

Mecânica Quântica

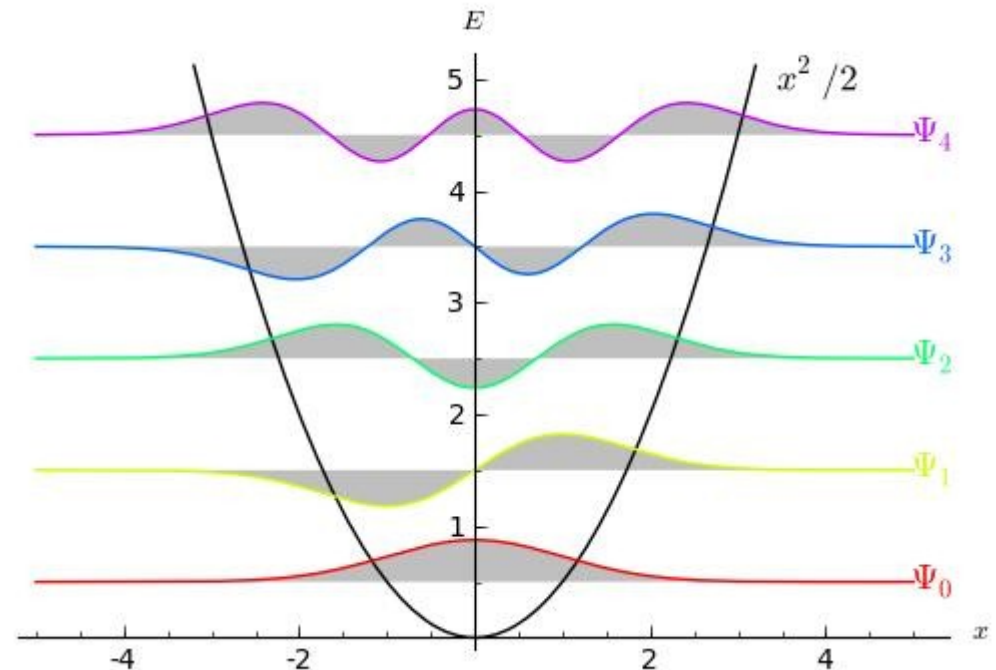
Aula 6: Experimento de Franck-Hertz; Regras de quantização

Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br



Universidade Federal do ABC



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>

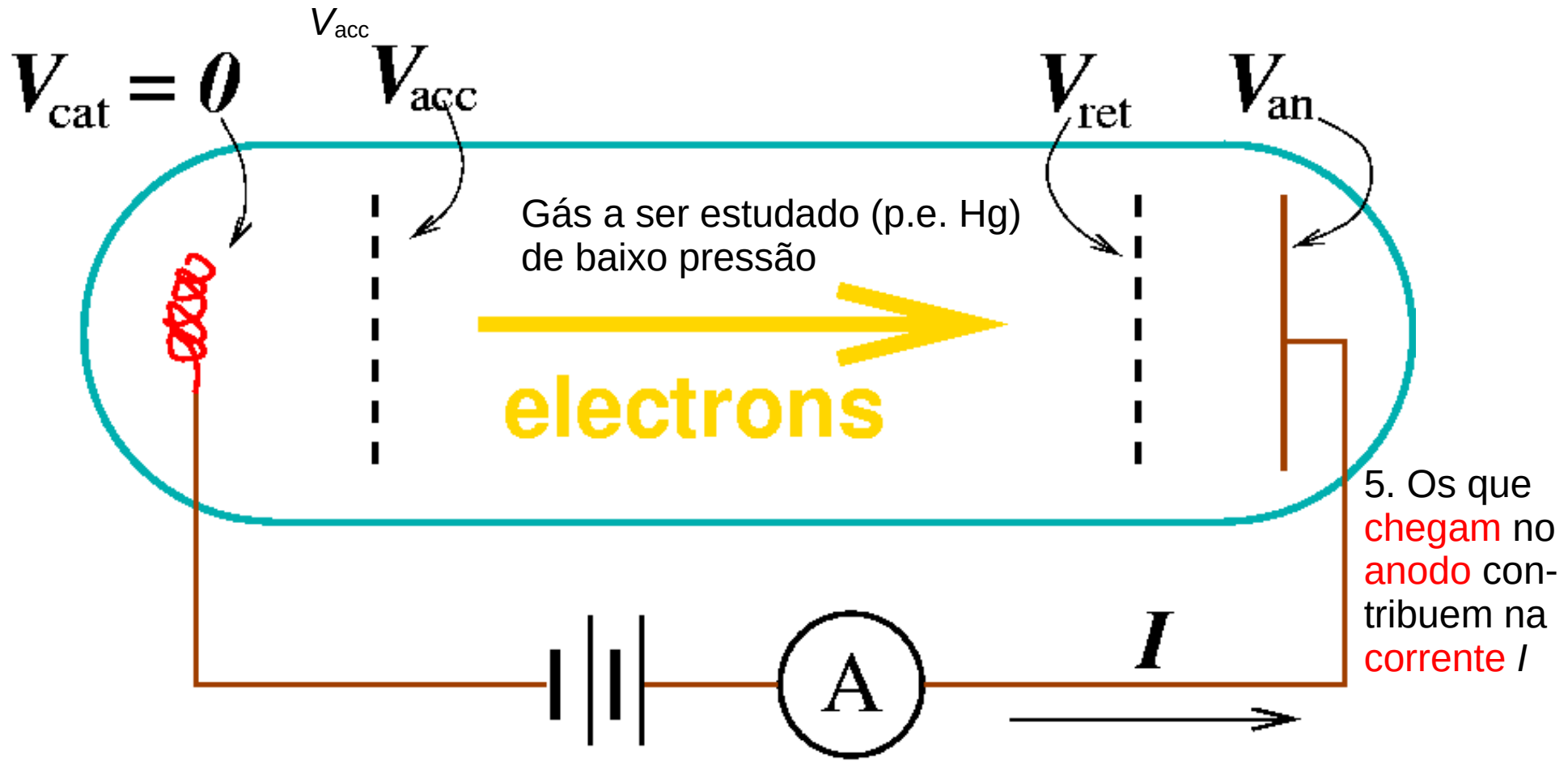
O Experimento de Franck-Hertz

1: **elétrons saem do cátodo**

2. são **acelerados** pelo **potencial**

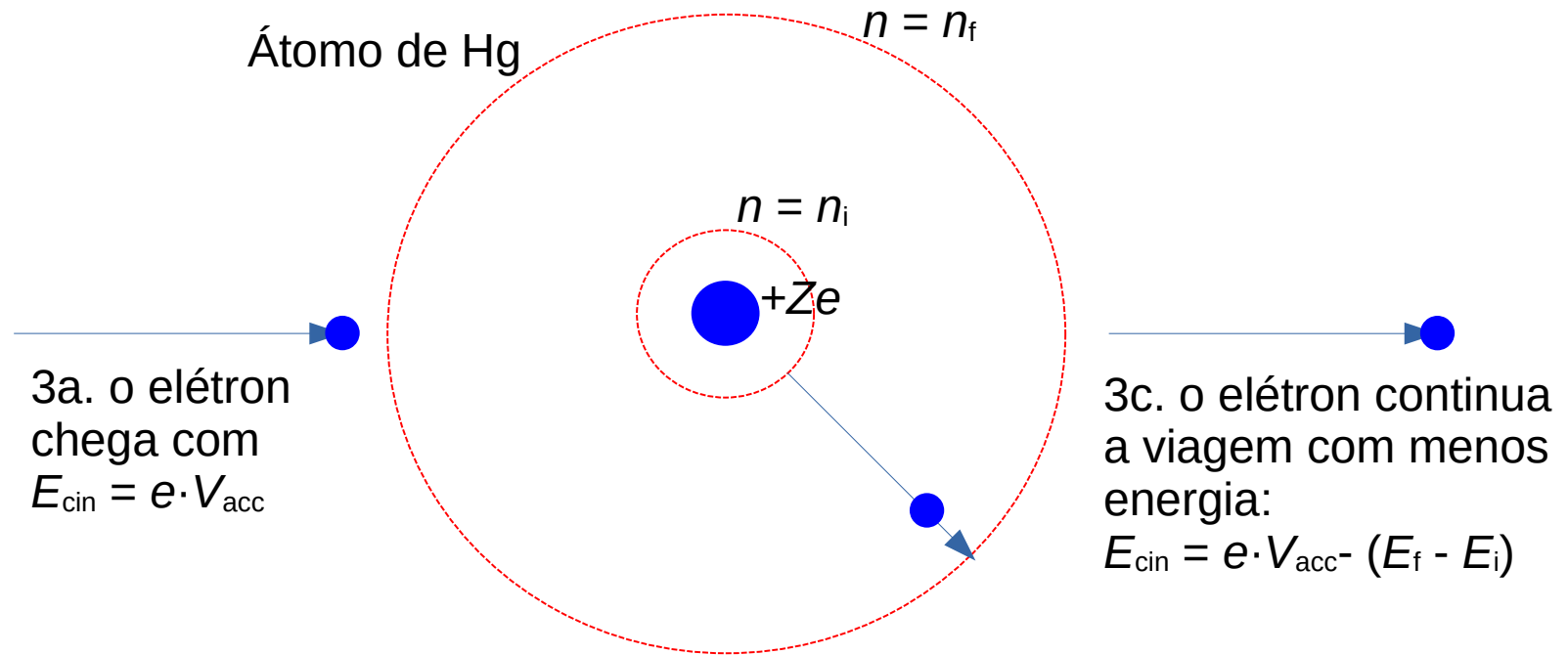
3. **Interagem** com o **gás** da amostra

4. **superam** (ou **não**) a **diferença de potencial** $V_{an} - V_{ret}$



O Experimento de Franck-Hertz

O que acontece no passo 3 (elétrons interagem com o gás da amostra)?

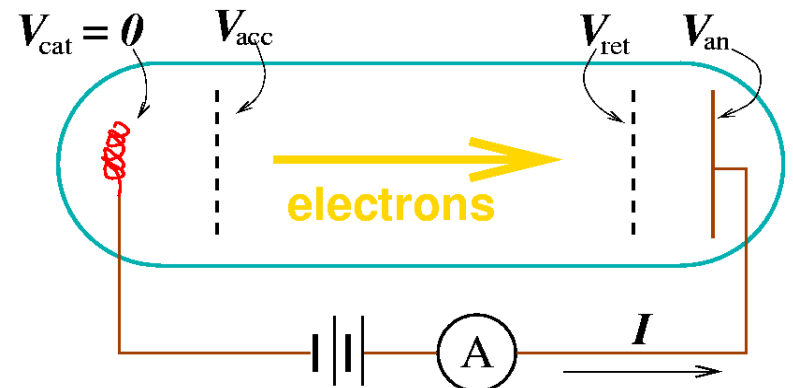
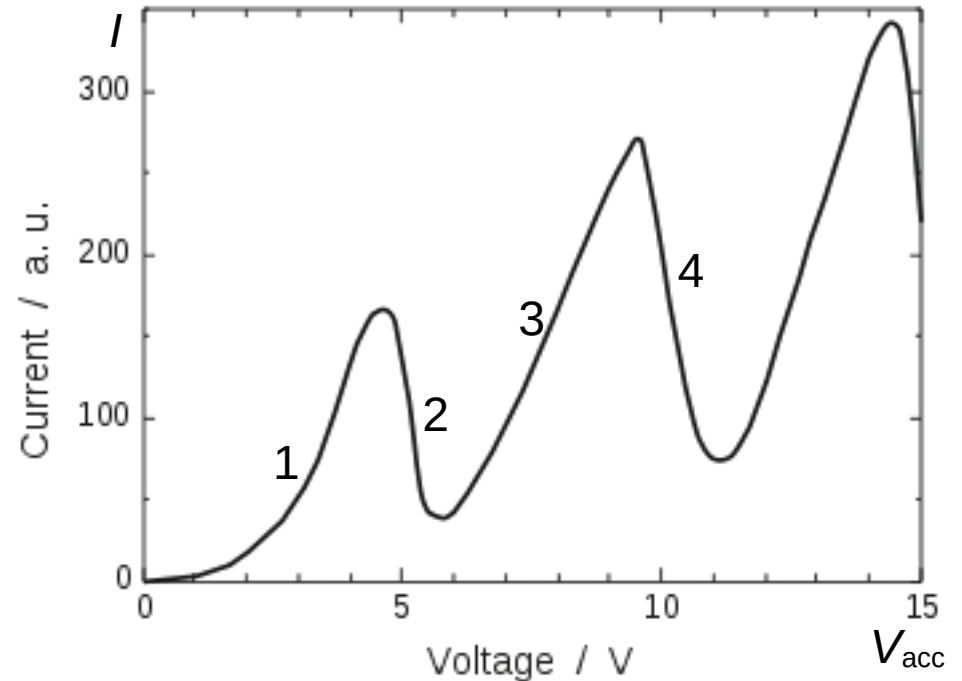


Isto só pode acontecer, se a **energia inicial** $e \cdot V_{\text{acc}}$ dá pra **excitar** o átomo: $e \cdot V_{\text{acc}} \geq E_f - E_i$.
Senão, o **elétron não perde energia**. E_{cin} continua sendo $e \cdot V_{\text{acc}}$.

O Experimento de Franck-Hertz

Aumentando o potencial V_{acc}

1. A **corrente aumenta**, por que cada vez **mais elétrons** conseguem **superar** $V_{an} - V_{ret}$
2. Quando a **energia** $e \cdot V_{acc}$ **alcança** o **valor** $E_f - E_i$, boa parte dos **elétrons** **perde energia** para os **átomos** de Hg e **não** consegue mais **superar** $V_{an} - V_{ret}$.
3. A **corrente aumenta** de novo, por que até $E_{cin} = e \cdot V_{acc} - (E_f - E_i)$ dá pra **superar** $V_{an} - V_{ret}$.
4. Quando $e \cdot V_{acc}$ alcança $2 \cdot (E_f - E_i)$, muitos **elétrons interagem duas vezes** com os átomos de Hg, **perdem** $2 \cdot (E_f - E_i)$, etc.



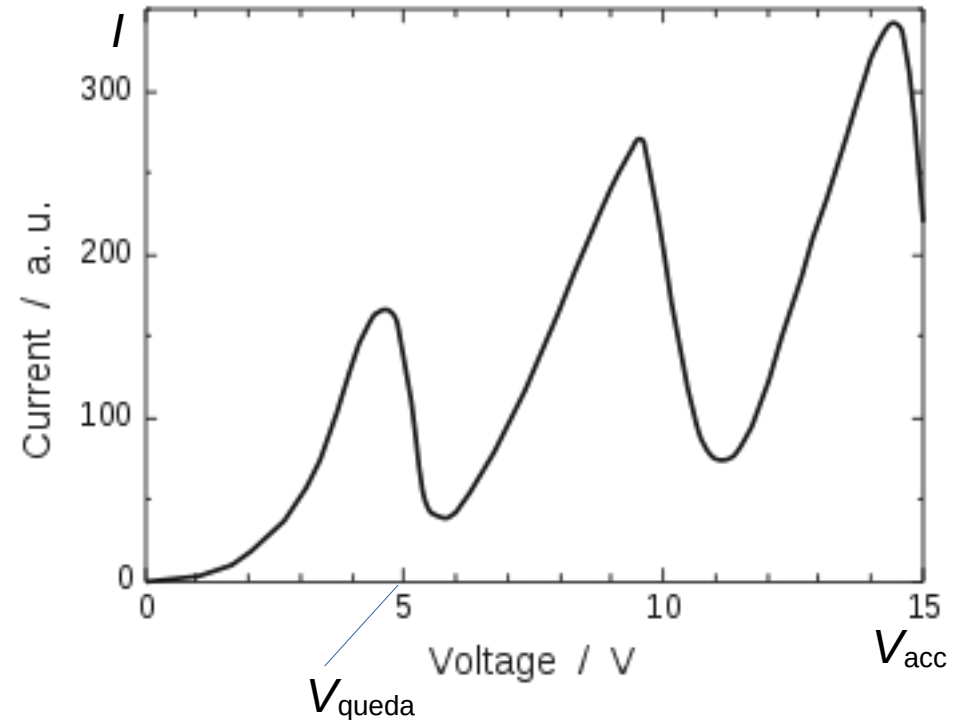
O Experimento de Franck-Hertz

A partir dos **valores** de V_{acc} de **queda** de **corrente**, pode se determinar $E_f - E_i = e \cdot V_{\text{queda}}$.

As **energias** obtidas **correspondem** realmente a **linhas** do **espectro** eletromagnético do **elemento**!

=> **Confirmação** da existência dos níveis de **energia quantizadas**.

=> Outro **método** para **medir** diferenças entre os **níveis** de **energia** dos **elementos** (além do espectro eletromagnético).



Espectroscopia por perda de energia de elétrons
(EELS, do inglês *Electron Energy Loss Spectroscopy*).

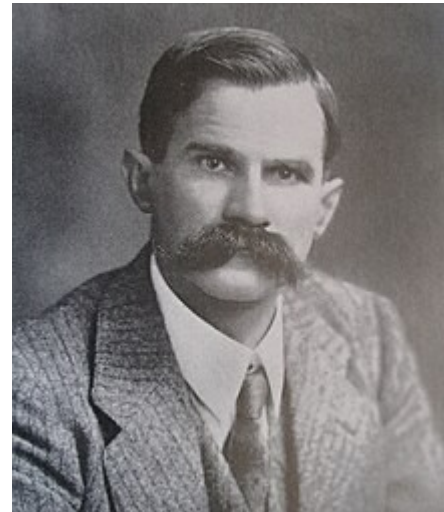
Regras de Quantização

Regra de Wilson-Sommerfeld

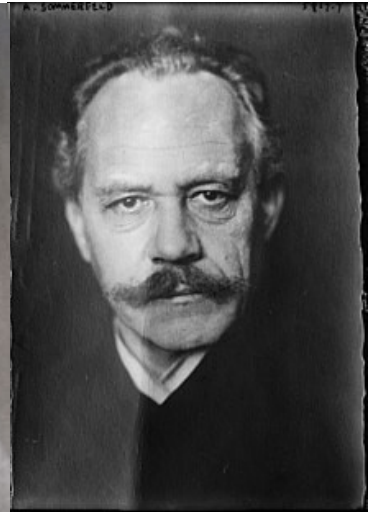
Para qualquer **sistema físico** na qual as **coordenadas** são **funções periódicas** do tempo, existe uma **condição quântica** para **cada coordenada**:

Esta condição é: $\oint p_q dq = n_q h$,

onde q é uma **coordenada**, p_q é o **momento associado** a esta coordenada, n_q é um **número inteiro** (um **número quântico**), e a **integração** é tomada sobre um **período** da coordenada q . A integral também é chamada **integral de fase**.



William Wilson
(1875-1965)



Arnold Sommerfeld
(1868-1951)

Regras de Quantização

Exemplo: O Oscilador Harmônico

Lembrete das aulas de mecânica:

Em um **oscilador harmônico** simples (**massa** m sob influência de uma **força restauradora** $F = -kx$), a **frequência de oscilação** é $\omega = \sqrt{k/m}$ ou $\nu = \sqrt{k/m}/2\pi$.

Conservação da energia:

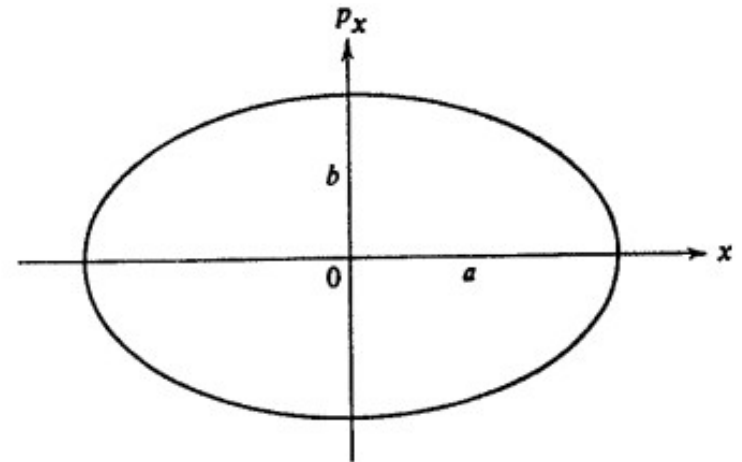
$$E = K + V = p_x^2/2m + kx^2/2$$

$$\text{ou } p_x^2/2mE + kx^2/2E = 1,$$

o que é a equação de uma **elipse** no **plano x - p_x** com **semi-eixos**

$$a = \sqrt{2E/k} \text{ (na direção } x) \text{ e}$$

$$b = \sqrt{2mE} \text{ (na direção } p_x)$$



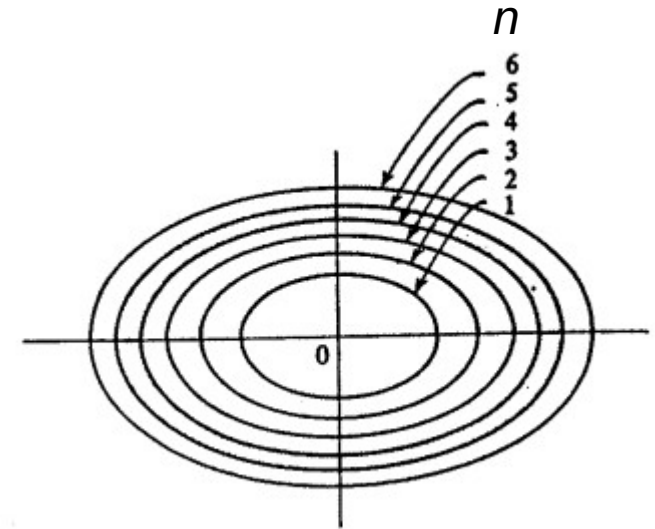
Regras de Quantização

Exemplo: O Oscilador Harmônico

Tomando, na **integral** de **Wilson-Sommerfeld**, $q = x$, e $p_q = p_x$, ela **equivale** à **área** desta **elipse**,

$$2\pi E/\sqrt{k/m} = E/\nu \Rightarrow E = n_x h\nu \equiv nh\nu,$$

que é justamente a **Lei** de **quantização** de **Planck** (os **níveis** de **energia** são **espaçados** por $h\nu$).



Veremos mais pra frente que, no oscilador harmônico quântico, os níveis são $(n + 1/2) \cdot h\nu = (n + 1/2) \cdot \hbar\omega$, de fato espaçados por $h\nu$.

Regras de Quantização

No Átomo de Bohr

Tomando como q a **coordenada angular** ao longo de uma órbita de Bohr θ , $q = \theta$, o **momento correspondente** é o **momento angular**

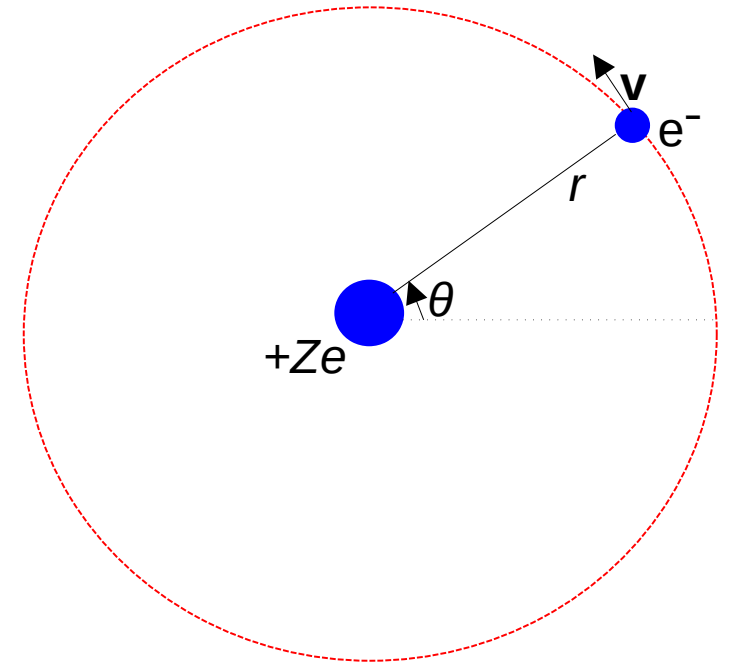
$$p_q = p_\theta = L = mvr$$

Assim, a **integral de fase** dá:

$$\oint p_\theta d\theta = \int_0^{2\pi} L d\theta = 2\pi L = n_\theta h \equiv nh$$

$$\Rightarrow L = nh/2\pi = n\hbar,$$

a **lei de quantização** de Bohr.



Louis V. de Broglie (1924)

Foi esta a **inspiração** pra **relação** de **de Broglie**, $p = h/\lambda$.

Já que, no **átomo** de **Bohr** temos:

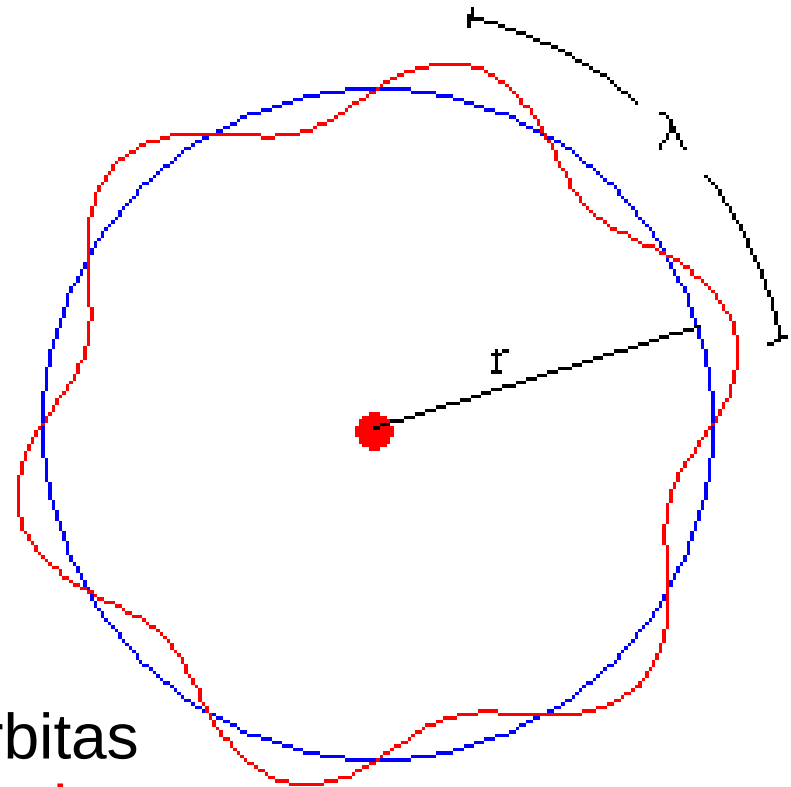
$$L_n = p_n r_n = n\hbar = nh/2\pi$$

$$\Rightarrow 2\pi r_n = nh/p_n = n\lambda_n$$

Se os **elétrons** têm os **comprimentos de onda** previstos por **esta relação**, eles fazem **ondas estacionárias** nas suas **órbitas**.

Isto é, as **circunferências** das suas órbitas são **múltiplas** dos seus **comprimentos de onda**.

\Rightarrow As ondas-elétron fazem **interferência construtiva consigo** mesmas.



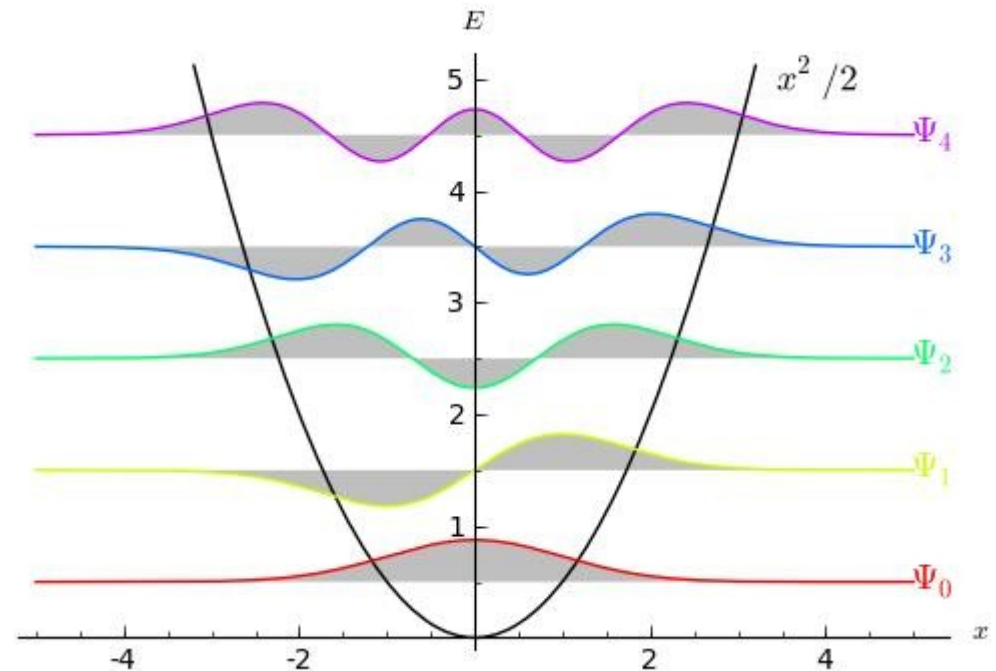
6ª órbita de Bohr

Física Quântica

FIM PARA HOJE



Universidade Federal do ABC



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>