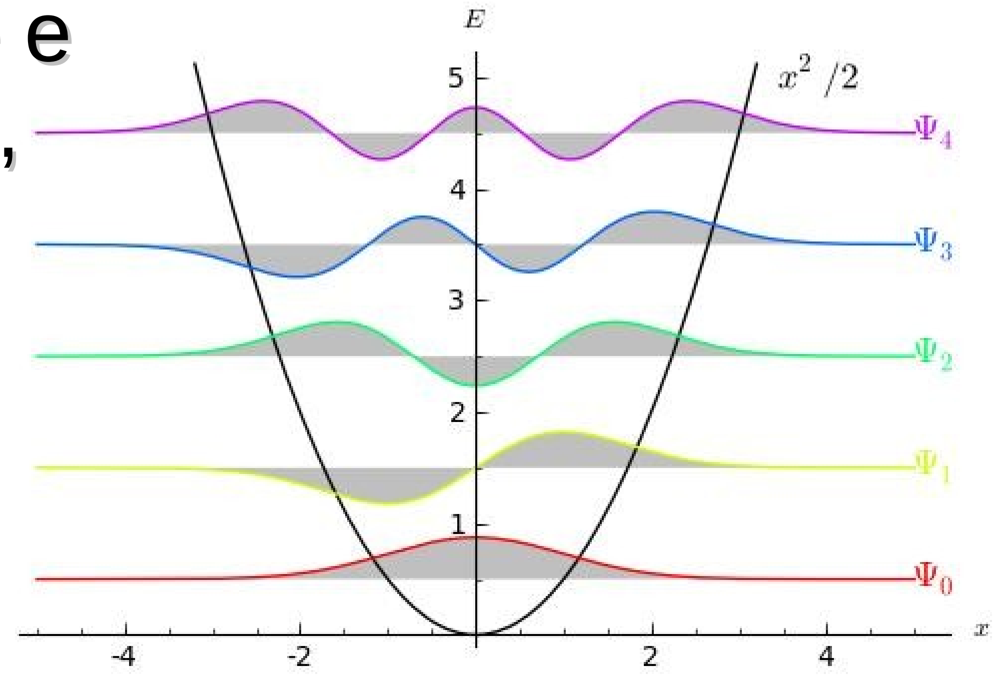
Universidade Federal do ABC

Mecânica Quântica

Aula 4:
O postulado de de Broglie e Dualidade Onda-Partícula, Princípio de Incerteza

Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br



http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html

Resumo das Aulas 1 a 3

A luz (e outra radiação eletromagnética) tem propriedades ondulatórias: Interferência, difração, comprimento de onda, frequência de oscilação, ...

Mas ela também tem propriedades corpusculares: Corpo Negro, Efeito Fotoelétrico, Efeito Compton, …
As “partículas de luz” são chamadas de fótons. A energia e o momento linear dos fótons dependem da sua frequência, resp. do seu comprimento de onda, e são dados pelas relações:

$E = h \cdot \nu = c \cdot h/\lambda$

$p = E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda = hk/2\pi$ (onde $k := 2\pi/\lambda$ = número de onda)

As duas manifestações da luz, onda e partícula, são complementares.
O experimento determina o caráter observado.
=> Princípio da complementaridade (Niels Bohr, 1927)

Se as ondas clássicas são ao mesmo tempo partículas, será que as partículas clássicas, por exemplo os elétrons, são ao mesmo tempo ondas? Elétrons têm comprimento de onda e frequência?

Louis V. de Broglie (1924)

Sugeriu que os elétrons em movimento deveriam ter propriedades de onda.
A frequência resp. o comprimento de onda desta onda pode ser calculada a partir da energia, resp. do momento linear, do elétron, usando as mesmas relações que para o fóton.

Relações de de Broglie

$\nu = E/h$ (onde E é a energia total, $E = U + K$)

$\lambda = h/p$

! As relações $E = c \cdot h/\lambda$ e $p = h \cdot \nu/c$ não valem para partículas, por que para eles não vale $c = \lambda\nu$ e nem $p = E/c$.

Louis V. de Broglie (1924)

De Broglie se inspirou no átomo de Bohr (próxima aula).

Já que, no átomo de Bohr temos:

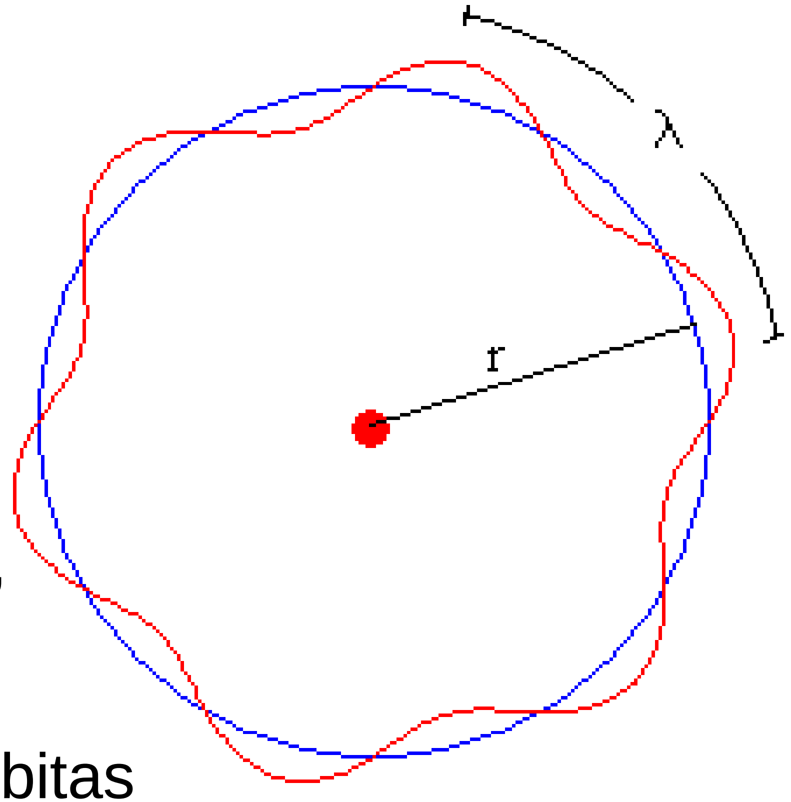
$L_n = p_n r_n = n\hbar = nh/2\pi$

$\Rightarrow 2\pi r_n = nh/p_n = n\lambda_n$

Se os elétrons têm os comprimentos de onda previstos por estas relações, eles fazem ondas estacionárias nas suas órbitas.

Isto é, as circunferências das suas órbitas são múltiplas dos seus comprimentos de onda.

=> As ondas-elétron fazem interferência construtiva consigo mesmas.



6ª órbita de Bohr

O Comprimento de Onda da Matéria

Calculamos o comprimento de onda de uma bola de pingue-pongue de 2 g e 5 m/s:

$\lambda = h/p = h/mv = 6.6 \cdot 10^{-21}$ nm

menor que o diâmetro de um núcleo atômico
=> inobservável.

The de Broglie wavelengths of various moving objects.

Particle	Mass/kg	Speed/m·s^{-1}	Wavelength/pm
Electron accelerated through 100 V	9.11×10^{-31}	5.9×10^{6}	120
Electron accelerated through 10,000 V	9.29×10^{-31}	5.9×10^{7}	12
α particle ejected from radium	6.68×10^{-27}	1.5×10^{7}	6.6×10^{-3}
22-caliber rifle bullet	1.9×10^{-3}	3.2×10^{2}	1.1×10^{-21}
Golf ball	0.045	30	4.9×10^{-22}

Outro exemplo:
Elétron "lento": acelerado por 10 V => E_{cin} = 10 eV

$\lambda = h/p = h/\sqrt{2m_e E_{cin}}$ = 0.39 nm

Comparável às distâncias interplanares em cristais.
=> Deveria ser observável em experiências de difração em cristais, como sugerido em 1926 por W. M. Elsasser.

Davisson e Germer (1927)

Um anos depois, Davisson e Germer
(e indepentemente, G. P. Thomson)
verificaram esta hipótese por um
experimento.

Fizeram um feixe de elétrons incidir num alvo de alumínio em pó.

Os elétrons eram acelerados para um momento linear que corresponde, segundo as relações de de Broglie, a um comprimento de onda comparável àquele de raios X.

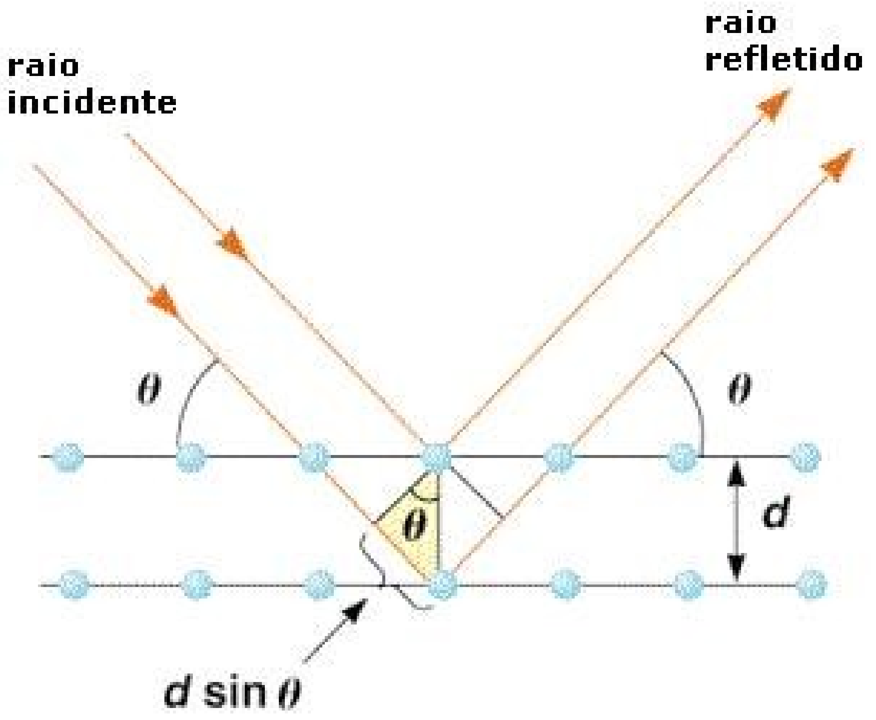
Se os elétrons realmente se comportassem como ondas, eles deveriam ser espalhados e mostrar um padrão de difração similar àquele de raios X ao passar pelo alvo.

Davisson e Germer (1927)

Deve-se observar raios refletidos sob ângulos que satisfazem a Lei de Bragg:

$2\, d \text{ sen } \theta = n\lambda$

A diferença de caminho entre os raios refletidos parciais deve ser um múltiplo do comprimento de onda (de de Broglie).
=> Os raios parciais farão interferência construtiva.



=> diferença de caminho: 2 *d* sen *θ*

Para outros ângulos, os raios refletidos parciais fazem interferência destrutiva e não se vê raios refletidos.

Os raios refletidos devem mostrar um padrão de difração refletindo a estrutura cristalina do material.

Davisson e Germer (1927)

Isto se confirmou!

Elétrons têm propriedades ondulatórias, i. e. frequência e comprimento de onda, dados pelas relações de de Broglie.

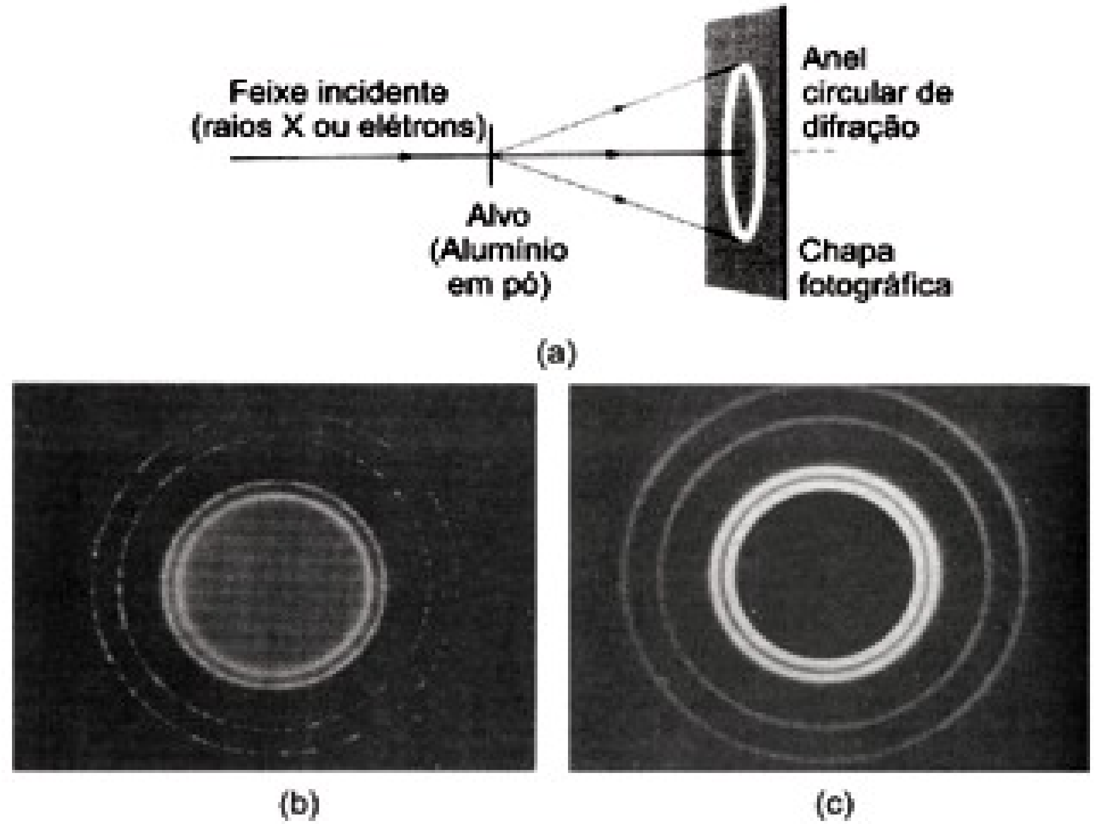


Figura 1 - Figuras de difração para a montagem, esquematicamente mostrada em (a). Em (b) temos o caso do feixe incidente como sendo de raios-X, enquanto em (c) temos o caso de elétrons. Vale observar que, para o caso da figura, o comprimento de onda de de Broglie, para os elétrons, é o mesmo que o dos fótons de raios-X. A semelhança nos padrões de difração é evidente (Fotos com publicação gentilmente autorizada por John Wiley Inc.).

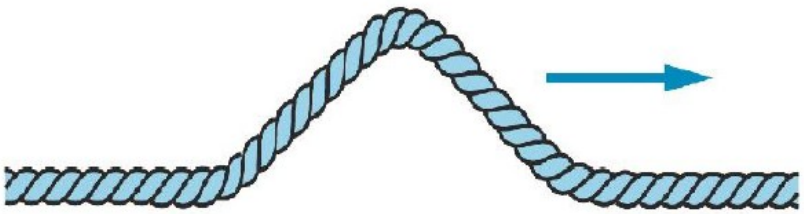
Logo depois, as propriedades ondulatórias foram confirmadas também para outras partículas: moléculas de H_2 (1930, Estermann, Stern e Frisch), átomos de He (1946, Fermi, Marshall e Zinn), mais recentemente prótons, nêutrons, …

Todas as partículas têm propriedades ondulatórias!

Ondas

O que é uma onda?

Uma variação, periódica ou não,
em alguma grandeza física *a*,
que se propaga pelo espaço.



Exemplos: Ondas sonoras: variações na pressão do ar,
Ondas eletromagnéticas: campos elétrico e magnético,
etc.

Ela satisfaz a Equação de Onda:
que é derivada dos processos
que causam a propagação
(para ondas sonoras, as interações entre as partículas do ar, para ondas eletromagnéticas, uma combinação das Leis de Maxwell, ..)

$$\boxed{\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}}$$

Ondas

O que é uma onda?

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}$$

Soluções são:

$a_+(x,t) = g(x - vt)$: onda de forma $g(x)$ propagando-se com velocidade v na direção $+x$, e

$a_-(x,t) = h(x + vt)$: " $h(x)$ " na direção $-x$.

No caso tri-dimensional, a segunda derivada é o operador laplaciano,

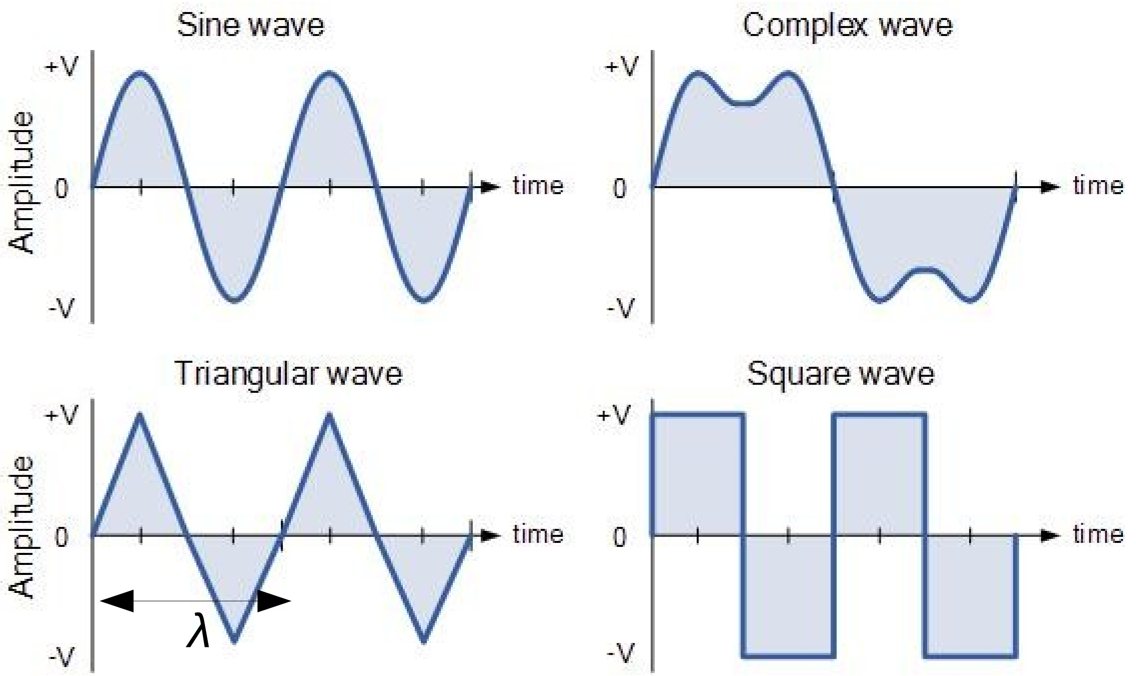
$\Delta = \nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$

Neste caso, as soluções são ondas propagando-se com velocidade v em qualquer direção.

Ondas

Ondas Periódicas

Um caso interessante são ondas periódicas.



São ondas, para aquelas vale

$$a(x, t) = a(x + n\lambda, t),$$
$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

definimos como comprimento de onda λ, a menor distância que realiza isto.

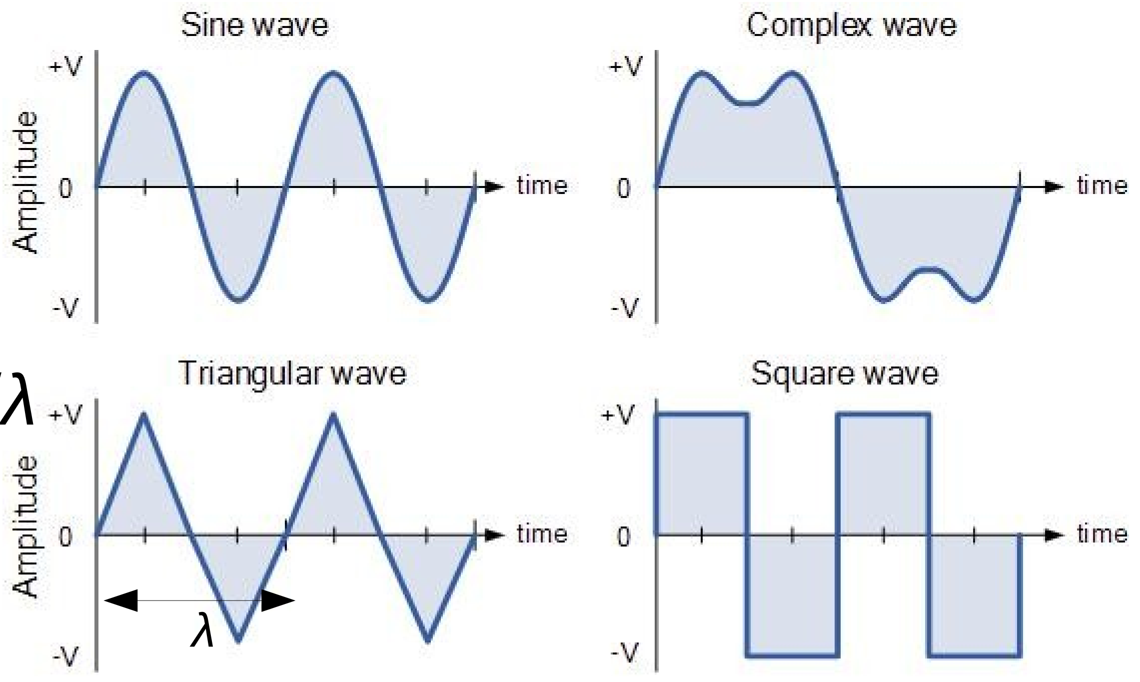
(Qualquer múltiplo inteiro de λ também realiza isto.)

Ondas

Ondas Periódicas

Então: sendo o
comprimento de onda λ,

definimos como
número de onda $k := 2\pi/\lambda$



Em uma dada posição
fixa, a grandeza a oscila
com período $T = \lambda/v$,
isto é, com frequência $\nu = 1/T = v/\lambda$

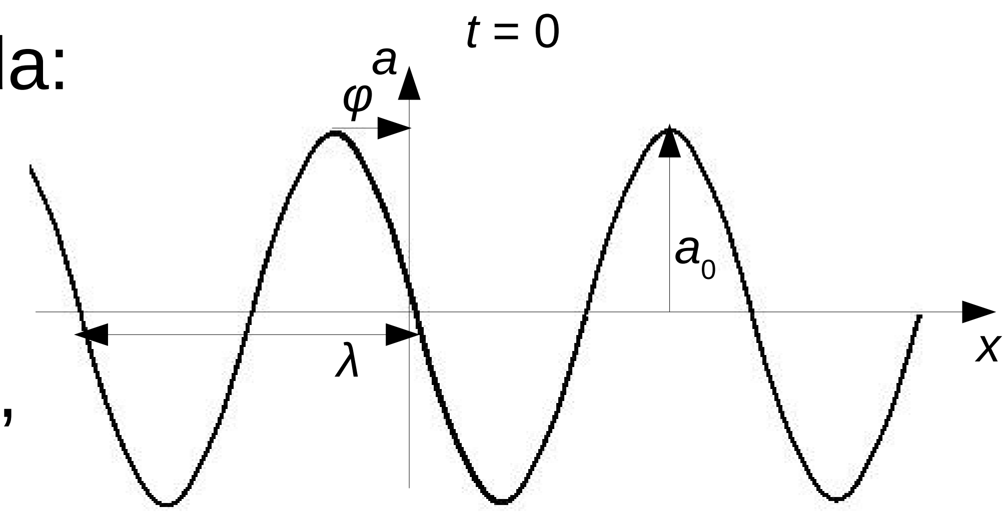
Ainda definimos a frequência angular $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$.

Para ondas propagando-se na direção $-x$, $v < 0$,
k e λ são negativos.

Ondas

Ondas Senoidais

Caso mais interessante ainda:



$$a = a_0 \cos(kx - \omega t + \varphi)$$
$$= a_0 \cos 2\pi(x/\lambda - t/T + \varphi)$$
$$= a_0 \cos [2\pi/\lambda \cdot (x - vt) + \varphi],$$

onde

a_0 é a amplitude da onda,

φ é chamado fase

(o deslocamento do pico da onda até $x = 0$ em $t = 0$).

Obviamente, $v = \lambda/T = \omega/k$.

Ondas

Interferência

Quando duas (ou mais) ondas a_1 e a_2 passam pela mesma região do espaço, elas se sobrepõem:

$$a(x, t) = a_1(x, t) + a_2(x, t)$$

fenômeno chamado interferência.

No caso de duas ondas senoidais temos

$$a(x, t) = a_{1,0} \cos(k_1 x - \omega_1 t + \varphi_1) + a_{2,0} \cos(k_2 x - \omega_2 t + \varphi_2)$$

Usando a identidade trigonométrica
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos[(\alpha + \beta)/2] \cdot \cos[(\alpha - \beta)/2]$
vamos agora achar umas propriedades interessantes de ondas em interferência.

Ondas

Interferência: ondas com a mesma frequência

Se as ondas têm a mesma frequência e se propagam na mesma direção: $\nu_1 = \nu_2 =: \nu$

=> $\omega_1 = \omega_2 =: \omega$, $\lambda_1 = \lambda_2 =: \lambda$, $k_1 = k_2 =: k$,

e têm a mesma amplitude $a_{0,1} = a_{0,2}$, a soma dá

$$a = 2a_{0,1} \cdot \cos\left((kx - \omega t + \varphi_1 + kx - \omega t + \varphi_2)/2\right)$$
$$\cdot \cos\left((kx - \omega t + \varphi_1 - kx + \omega t - \varphi_2)/2\right)$$
$$= a_0 \cos\left(kx - \omega t + (\varphi_1 + \varphi_2)/2\right),$$

onde $a_0 = 2 \cdot \cos((\varphi_1 - \varphi_2)/2) \cdot a_{0,1}$

=> uma onda com os mesmos frequência, comprimento de onda, etc. que as duas ondas a_1 e a_2.

Ondas

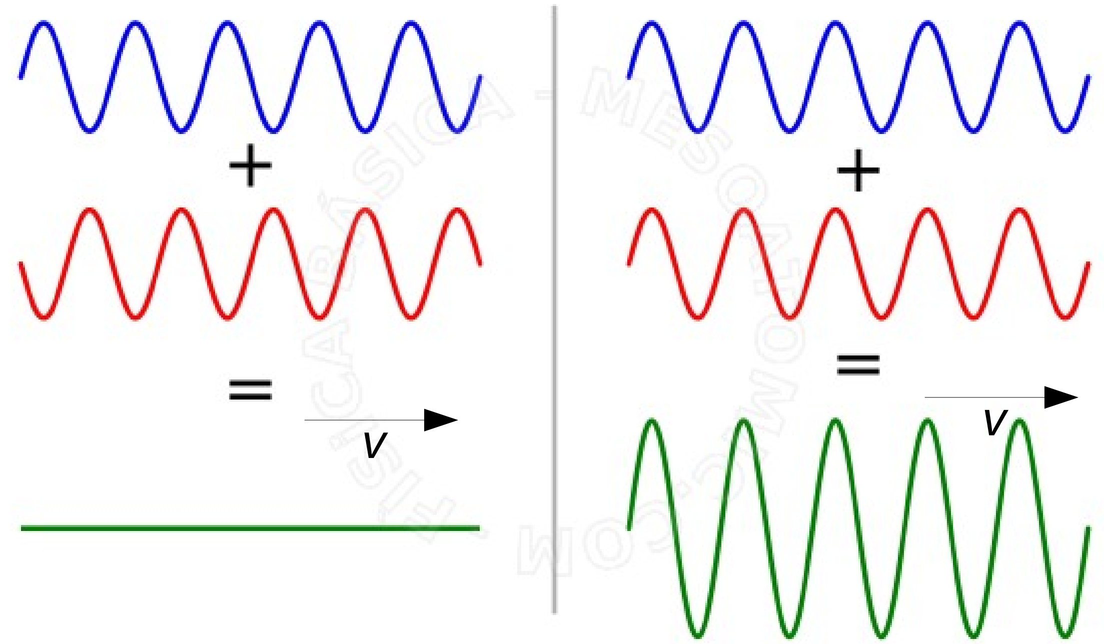
Interferência: ondas com a mesma frequência

$a = a_0 \cos(kx - \omega t + (\varphi_1 + \varphi_2)/2)$, onde $a_0 = 2\cos((\varphi_1 - \varphi_2)/2)\, a_{0,1}$

Dois casos especiais:

$\varphi_1 = \varphi_2 + (n + ½)\cdot 2\pi$,
exatamente fora de fase

$\varphi_1 = \varphi_2 + n\cdot 2\pi$,
exatamente em fase



$a_0 = 0$
interferência destrutiva

$a_0 = 2a_{0,1} = 2a_{0,2}$
interferência construtiva

Ondas

Interferência: ondas com a mesma frequência

$a = a_0 \cos(kx - \omega t + (\varphi_1 + \varphi_2)/2)$, onde $a_0 = 2 \cos((\varphi_1 - \varphi_2)/2)\, a_{0,1}$

=> Dependendo da diferença de fase, as ondas se amplificam (interferência construtiva) ou cancelam (interferência destrutiva).

=> Pela intensidade da onda resultante, dá para determinar a diferença de fase entre as ondas a_1 e a_2.

Na interferência de ondas com a mesma frequência e amplitudes diferentes, interferência construtiva e destrutiva também acontecem, mas no caso da destrutiva, o cancelamento não é total.

Ondas

Batimento

Ondas com quase a mesma frequência, $\nu_1 \approx \nu_2$

=> $\omega_1 \approx \omega_2$, $\lambda_1 \approx \lambda_2$, $k_1 \approx k_2$, $v_1 \approx v_2$

Para facilitar, tomamos $\nu_1 > \nu_2$, as duas amplitudes iguais, $a_{0,1} = a_{0,2}$, e as fases como zero, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$:

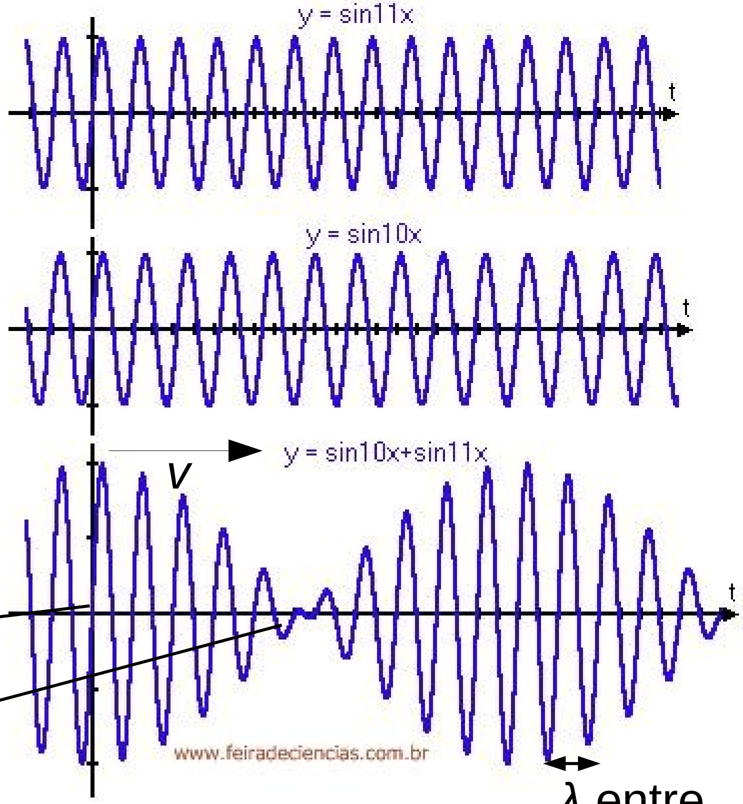
$$a = a_0 \underbrace{\cos\left(\tfrac{1}{2}(k_1+k_2)x - \tfrac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)t\right)}_{\substack{\text{onda com freq. } \frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2),\ k = \frac{1}{2}(k_1+k_2),\text{ e} \\ \text{velocidade } (\omega_1+\omega_2)/(k_1+k_2) =: v_f \approx v_1 \text{ ou } v_2 \\ \text{(chamado velocidade de fase),} \\ \text{isto é, similar às ondas } a_1 \text{ e } a_2}} \cdot \underbrace{\cos\left(\tfrac{1}{2}(k_1-k_2)x - \tfrac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)t\right)}_{\substack{\text{onda com frequência muito baixa,} \\ \text{e velocidade } (\omega_1-\omega_2)/(k_1-k_2) := v_g \\ \text{(chamado velocidade de grupo),} \\ \text{isto é, com período/c.d.o. longo}}},$$

onde $a_0 := 2a_{0,1} = 2a_{0,2}$

Ondas

Batimento

=> O resultado é uma onda com frequência/comprimento de onda bem similar às duas ondas originais, cuja amplitude oscila lentamente, fenômeno chamado batimento.



aqui, as duas ondas fazem interferência construtiva,

e aqui, destrutiva

λ entre λ_1 e λ_2

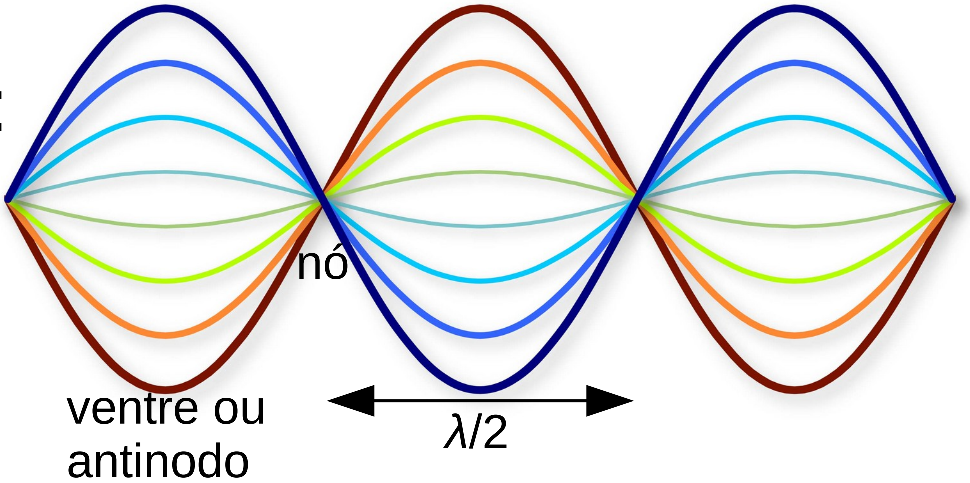
metade de $2\pi/[½(k_1 - k_2)]$ $= (\lambda_1^{-1} - \lambda_2^{-1})^{-1}$

Se as duas ondas têm amplitudes diferentes, há batimento também, mas a amplitude não chega a zero entre dois máximos.

Ondas

Ondas Estacionárias

Ondas com quase as mesmas frequência, $\omega_1 = \omega_2 =: \omega$,
e amplitude, $a_{0,1} = a_{0,2}$,
mas indo na direção oposta:
$k_1 =: k \Rightarrow k_2 = -k$
tomando $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$:



$\Rightarrow a = a_0 \cdot \cos(-\omega t) \cdot \cos(kx)$,
onde $a_0 := 2a_{0,1} = 2a_{0,2}$

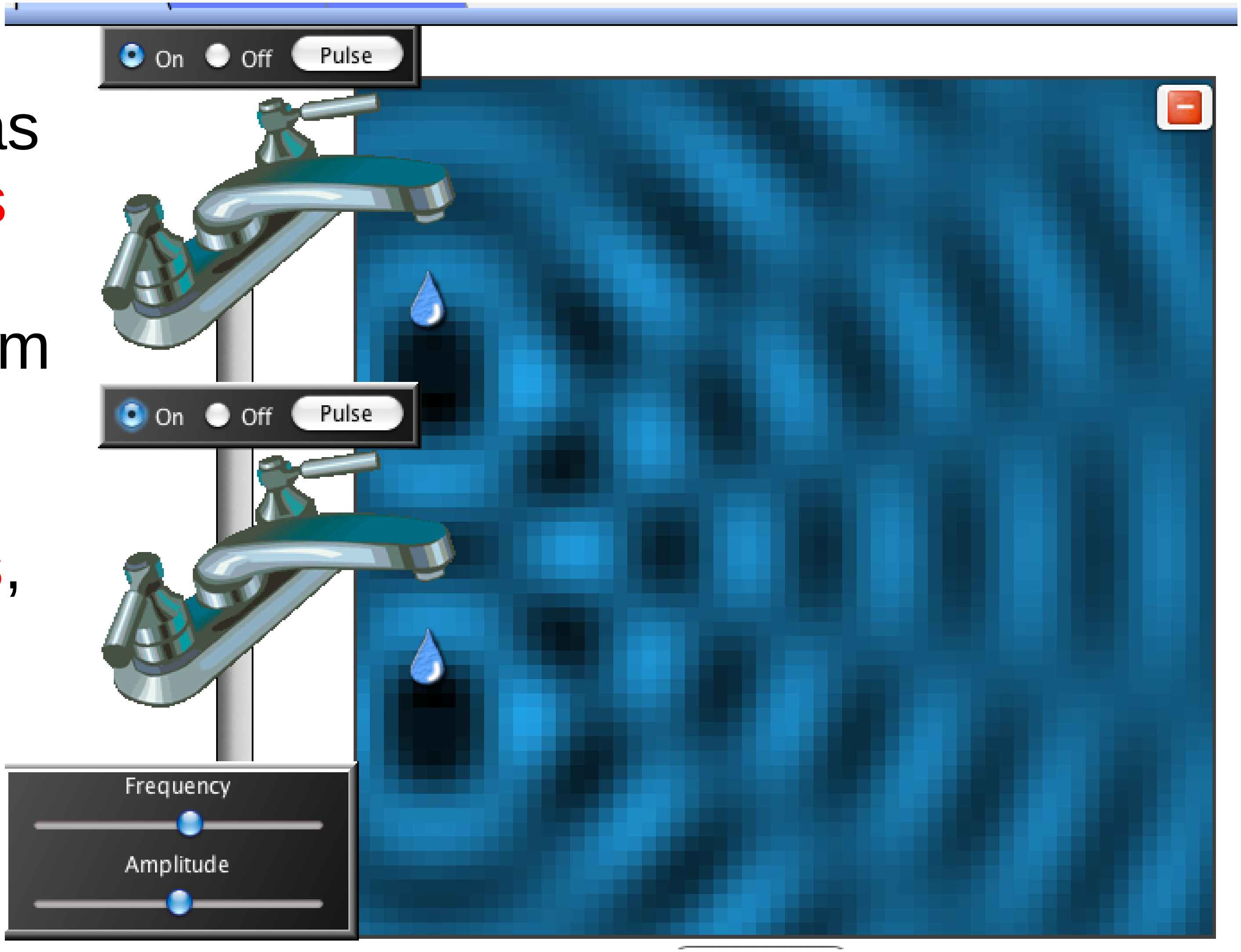
oscila muito em certas posições, os ventres (onde $kx = n\pi$),
e não oscila em outras posições, os nós (onde $kx = (n+½)\pi$).

=> Onda estacionária

Ondas

A Experiência da Fenda Dupla

No plano ou no espaço 3D, duas ondas esféricas com a mesma frequência fazem interferência construtiva em certas posições, e destrutiva em outras, assim produzindo um padrão de interferência.

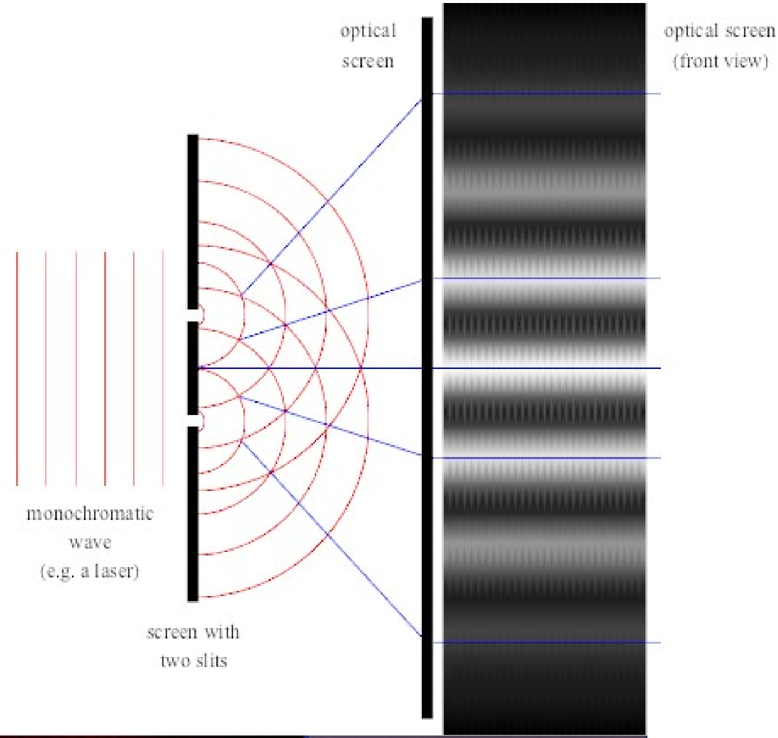


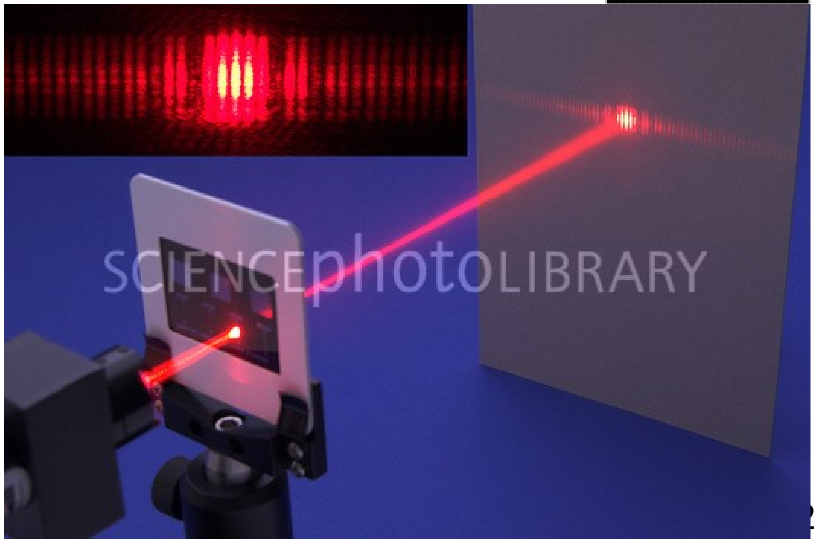
Ondas

A Experiência da Fenda Dupla

Esta situção pode ser gerada passando uma luz monocromática (i. e. um laser) por um par de fendas e colocando uma tela atrás.

Na tela aparece um padrão de interferência ou difração.





Pacotes de Ondas

Voltando ao Batimento

$$a = a_0 \cos\left(\tfrac{1}{2}(k_1+k_2)x - \tfrac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)t\right) \cdot \cos\left(\tfrac{1}{2}(k_1-k_2)x - \tfrac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)t\right),$$

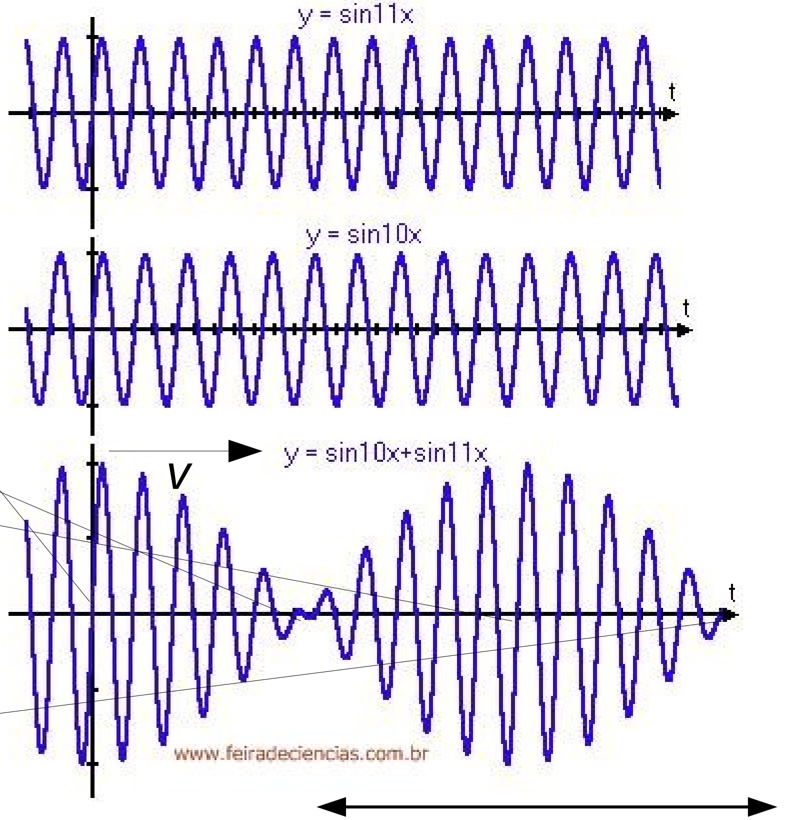
aqui, as duas ondas fazem interferência construtiva, por estarem em fase (diferença de fase 0)

e aqui, destrutiva, por estarem fora de fase (diferença de fase π)

aqui, elas fazem interferência construtiva de novo, por estarem em defasados por um comprimento de onda (diferença de fase 2π)

e aqui, destrutiva de novo, por estarem fora de fase de novo (diferença de fase 3π)

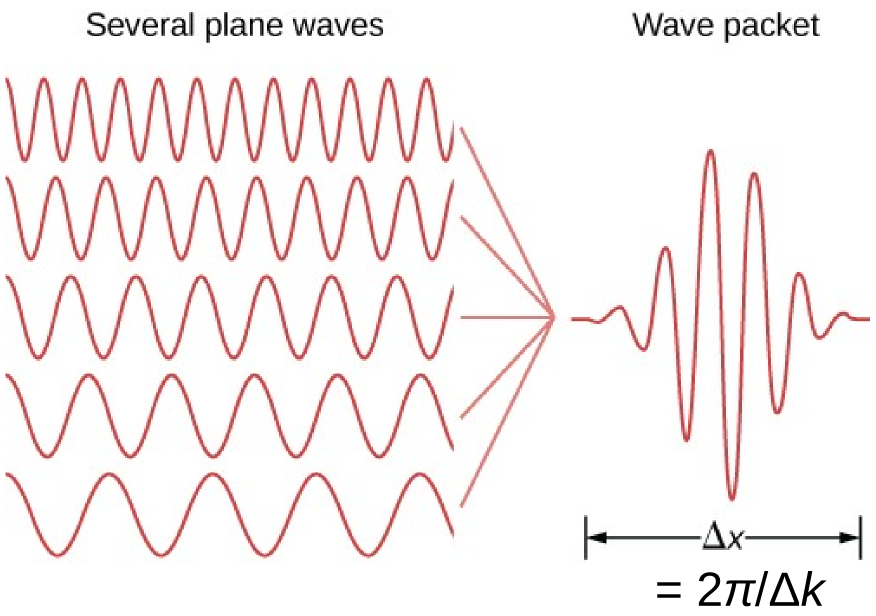
etc.



$2\pi/(k_1-k_2) = 2\pi/\Delta k$

Pacotes de Ondas

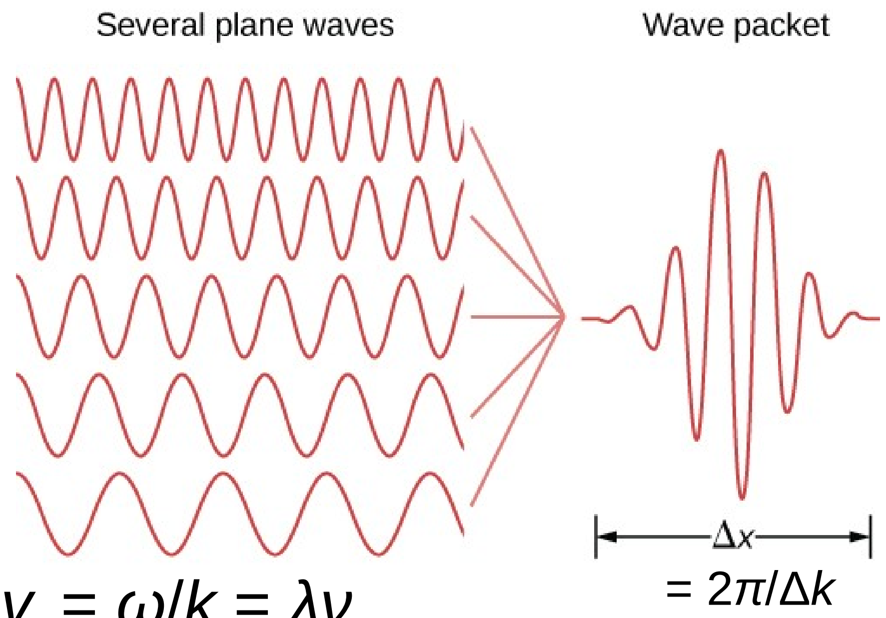
Somamos agora, além de a_1 e a_2, todas as ondas com número de onda entre k_1 e k_2, isto é, todas as ondas numa faixa Δk (centrada em $k := ½(k_1 + k_2)$) o que chamaremos de pacote de ondas.



Agora as ondas estarão em fase apenas uma vez. Lá, onde a_1 e a_2 estão em fase de novo (defasados por um comprimento de onda), as ondas intermediárias estão defasados por frações de um comprimento de onda e se cancelam com a_1 e a_2 e entre sí.

Pacotes de Ondas

=> Um pacote de ondas com números de onda numa faixa de largura Δk é localizado numa região de largura $\Delta x = 2\pi/\Delta k$ e se desloca com a velocidade de grupo $v_g = \Delta\omega/\Delta k$ ($\Delta\omega$: faixa de freq. angulares), enquanto as cristas da onda se deslocam com a velocidade de fase $v_f = \omega/k = \lambda\nu$.



Interpretando o pacote de ondas como uma partícula/onda com uma incerteza intrínseca no número de onda de Δk e uma incerteza na posição de Δx, podemos dizer:
Quanto melhor definido é o número de onda da partícula/onda, tanto menos bem definida é a sua posição.

Pacotes de Ondas

Os dois casos extremos:

- $\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta k = \infty$:

A posição é bem definida, mas o número de onda totalmente indefinido, i. e. as propriedades ondulatórias são totalmente perdidas

=> partícula clássica

- $\Delta k = 0 \Rightarrow \Delta x = \infty$:

O número de onda é bem definida, mas a posição é totalmente indefinida, i. e. as propriedades corpusculares são totalmente perdidas

=> onda clássica

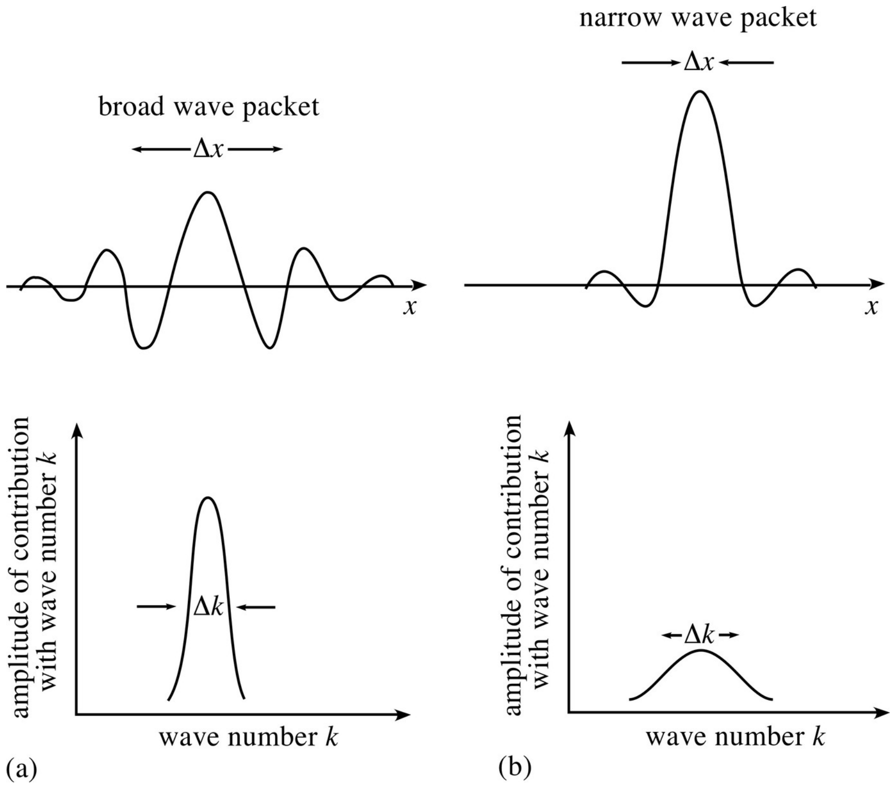
Podemos reformular a frase do slide anterior:

Quanto mais se manifesta a natureza corpuscular do pacote, tanto menos se manifesta a natueza ondulatória, e vice-versa.

=> Dualidade onda <=> partícula

Pacotes de Ondas

Na prática, a distribuição de números de onda de um pacote de ondas nunca é da forma “constante dentro de uma faixa Δk”, mas é mais para “distribuição gaussiana com largura Δk”.



No caso de uma gaussiana perfeita dá para calcular, que a largura da distribuição de posições é $\Delta x = 1 / 2\Delta k$,

$\Delta x \cdot \Delta k = ½$

Para distribuições gerais vale: $\Delta x \cdot \Delta k \geq ½$

Pacotes de Ondas

Em lugar de olhar pra onda em função da posição em um momento fixo, podemos olhar para ela em função do tempo numa posição fixa.

Em relação ao tempo, a frequência angular faz o papel que o número de onda faz em relação à posição, e podemos repetir todas as refleções dos últimos slides, substituindo x por t e k por ω.

De maneira análoga achamos: $\Delta t \cdot \Delta\omega \geq \frac{1}{2}$

onde $\Delta\omega$ é a largura da faixa (a incerteza) de frequências angulares do pacote de ondas, e Δt, o tempo que o pacote leva para passar pela posição fixa (a incerteza no momento de passagem).

Velocidade de Grupo e de Fase

Calculando as velocidades de grupo e de fase em termos da velocidade de deslocamento da partícula:

velocidade de grupo: $v_g = \Delta\omega/\Delta k = 2\pi\Delta E/h \,/\, 2\pi\Delta p/h = \Delta E/\Delta p$

- partículas não-relativísticas (velocidade v):

  $v_g = \Delta E/\Delta p = \Delta(\frac{1}{2}mv^2)/\Delta(mv) = mv\,\Delta v \,/\, m\,\Delta v = v$

- fótons (vel. c): $v_g = \Delta E/\Delta p = c\Delta p/\Delta p = c$

nada outro que a velocidade da partícula!

velocidade de fase: $v_f = \lambda\nu = \omega/k = h/p \cdot E/h = E/p$

- partículas não-relativísticas: $v_f = E/p = \frac{1}{2}mv^2 \,/\, mv = v/2$

  A onda se propaga mais lentamente que a partícula, resultando na dispersão da onda.

- fótons: $v_f = E/p = c$

  A onda acompanha o fóton => onda não-dispersiva.

vide https://www.youtube.com/watch?v=EIqKG5TiSYs.

Relações de Indeterminação

Supondo que uma partícula/onda pode ser descrita como pacote de ondas, podemos usar as relações de deBroglie pata traduzir o número de onda em momento linear e frequência (angular) em energia (total):

$p = h/\lambda = hk/2\pi = \hbar k$ e
$E = h\nu = h\omega/2\pi = \hbar\omega$

As incertezas nas duas grandezas viram:

$\Delta p = \hbar\Delta k$
$\Delta E = \hbar\Delta\omega$

!!! Estas, e Δx e Δt, são incertezas intrínsecas nas propriedades de uma partícula/onda, não simplesmente limitações nos aparelhos de medição.

Relações de Indeterminação

Assim, as relações achadas mais cedo nesta aula,

$\Delta x \cdot \Delta k \geq ½$ e $\Delta t \cdot \Delta \omega \geq ½$,

se tornam

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$ e
$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$

chamadas
relações de indeterminação ou
princípio de incerteza
de Heisenberg (1927).


Werner Heisenberg

Existem relações similares para outros pares de grandezas.

Relações de Indeterminação

No caso tri-dimensional,
a relação de incerteza
posição - momento
são, na verdade, três:

$$\Delta p_x \, \Delta x \geq \tfrac{1}{2}\hbar,$$
$$\Delta p_y \, \Delta y \geq \tfrac{1}{2}\hbar,$$
$$\Delta p_z \, \Delta z \geq \tfrac{1}{2}\hbar.$$

Werner Heisenberg

Relações de Indeterminação

Em palavras:

Quanto melhor determinada é a posição de uma partícula, tanto menos bem definida é o seu momento linear.

e

Quanto melhor determinada é a energia (por exemplo, a energia de excitação de um estado quântico), tanto menos bem definida é o seu “tempo” (neste caso, o tempo de vida do estado).

Relações de Indeterminação

Em

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2$ e
$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$

se trata de estimativas de ordens de grandeza (o "$= \hbar/2$" vale apenas para distribuições gaussianas de probabilidades de valores, no resto dos casos temos "$>$"), tal que, na prática, frequentemente usamos $\hbar$ em lugar de $\hbar/2$.

Relações de Indeterminação

Algumas Consequências das Relações de Indeterminação

Energia Mínima de uma Partícula em uma “Caixa”

Melhor dito: confinada a uma região de dimensão L:

$\Rightarrow \Delta x = L \qquad \Rightarrow \Delta p \geq \hbar/L$

Mas ($\langle\cdot\rangle$ e $\overline{\cdot}$ significam valor médio):

$(\Delta p)^2 = \langle(p - \bar{p})^2\rangle = \langle p^2 - 2p\bar{p} + \bar{p}^2\rangle = \langle p^2\rangle$

$\bar{p} = 0$, a partícula não se desloca mediado sobre o tempo

$\Rightarrow \langle p^2\rangle = (\Delta p)^2 = (\hbar/L)^2$

=> Energia (cinética) média: $E = \langle p^2\rangle/2m \geq \hbar^2/2mL^2$

=> Uma partícula presa numa “caixa” tem uma energia mínima $\neq 0$, chamada energia de ponto zero, e está em movimento, até em temperatura absoluta zero (0 K).

Relações de Indeterminação

Algumas Consequências das Relações de Indeterminação

Tamanho do átomo de Hidrogênio (modelo planetário)

O princípio de incerteza também implica em um tamanho mínimo dos átomos, isto é, um raio mínimo da órbita(s) do(s) elétron(s):
Se o posição do elétron é limitada “demais”, a incerteza no seu momento linear, e então, na sua velocidade, fará que logo logo a posição não será mais tão limitada.

Tomamos como medida da incerteza na posição do elétron o raio da sua órbita:

$\Delta x = r \;\; \Rightarrow \; \langle p^2 \rangle = (\Delta p)^2 \geq \hbar^2/r^2$

Estamos interessados no mínimo, então usamos $\langle p^2 \rangle = \hbar^2/r^2$

Relações de Indeterminação

Algumas Consequências das Relações de Indeterminação

Tamanho do átomo de Hidrogênio (modelo planetário)

Usando (=> dedução na aula sobre o átomo de Bohr)

$p = \sqrt{e^2 m_e / 4\pi\varepsilon_0 r}$:

=> $\langle p^2 \rangle = e^2 m_e / 4\pi\varepsilon_0 r = \hbar^2 / r^2$

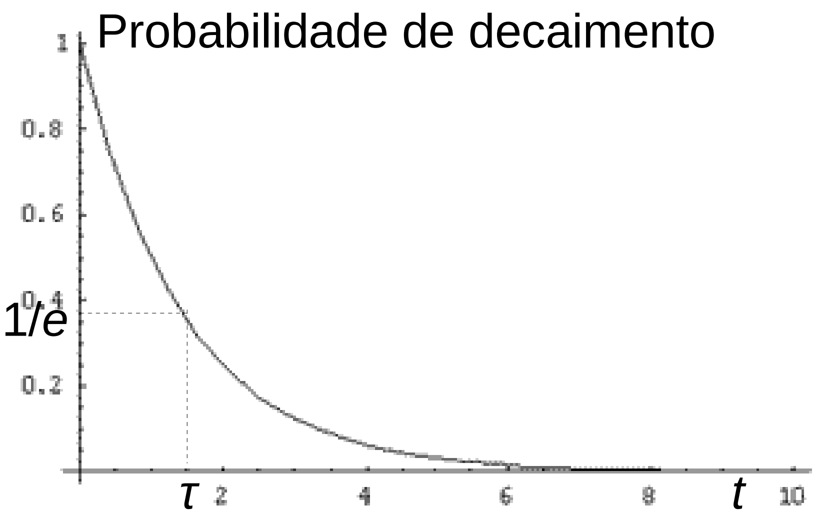
=> $r = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / e^2 m_e = a_0$

Exatamente o raio da primeira órbita de Bohr!

Relações de Indeterminação

Largura das Linhas Espectrais

Um sistema com níveis de energia (como o átomo de Bohr) que se encontra em um nível excitado, se desexcitará para o nível fundamental (ou outro nível mais baixo) após um certo tempo.

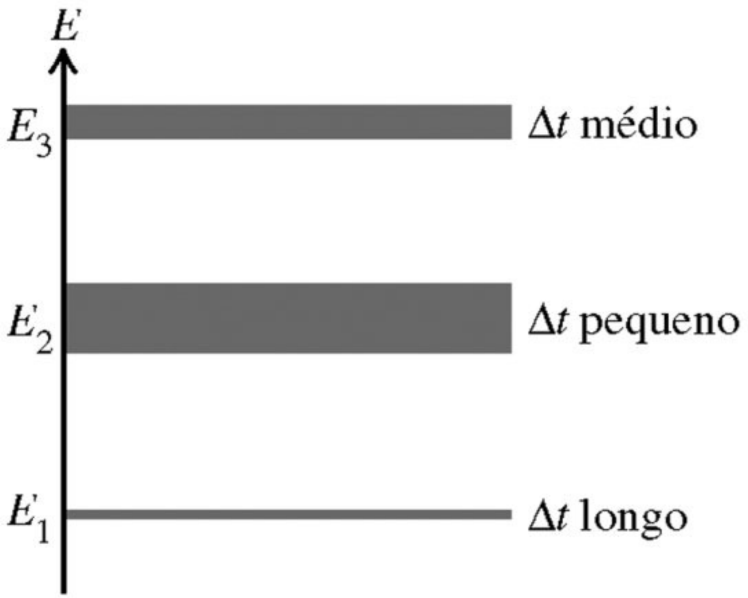


A probabilidade deste decaimento cai exponencialmente com o tempo: $P(t)dt$ prop. $e^{-t/\tau}dt$.
Onde τ é valor médio (ponderado) de todos os possíveis tempos de vida, chamado vida média.
O próprio τ também é uma medida pra incerteza no tempo de vida do estado, $\Delta\tau = \tau$.

Relações de Indeterminação

Largura das Linhas Espectrais

Também há uma incerteza na energia do estado excitado, dada pelo princípio de incerteza
$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$ (ou $\hbar$),
também chamada largura intrínseca da linha espectral gerado no decaimento:

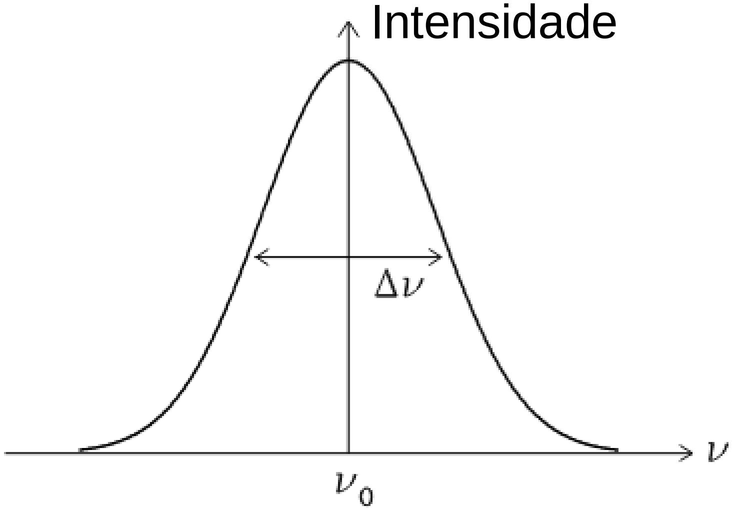


$\Gamma_0 = \Delta E \geq \hbar/\Delta t = \hbar/\Delta\tau = \hbar/\tau$,

da ordem de 10^{-7} eV para transições atômicas.

Relações de Indeterminação

Largura das Linhas Espectrais



Em termos de frequência da linha, a incerteza é (já que $E = h\nu$):

$$\Delta\nu = \Delta E/h = \hbar/h\Delta t = 1/2\pi\tau,$$

e no comprimento de onda (já que $E = hc/\lambda \Rightarrow \lambda = hc/E$):

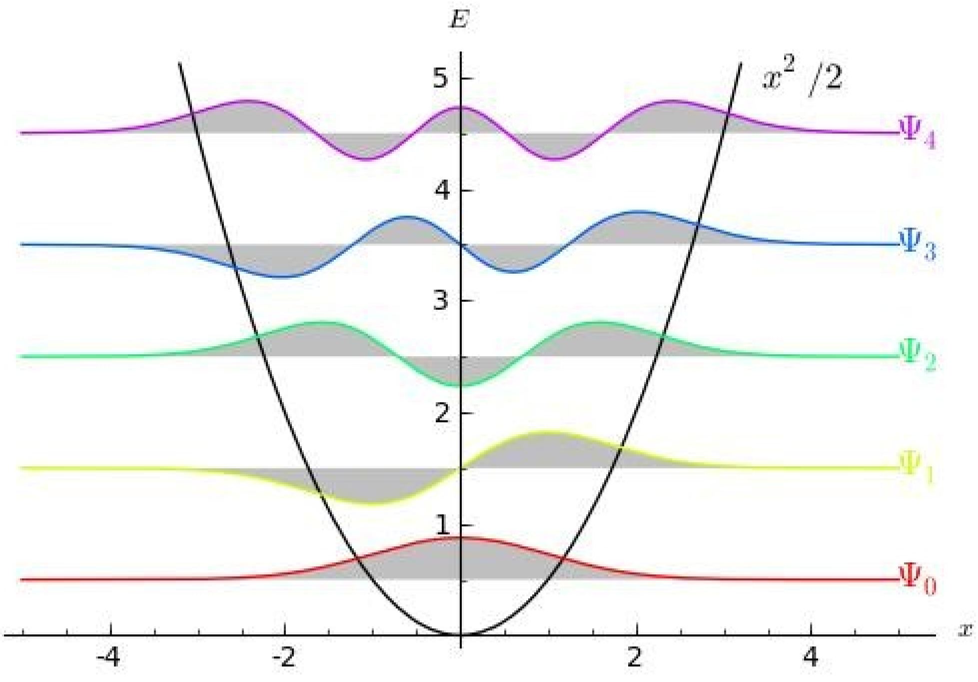
$$\Delta\lambda = |d\lambda/dE|\cdot\Delta E = |-hc/E^2|\cdot\hbar/\tau = h\hbar c/E^2\tau = \hbar\lambda/E\tau$$

A largura intrínseca é normalmente desprezível comparada a outros efeitos que alargam linhas espectrais como efeito Doppler, efeito de recuo, colisões atômicas, etc.

Física Quântica

FIM PARA HOJE

Universidade Federal do ABC



http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html