

**MNPEF** Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física

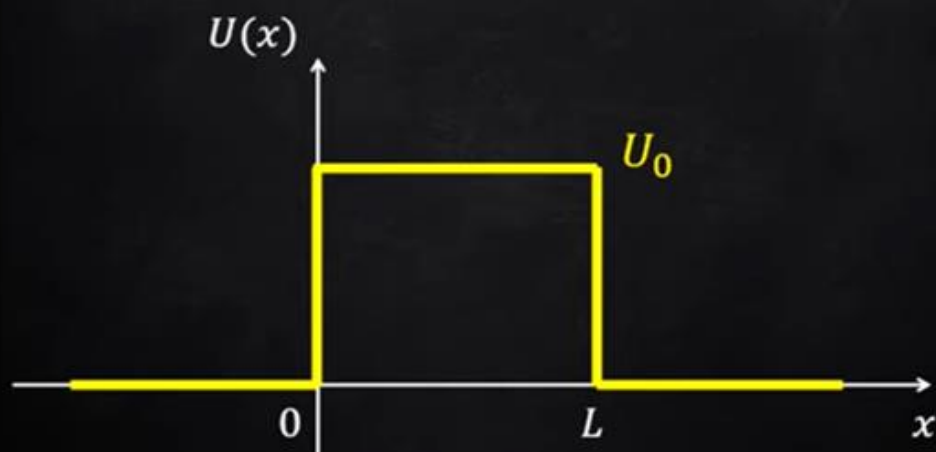


## **BARREIRA DE POTENCIAL**

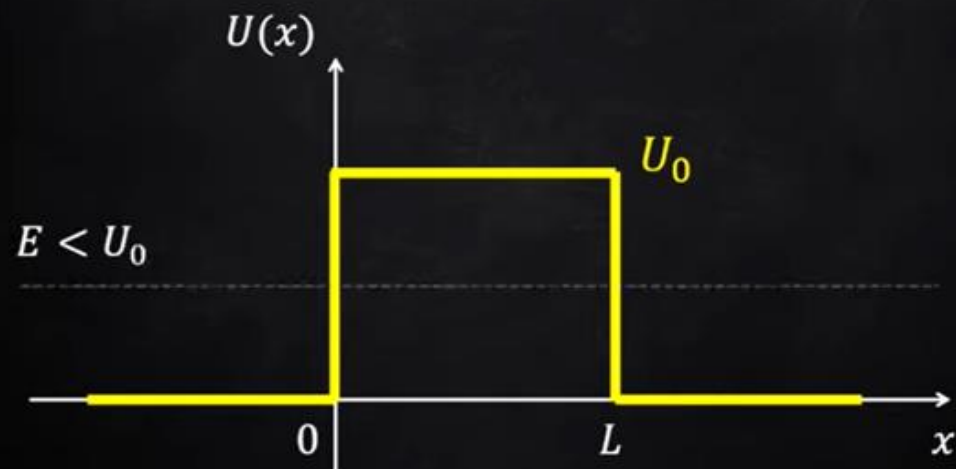
Trabalho apresentado ao Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Pieter Willem Westera  
Para critérios de avaliação na disciplina PEF - 103 - Mecânica Quântica

Francisco das Chagas de Sousa RA 22202310155 F  
|francisco.chagas@ufabc.edu.br  
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF  
Universidade Federal do ABC- UFABC  
Santo André - SP  
Março/2024

# BARREIRA DE POTENCIAL

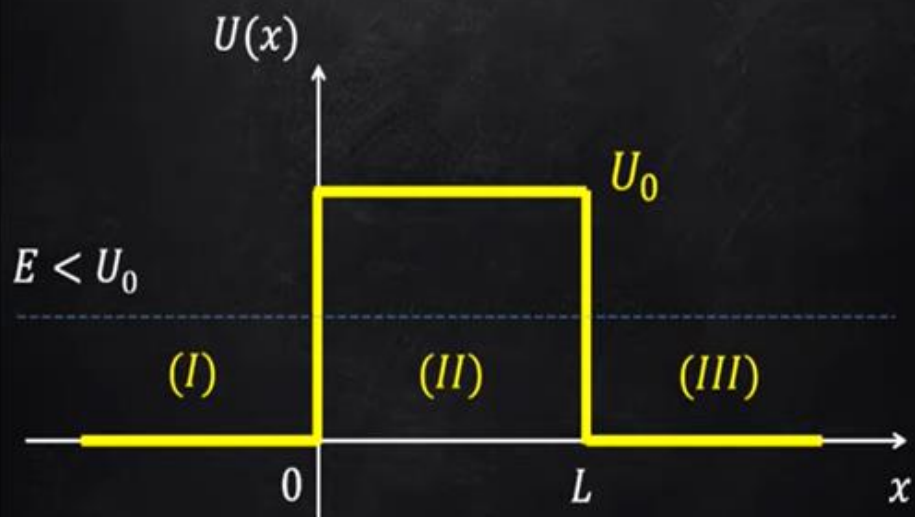


$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \text{ e } x > L \\ U_0 & \text{para } 0 \leq x \leq L \end{cases}$$



Do **ponto de vista clássico**, uma partícula cuja energia é menor que  $U_0$  é incapaz de penetrar na barreira. Mas, do **ponto de vista da mecânica quântica**, ela pode fazê-lo, através de um fenômeno chamado de **tunelamento**.

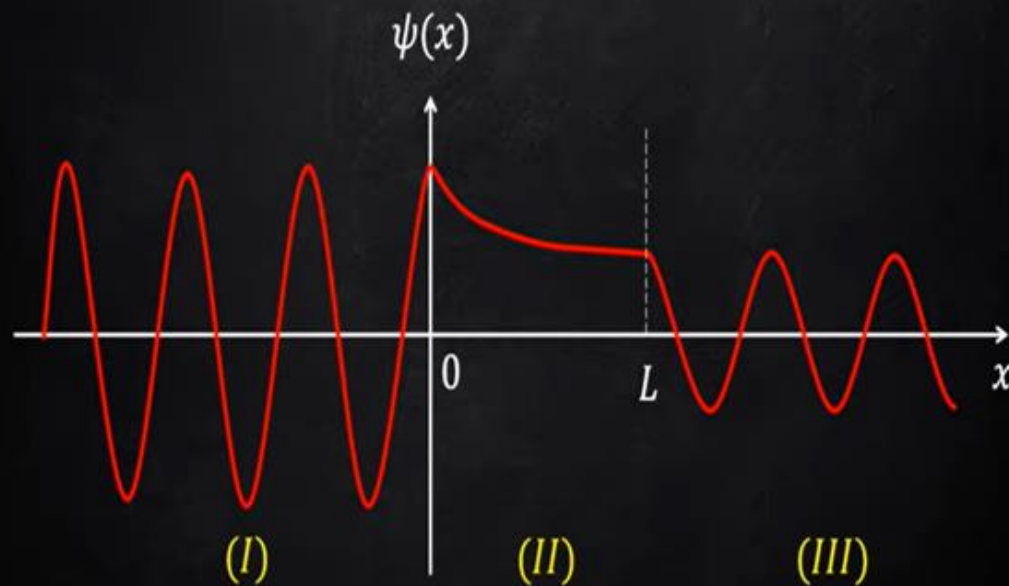
# BARREIRA DE POTENCIAL



$$\psi(x) = \begin{cases} A e^{ikx} + B e^{-ikx} & \text{para } x < 0 \\ C e^{-\alpha x} + D e^{+\alpha x} & \text{para } 0 \leq x \leq L \\ F e^{ikx} & \text{para } x > L \end{cases}$$

$$k = \frac{\sqrt{2m(E)}}{\hbar}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

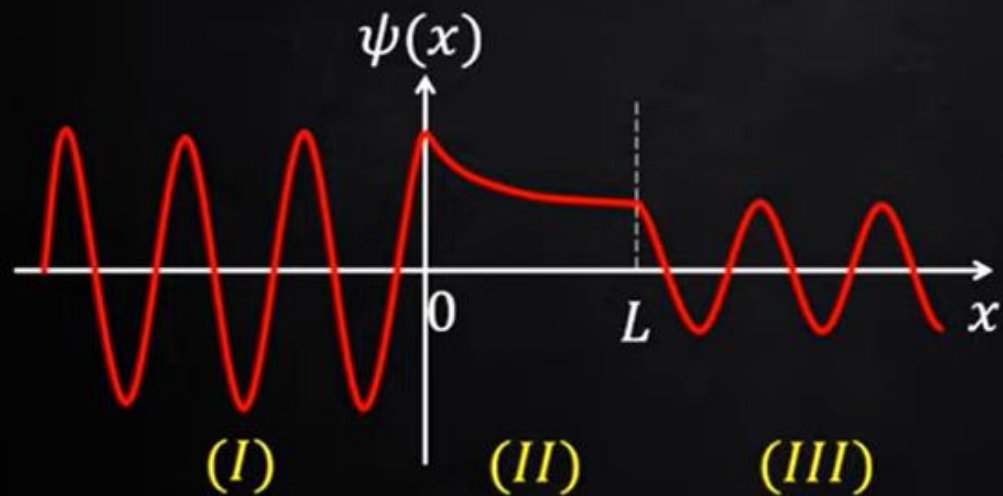


$$\psi_I(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

$$\psi_{III}(x) = F e^{ikx}$$

$$\psi_{II}(x) = C e^{-\alpha x} + D e^{+\alpha x}$$

# BARREIRA DE POTENCIAL



$$\left. \begin{aligned} \psi_I(x) &= A e^{ikx} + B e^{-ikx} \\ \psi_{II}(x) &= C e^{-\alpha x} + D e^{+\alpha x} \\ \psi_{III}(x) &= F e^{ikx} \end{aligned} \right\} \begin{cases} (I) & A + B = C + D \\ (II) & ik(A - B) = \alpha(D - C) \\ (III) & C e^{-\alpha L} + D e^{\alpha L} = F e^{ikL} \\ (IV) & \alpha D e^{+\alpha L} - \alpha C e^{-\alpha L} = ik F e^{ikL} \end{cases}$$

$$T(E) = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[ \frac{U^2}{E(U - E)} \right] \sinh^2 \alpha L \right\}^{-1}$$

Para barreiras muito largas:

$$T(E) \approx 16 \left( \frac{E}{U} \right) \left( 1 - \frac{E}{U} \right) e^{-2\alpha L}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_I(x) &= A e^{ikx} + B e^{-ikx} \\ \psi_{II}(x) &= C e^{-\alpha x} + D e^{+\alpha x} \\ \psi_{III}(x) &= F e^{ikx} \end{aligned} \right\} \text{Condições de continuidade:}$$

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$$

$$\left. \frac{d\psi_I}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_{II}}{dx} \right|_{x=0}$$

$$\psi_{II}(L) = \psi_{III}(L)$$

$$\left. \frac{d\psi_{II}}{dx} \right|_{x=L} = \left. \frac{d\psi_{III}}{dx} \right|_{x=L}$$

## EXERCICIO - 1

Dois fios condutores de cobre são separados por uma camada de óxido isolante ( $\text{CuO}$ ). Modelando a camada de óxido como uma barreira quadrada de altura 10,0 eV, estime o coeficiente de transmissão para penetração de elétrons de 7,00 eV (a) se a espessura da camada for 5,00 nm e (b) se a espessura da camada for 1,00 nm.

$$U_0 = 10,0 \text{ eV}$$

$$m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$E = 7,0 \text{ eV}$$

$$\text{a) } L = 5,0 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2 \times (9,1 \times 10^{-31}) \times (10-7) \times (1,6 \times 10^{-19})}}{(6,63 \times 10^{-34}) / 2\pi}$$

$$\alpha = 8,86 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha \cdot L = (8,86 \times 10^9) \times (5 \times 10^{-9}) = 44,3$$

$$\alpha \cdot L \ll 1$$

$$T(E) = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[ \frac{U^2}{E(U-E)} \right] \left( \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2} \right)^2 \right\}^{-1}$$

$$\left( \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2} \right)^2 = \left[ \frac{e^{(44,3)} - e^{-(44,3)}}{2} \right]^2 = 7,52 \times 10^{37}$$

$$\left[ \frac{U^2}{E(U-E)} \right] = \frac{(10)^2}{(7)(10-7)} = 4,76$$

$$T = \left\{ 1 + \frac{(4,76)}{4} \times (7,52 \times 10^{37}) \right\}^{-1}$$

$$T \approx 1 \times 10^{-38}$$

$$b) \quad L = 1 \text{ nm} \quad \alpha = 8,86 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha \cdot L = (8,86 \times 10^9) \times (1 \times 10^{-9})$$

$$\alpha \cdot L = 8,86$$

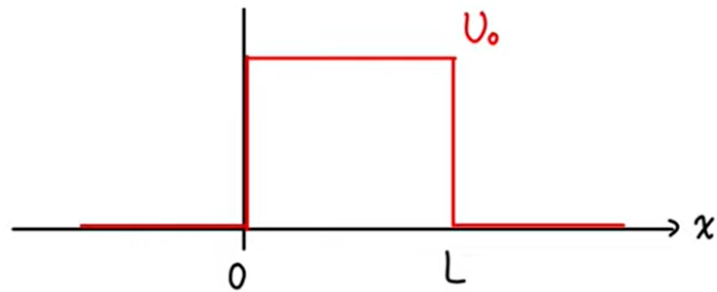
$$\left( \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2} \right)^2 = \left[ \frac{e^{(8,86)} - e^{-(8,86)}}{2} \right]^2 = 1,24 \times 10^7$$

$$T = \left\{ 1 + \frac{1}{4} (4,76) \times (1,24 \times 10^7) \right\}^{-1}$$

$$T = 6,7 \times 10^{-8}$$

## EXERCICIO - 2

Em um dispositivo semiconductor, uma camada de óxido forma uma barreira com 0,6 nm de largura e 9 eV de altura entre dois fios condutores. Elétrons chegam à barreira depois de serem acelerados por uma tensão de 4 V. Que fração dos elétrons incidentes consegue atravessar a barreira por tunelamento?



$$m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$L = 0,6 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$U_0 = 9 \text{ eV}$$

$$E = 4 \text{ eV}$$

$$0 < x < L, \quad \psi(x) \propto e^{-\alpha x}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2 \times (9,1 \times 10^{-31}) \times (9 - 4) \times (1,6 \times 10^{-19})}}{(6,63 \times 10^{-34}) / 2\pi} = 11,44 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha \cdot L = (11,44 \times 10^9) \times (0,6 \times 10^{-9})$$

$$\alpha \cdot L \approx 6,87$$

$$\alpha \cdot L \ll 1$$

$$T(E) = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[ \frac{U^2}{E(U-E)} \right] \sinh^2(\alpha \cdot L) \right\}^{-1}$$

$$\sinh(\alpha \cdot L) = \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2}$$

$$T(E) = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[ \frac{U^2}{E(U-E)} \right] \left( \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2} \right)^2 \right\}^{-1}$$

$$T(E) = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[ \frac{U^2}{E(U-E)} \right] \left( \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2} \right)^2 \right\}^{-1}$$

$$\alpha \cdot L = 6,87$$

$$\left( \frac{e^{\alpha L} - e^{-\alpha L}}{2} \right)^2 = \left[ \frac{e^{(6,87)} - e^{-(6,87)}}{2} \right]^2 = 2,31 \times 10^5$$

$$\left[ \frac{U^2}{E(U-E)} \right] = \frac{(9)^2}{(4)(9-4)} = 4,05$$

$$T = \left\{ 1 + \frac{1}{4} (4,05) \times (2,31 \times 10^5) \right\}^{-1} = (2,34 \times 10^5)^{-1}$$

$$T = 4,3 \times 10^{-6}$$



## Referências Bibliográficas

[1] - EISBERG, ROBERT e RESNICK, ROBERT. Física Quântica; editora Elsevier, 35° ed., Rio de Janeiro, 1979. p,259.

[2] - TIPLER, P. A., MOSCA. G. Física para cientistas e engenheiros; editora LTC, 5°ed., Rio de Janeiro, 2006. P, 45.

