\gamma f}) m_e c^3 + (m_e c^2)^2 &= p_{ef}^2 c^2 + (m_e c^2)^2 \\
 \Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f})^2 + 2(p_{\gamma i} - p_{\gamma f}) m_e c &= p_{ef}^2 \\
 \Rightarrow p_{\gamma i}^2 - 2p_{\gamma i} p_{\gamma f} + p_{\gamma f}^2 + 2(p_{\gamma i} - p_{\gamma f}) m_e c &= p_{ef}^2 \\
 \Rightarrow 2(p_{\gamma i} - p_{\gamma f}) m_e c - 2p_{\gamma i} p_{\gamma f} &= p_{ef}^2 - p_{\gamma i}^2 - p_{\gamma f}^2
 \end{aligned}$$

Conservação de \mathbf{p} :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p}_{\gamma i} + 0 &= \mathbf{p}_{\gamma f} + \mathbf{p}_{ef} \\
 \Rightarrow \mathbf{p}_{\gamma i} - \mathbf{p}_{\gamma f} &= \mathbf{p}_{ef} \quad | \cdot^2 \\
 \Rightarrow p_{\gamma i}^2 - 2\mathbf{p}_{\gamma i} \cdot \mathbf{p}_{\gamma f} + p_{\gamma f}^2 &= p_{ef}^2 \\
 \Rightarrow p_{\gamma i}^2 - 2p_{\gamma i} p_{\gamma f} \cos\theta + p_{\gamma f}^2 &= p_{ef}^2 \\
 \Rightarrow -2p_{\gamma i} p_{\gamma f} \cos\theta &= p_{ef}^2 - p_{\gamma i}^2 - p_{\gamma f}^2
 \end{aligned}$$



O Efeito Compton

Igualando as duas equações:

$$2(p_{\gamma i} - p_{\gamma f})m_e c - 2p_{\gamma i} p_{\gamma f} = -2p_{\gamma i} p_{\gamma f} \cos\theta$$

$$\Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f})m_e c = p_{\gamma i} p_{\gamma f} - p_{\gamma i} p_{\gamma f} \cos\theta = (1 - \cos\theta)p_{\gamma i} p_{\gamma f} \quad | \cdot h/m_e c p_{\gamma i} p_{\gamma f}$$

$$\Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f})h/p_{\gamma i} p_{\gamma f} = (1 - \cos\theta)h/m_e c \quad | \text{ usando } p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

$$\Rightarrow (h/\lambda_{\gamma i} - h/\lambda_{\gamma f})h/(h^2/\lambda_{\gamma i}\lambda_{\gamma f}) = (1 - \cos\theta)h/m_e c$$

$$\text{Já que } \lambda_{\gamma i} = \lambda_0 \text{ e } \lambda_{\gamma f} = \lambda : (1/\lambda_0 - 1/\lambda)/(1/\lambda_0\lambda) = (1 - \cos\theta)h/m_e c$$

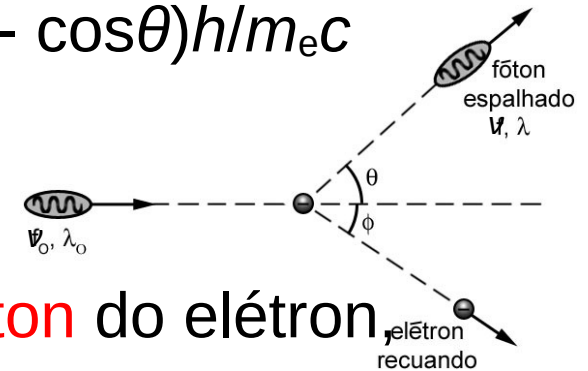
$$\Rightarrow \lambda - \lambda_0 = (1 - \cos\theta)h/m_e c, \text{ que é a}$$

Equação de Compton: $\lambda - \lambda_0 = \lambda_c \cdot (1 - \cos \theta)$,

onde $\lambda_c = h/(m_e c)$ **comprimento de onda Compton** do elétron,

o que bate com as medidas de Compton.

\Rightarrow **Fótons** têm **momento linear** e podem trocá-lo com partículas ou outros fótons.



O Efeito Compton

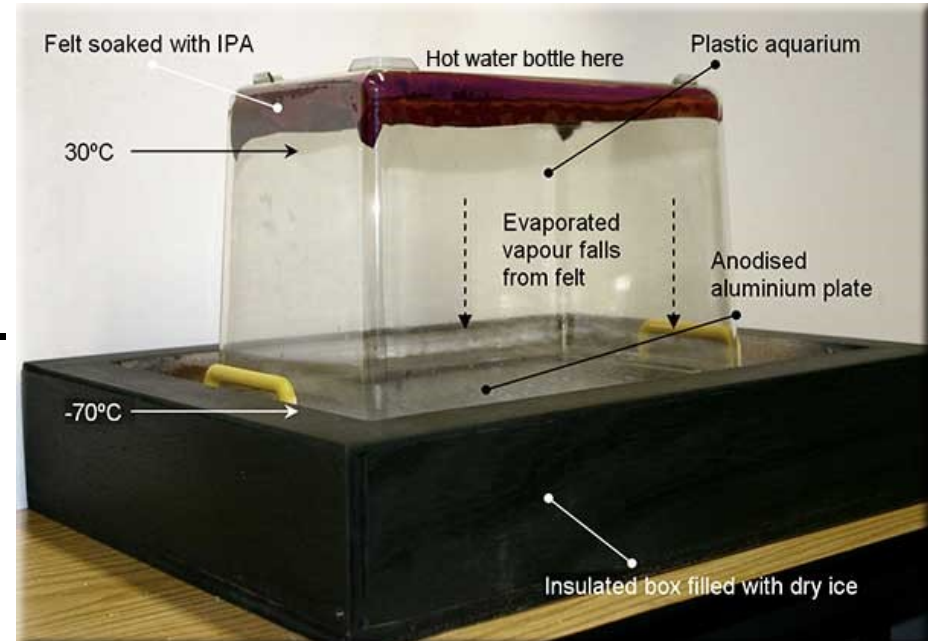
E os elétrons espalhados?

Com uma câmara de nuvens Wilson conseguiu verificar o **espalhamento** do **elétron**, de acordo com o efeito Compton

Essa explicação só faz sentido se considerarmos a **onda eletromagnética** como sendo uma **partícula (fóton)** com **energia cinética** ($h \cdot \nu$) e **momento linear** ($E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda$).

Comprovação independente do **postulado** de **Einstein**.

=> **Natureza dual** da **radiação eletromagnética** (onda e partícula)

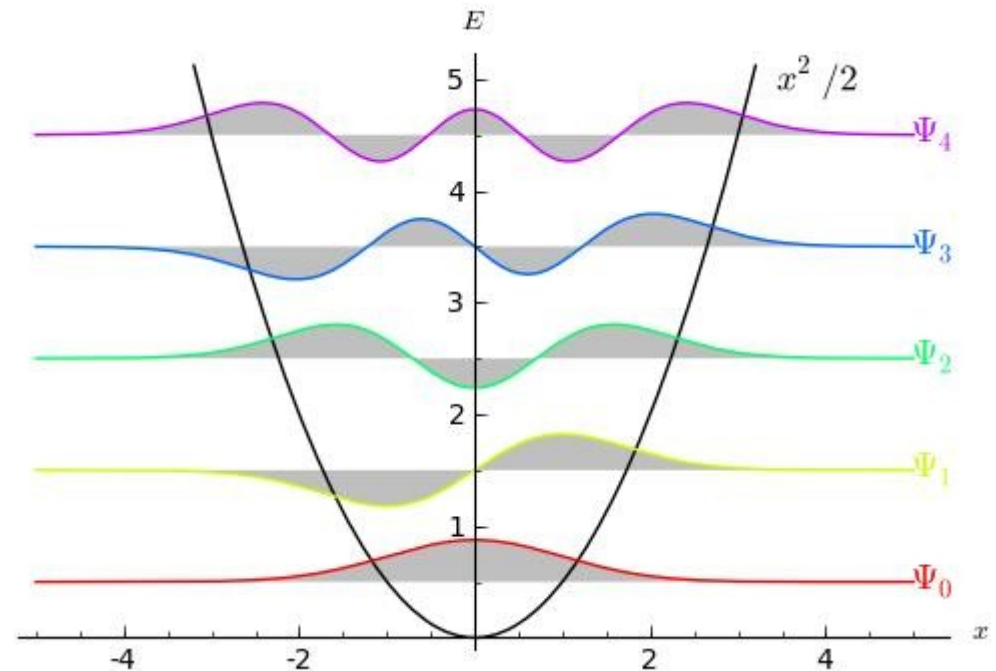


Física Quântica

FIM PARA HOJE



Universidade Federal do ABC



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>