



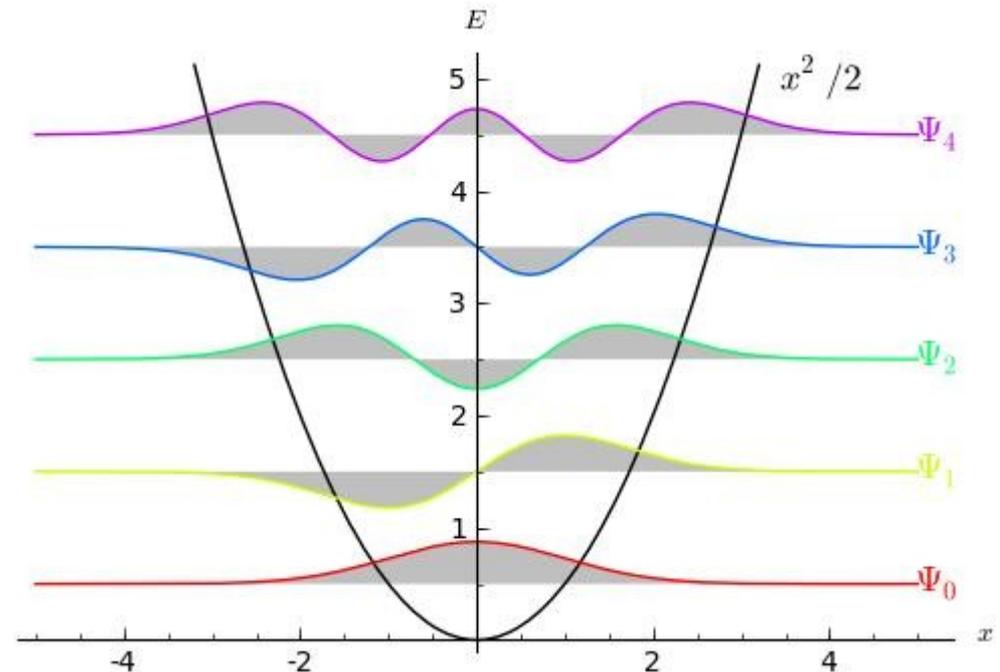
Universidade Federal do ABC

# Mecânica Quântica

## Aula 6: Experimento de Franck-Hertz; Regras de quantização

Pieter Westera

[pieter.westera@ufabc.edu.br](mailto:pieter.westera@ufabc.edu.br)



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>

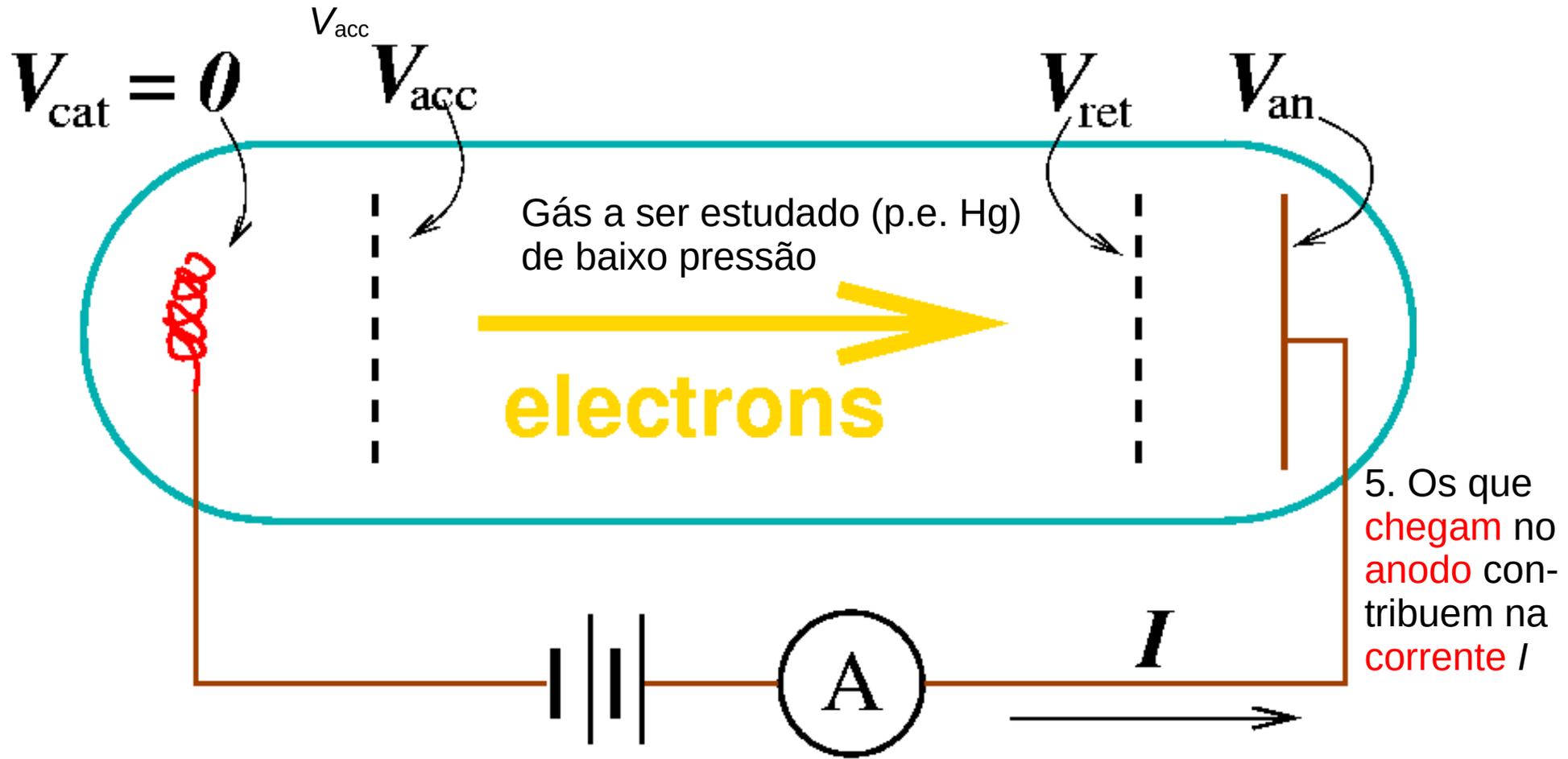
# O Experimento de Franck-Hertz

1: **elétrons saem do cátodo**

2. são **acelerados** pelo **potencial**

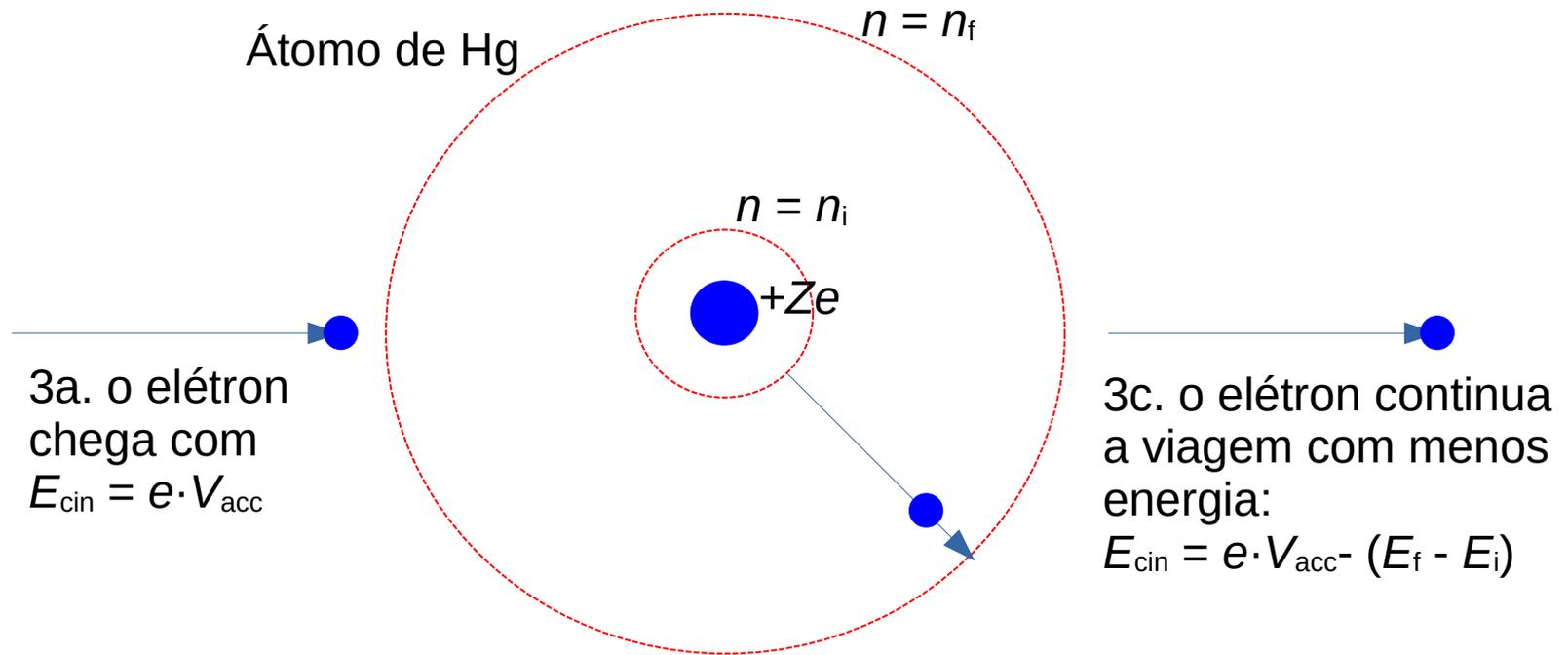
3. **Interagem** com o **gás** da amostra

4. **superam** (ou **não**) a **diferença de potencial**  $V_{an} - V_{ret}$



# O Experimento de Franck-Hertz

O que acontece no passo 3 (elétrons interagem com o gás da amostra)?

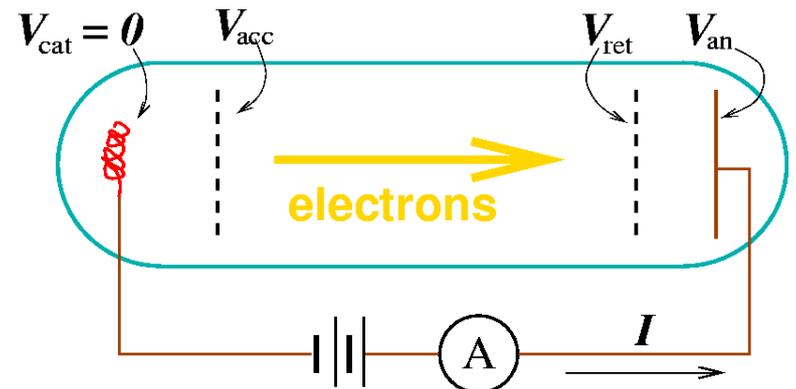
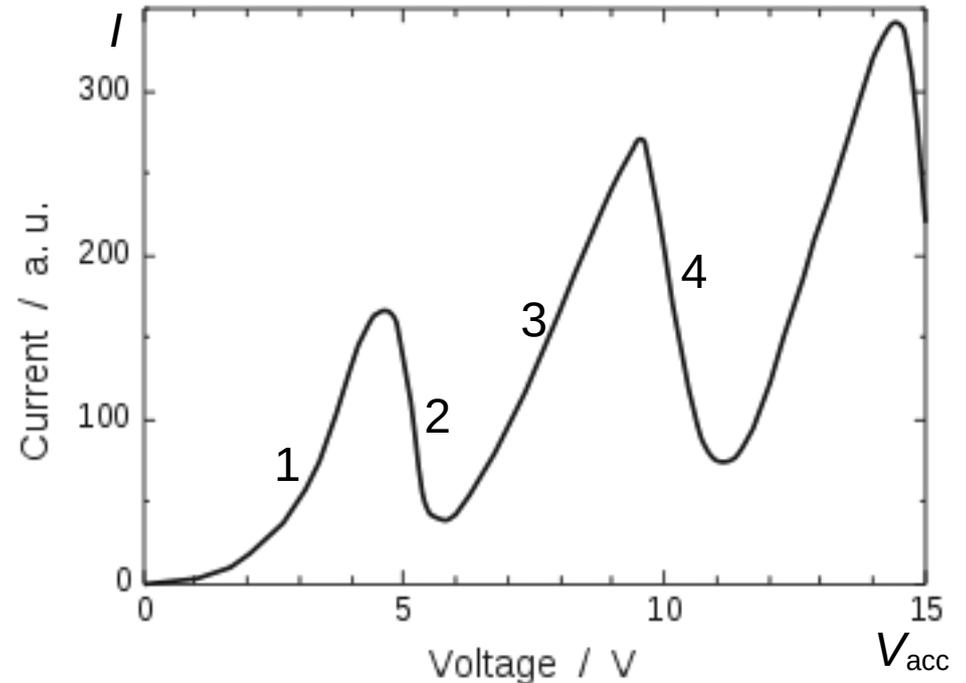


Isto só pode acontecer, se a **energia inicial**  $e \cdot V_{acc}$  dá pra **excitar** o átomo:  $e \cdot V_{acc} \geq E_f - E_i$ .  
Senão, o **elétron não perde energia**.  $E_{cin}$  continua sendo  $e \cdot V_{acc}$ .

# O Experimento de Franck-Hertz

## Aumentando o potencial $V_{acc}$

1. A **corrente aumenta**, por que cada vez **mais elétrons** conseguem **superar**  $V_{an} - V_{ret}$
2. Quando a **energia**  $e \cdot V_{acc}$  **alcança** o **valor**  $E_f - E_i$ , boa parte dos **elétrons** **perde energia** para os **átomos** de Hg e **não** consegue mais **superar**  $V_{an} - V_{ret}$ .
3. A **corrente aumenta** de novo, por que até  $E_{cin} = e \cdot V_{acc} - (E_f - E_i)$  dá pra **superar**  $V_{an} - V_{ret}$ .
4. Quando  $e \cdot V_{acc}$  alcança  $2 \cdot (E_f - E_i)$ , muitos **elétrons interagem duas vezes** com os átomos de Hg, **perdem**  $2 \cdot (E_f - E_i)$ , etc.



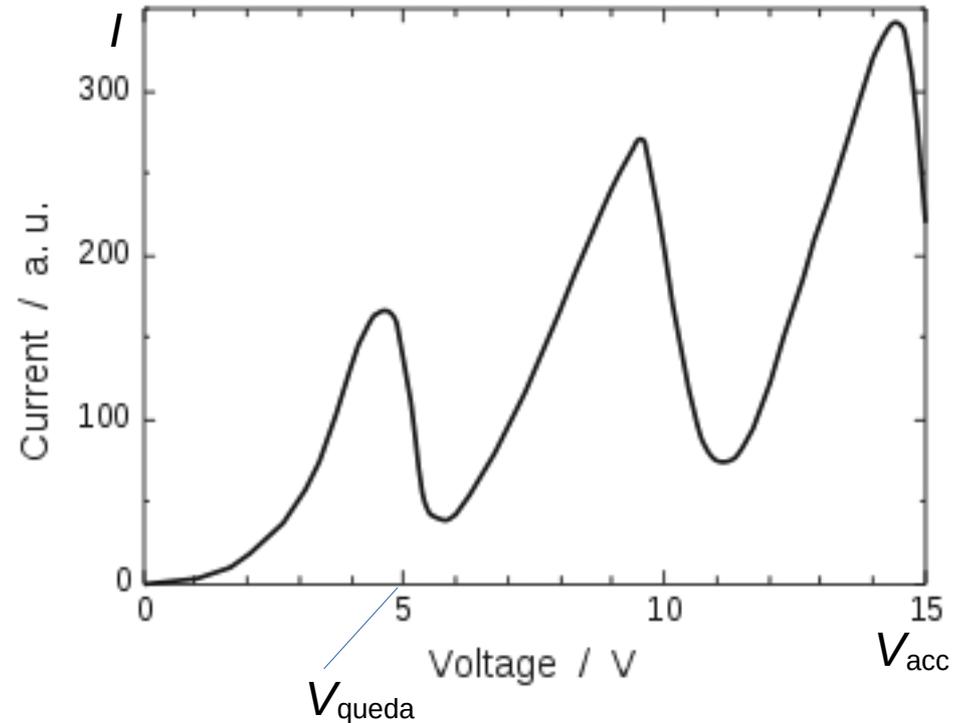
# O Experimento de Franck-Hertz

A partir dos **valores** de  $V_{\text{acc}}$  de **queda** de **corrente**, pode se determinar  $E_f - E_i = e \cdot V_{\text{queda}}$ .

As **energias** obtidas **correspondem** realmente a **linhas** do **espectro** eletromagnético do **elemento**!

=> **Confirmação** da existência dos níveis de **energia quantizadas**.

=> Outro **método** para **medir** diferenças entre os **níveis** de **energia** dos **elementos** (além do espectro eletromagnético).



Espectroscopia por perda de energia de elétrons  
(EELS, do inglês *Electron Energy Loss Spectroscopy*).

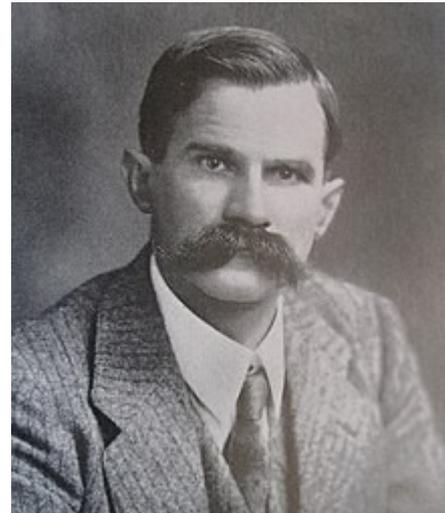
# Regras de Quantização

## Regra de Wilson-Sommerfeld

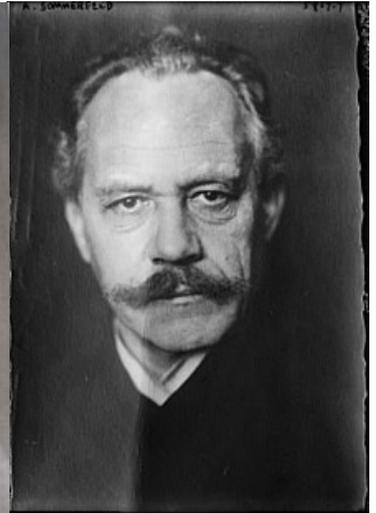
Para qualquer **sistema físico** na qual as **coordenadas** são **funções periódicas** do tempo, existe uma **condição quântica** para **cada coordenada**:

Esta condição é:  $\oint p_q dq = n_q h$ ,

onde  $q$  é uma **coordenada**,  $p_q$  é o **momento associado** a esta coordenada,  $n_q$  é um **número inteiro** (um **número quântico**), e a **integração** é tomada sobre um **período** da coordenada  $q$ . A integral também é chamada **integral de fase**.



William Wilson  
(1875-1965)



Arnold Sommerfeld  
(1868-1951)

# Regras de Quantização

## Exemplo: O Oscilador Harmônico

Lembrete das aulas de mecânica:

Em um **oscilador harmônico** simples (**massa**  $m$  sob influência de uma **força restauradora**  $F = -kx$ ), a **frequência de oscilação** é  $\omega = \sqrt{k/m}$  ou  $\nu = \sqrt{k/m}/2\pi$ .

**Conservação da energia:**

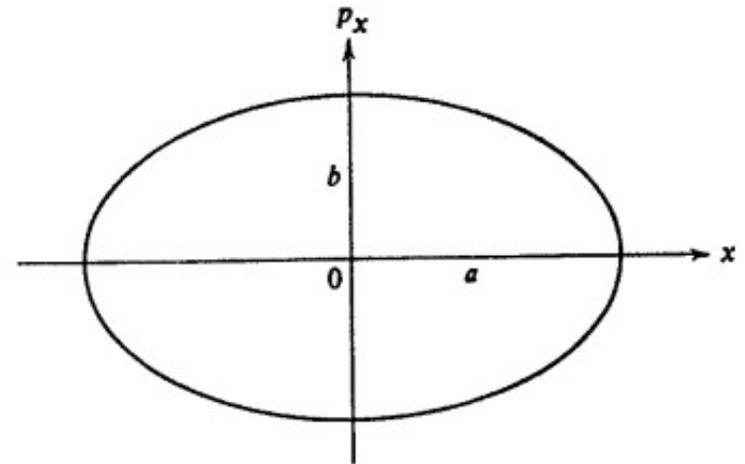
$$E = K + V = p_x^2/2m + kx^2/2$$

$$\text{ou } p_x^2/2mE + kx^2/2E = 1,$$

o que é a equação de uma **elipse** no **plano  $x$ - $p_x$**  com **semi-eixos**

$$a = \sqrt{2E/k} \text{ (na direção } x) \text{ e}$$

$$b = \sqrt{2mE} \text{ (na direção } p_x)$$



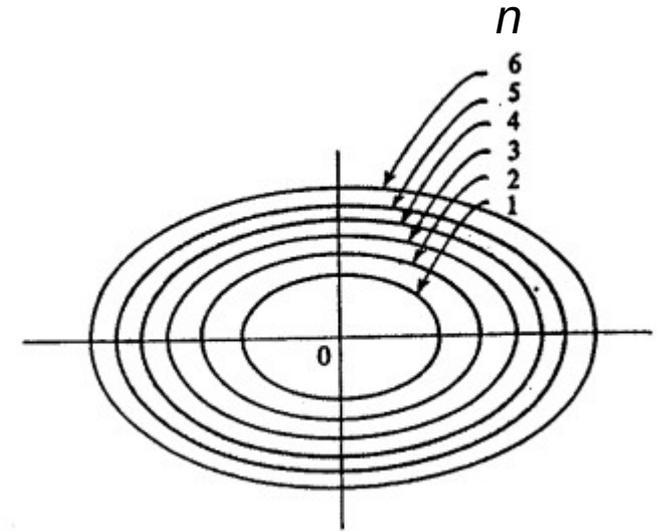
# Regras de Quantização

## Exemplo: O Oscilador Harmônico

Tomando, na **integral** de **Wilson-Sommerfeld**,  $q = x$ , e  $p_q = p_x$ , ela **equivale** à **área** desta **elipse**,

$$2\pi E/\sqrt{k/m} = E/\nu \Rightarrow E = n_x h\nu \equiv nh\nu,$$

que é justamente a **Lei** de **quantização** de **Planck** (os **níveis** de **energia** são **espaçados** por  $h\nu$ ).



Veremos mais pra frente que, no oscilador harmônico quântico, os níveis são  $(n + 1/2) \cdot h\nu = (n + 1/2) \cdot \hbar\omega$ , de fato espaçados por  $h\nu$ .

# Regras de Quantização

## No Átomo de Bohr

Tomando como  $q$  a **coordenada angular** ao longo de uma órbita de Bohr  $\theta$ ,  $q = \theta$ , o **momento correspondente** é o **momento angular**

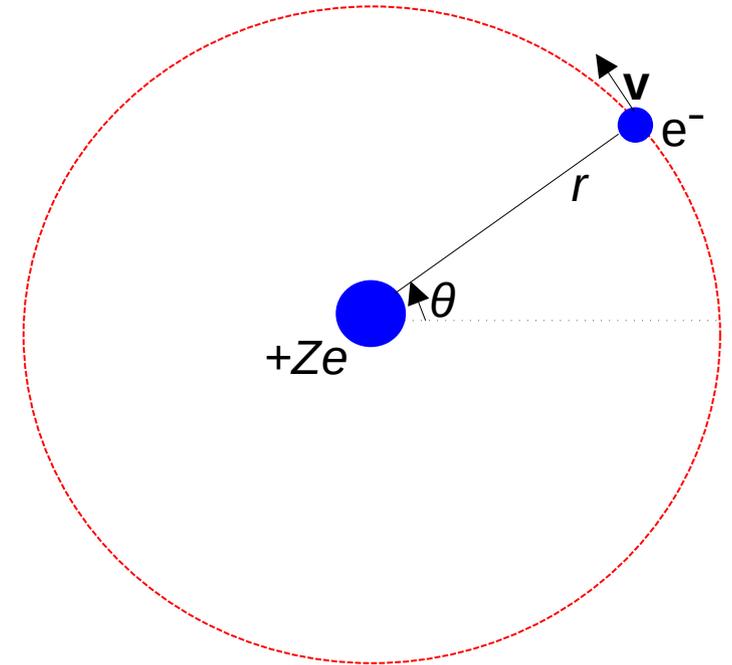
$$p_q = p_\theta = L = mvr$$

Assim, a **integral de fase** dá:

$$\oint p_\theta d\theta = \int_0^{2\pi} L d\theta = 2\pi L = n_\theta h \equiv nh$$

$$\Rightarrow L = nh/2\pi = n\hbar,$$

a **lei de quantização** de Bohr.



# Louis V. de Broglie (1924)

Foi esta a **inspiração** pra **relação** de **de Broglie**,  $p = h/\lambda$ .

Já que, no **átomo** de **Bohr** temos:

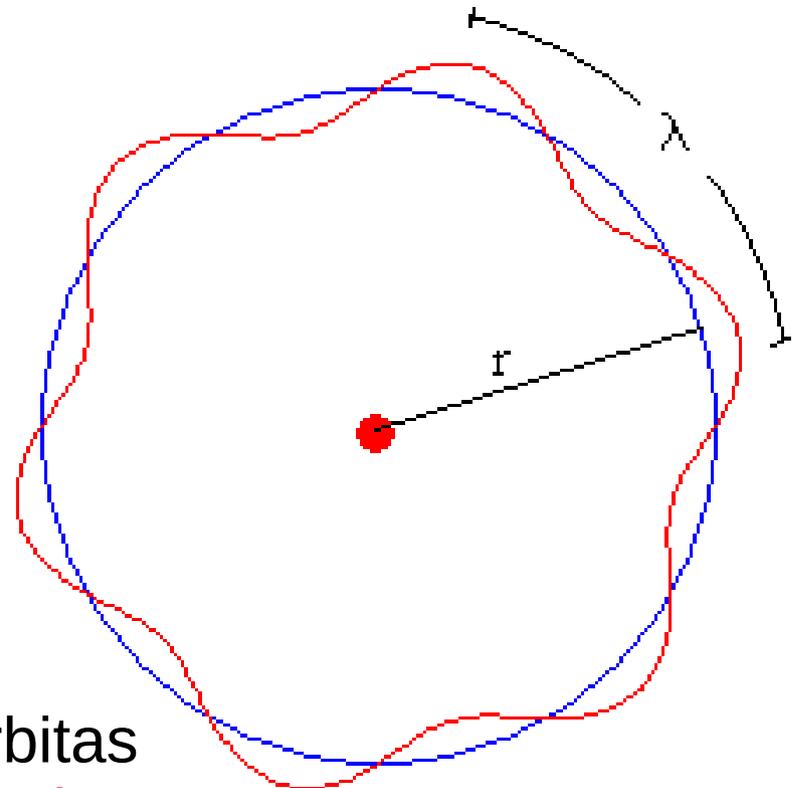
$$L_n = p_n r_n = n\hbar = nh/2\pi$$

$$\Rightarrow 2\pi r_n = nh/p_n = n\lambda_n$$

Se os **elétrons** têm os **comprimentos de onda** previstos por **esta relação**, eles fazem **ondas estacionárias** nas suas **órbitas**.

Isto é, as **circunferências** das suas órbitas são **múltiplas** dos seus **comprimentos de onda**.

$\Rightarrow$  As ondas-elétron fazem **interferência construtiva consigo** mesmas.



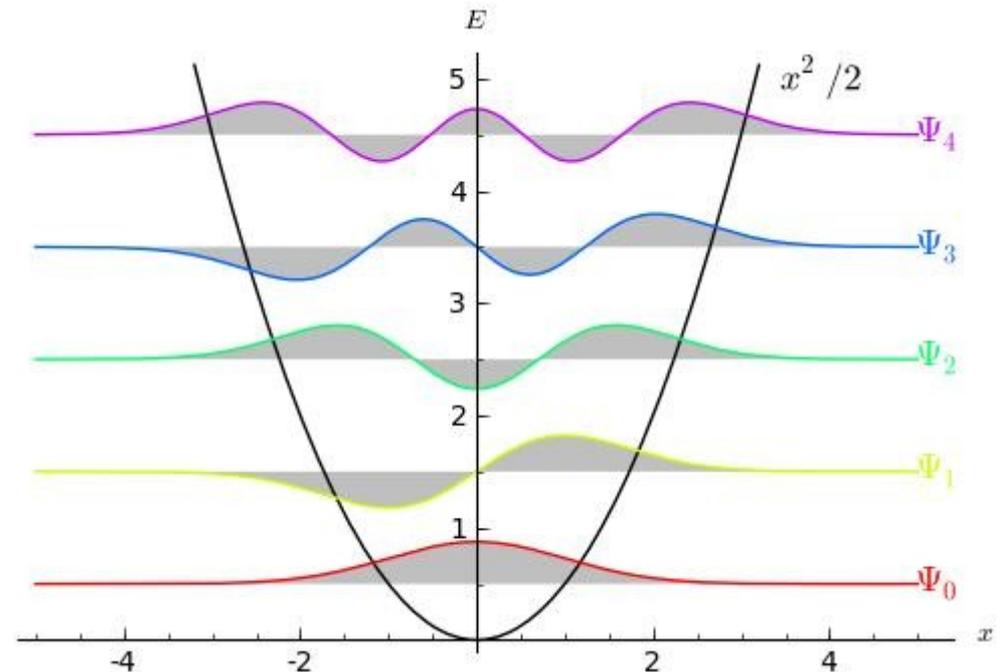
6ª órbita de Bohr

Física Quântica

FIM PARA HOJE



Universidade Federal do ABC



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>