



Universidade Federal do ABC

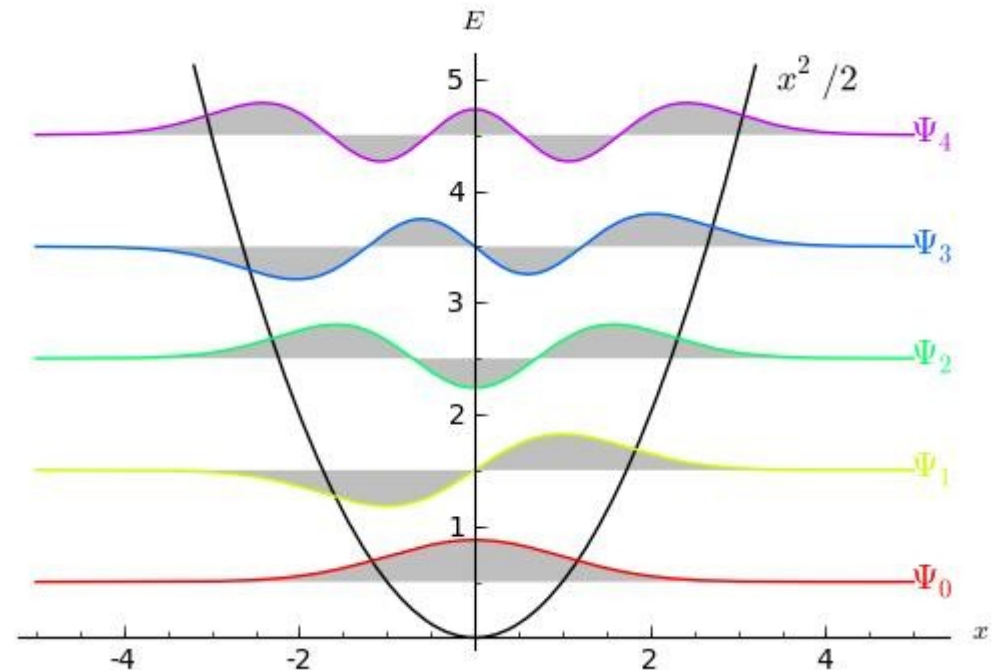
Mecânica Quântica

Aula 11:

Barreira de Potencial,
Poço Quadrado Infinito,
O Poço Quadrado Finito,
O Oscilador Harmônico
Simples

Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

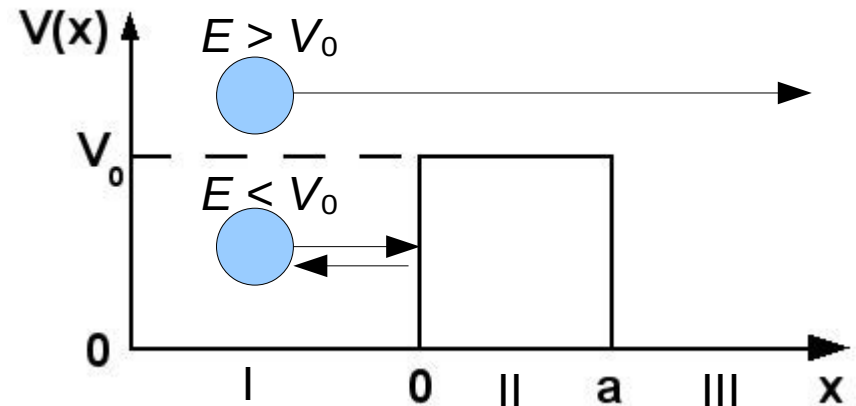


<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>

Barreira de Potencial

Barreira de Potencial:

$V(x) = 0$ para $0 < x < a$ (região II)
 V_0 para $x < 0$ (região I)
ou $x > a$ (região III)



Caso Clássico

- $E < V_0$: **Barreira “impassável”**, a partícula é **refletida** em $x = 0$ de volta para de onde ela veio
- $E > V_0$: **Todas** as partículas **passam** a barreira (perdendo velocidade chegando na barreira, e recuperando a velocidade inicial saindo do outro lado)

Barreira de Potencial

Caso Quântico ($E < V_0$)

$x < 0$ (partícula livre):

$$\psi_I(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x},$$

feixe incidindo feixe refletido

onde $k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$, $|A|^2 = \rho$

$0 < x < a$ (classicamente “proibido”):

$$\psi_{II}(x) = Ce^{-\alpha x} + De^{\alpha x}, \text{ onde } \alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$$

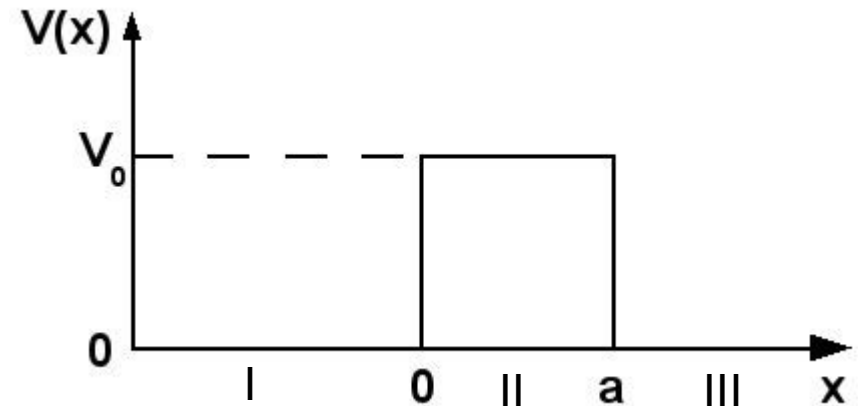
$$x > a: \psi_{III}(x) = Fe^{ik_1x} + \cancel{Ge^{-ik_1x}}.$$

onda transmitida

B , C , D e F podem ser determinados usando as condições

$$\psi_I(x=0) = \psi_{II}(x=0), \quad d\psi_I(x=0)/dx = d\psi_{II}(x=0)/dx, \quad \psi_{II}(x=a) = \psi_{III}(x=a)$$
$$\text{e } d\psi_{II}(x=a)/dx = d\psi_{III}(x=a)/dx$$

Acha-se, que $F \neq 0 \Rightarrow$ Parte das partículas **passa** pela barreira “**impassável**”, fenômeno chamado **Efeito Túnel** ou **Tunelamento**.



Barreira de Potencial

Caso Quântico ($E < V_0$)

Um pouco de álgebra leva ao **coeficiente de transmissão**:

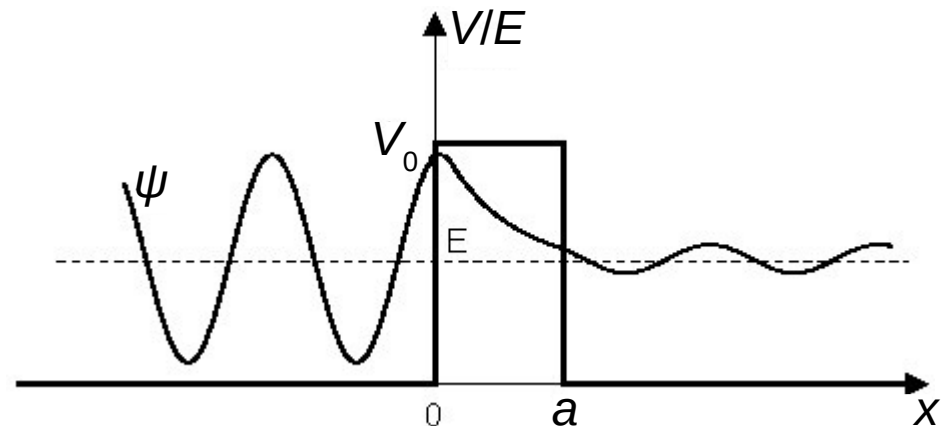
$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \left[1 + \frac{\sinh^2 \alpha a}{4 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0} \right)} \right]^{-1}$$

para $\alpha a \gg 1$ isto tende a:

$$T \approx 16 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0} \right) e^{-2\alpha a}$$

Parecido com a **reflexão total frustrada** na ótica.

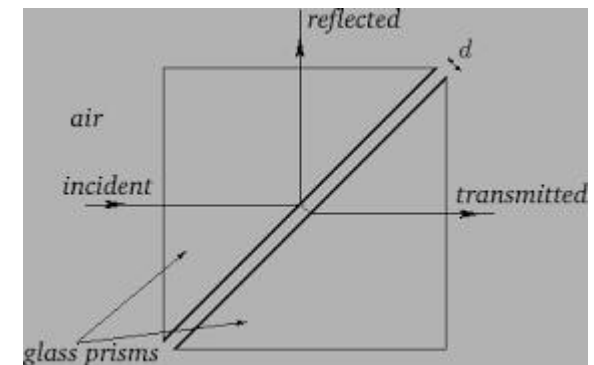
(o caso $E > V_0$ também é interessante, mas não tratamos aqui)



I: ψ oscilatório com amplitude A

II: decaimento exponencial

III: ψ oscilatório com amplitude F



Aplicações do Efeito Túnel

O Microscópio de Tunelamento

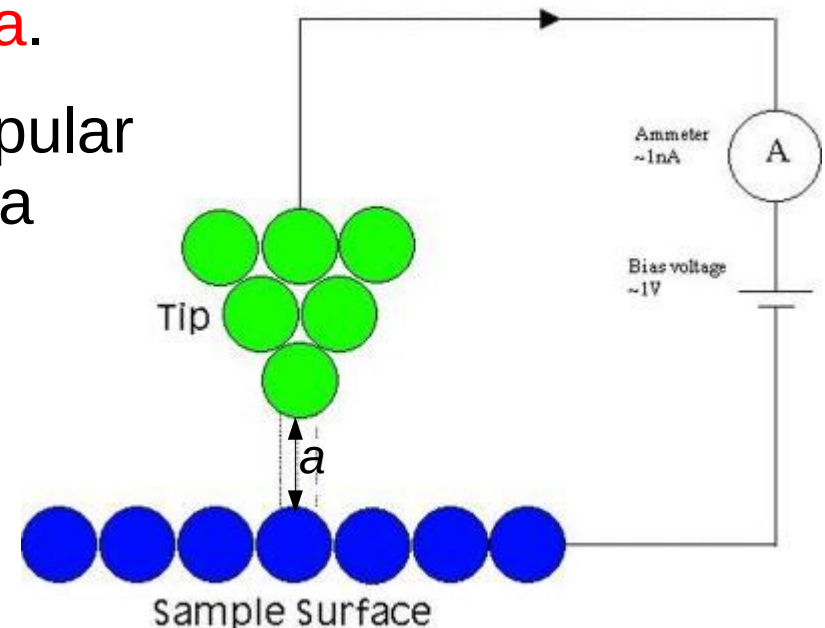
Uma **agulha escaneia** a **superfície** a ser examinado, movimentado por elementos piezoelétricos.

Entre agulha e amostra é aplicada uma **diferença de potencial**, classicamente **impassável** pelos **elétrons** da agulha. Mas alguns passam pelo **efeito túnel** e constituem uma **corrente** que é **medida**.

Já que a probabilidade de um elétron pular da agulha pra amostra é proporcional a $e^{-2\alpha a}$ (depende fortemente de a), a corrente também é.

=> **medida** muito **precisa** de a

=> **resolução** espacial do tamanho de um **átomo**!



Aplicações do Efeito Túnel

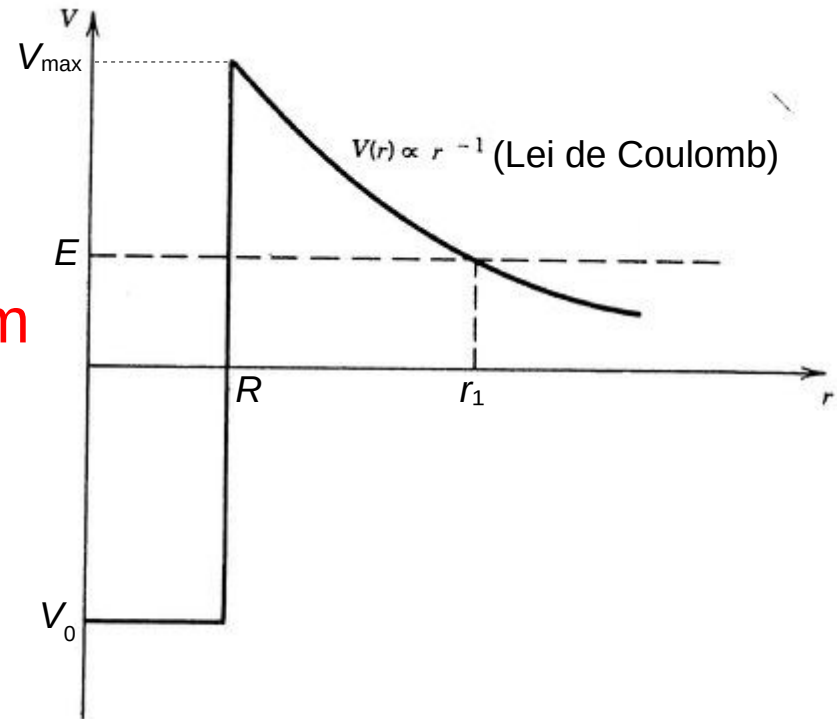
Decaimento alpha (Гамов, Condon e Gurney, 1928)

Partículas α , $2 p^+ + 2 n$
(vide experimento de Rutherford)
são **sub-entidades** especialmente
estáveis de **núcleos atômicos**.

No **decaimento α** , os núcleos **emitem**
estas partículas, assim ficando com
2 prótons e 2 nêutrons a menos.

Normalmente, as partículas α ficam
presas no poço de potencial gerado
pela **força nuclear forte**, que tem um
alcance da ordem de $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$, que pode ser considerado o
raio do núcleo, R , viajando ida e volta pelo núcleo.

Mas às vezes uma partícula α "**tunela**" até r_1 , a partir de onde a
repulsão de Coulomb devida ao resto do núcleo consegue **ejetá-la**.



Aplicações do Efeito Túnel

Decaimento alpha (Гаммов, Condon e Gurney, 1928)

Estimativa da taxa de decaimento α :

Supondo, que a energia da partícula α é E :

=> velocidade dentro do núcleo:

$$v = \sqrt{(E - V_0)/2m}$$

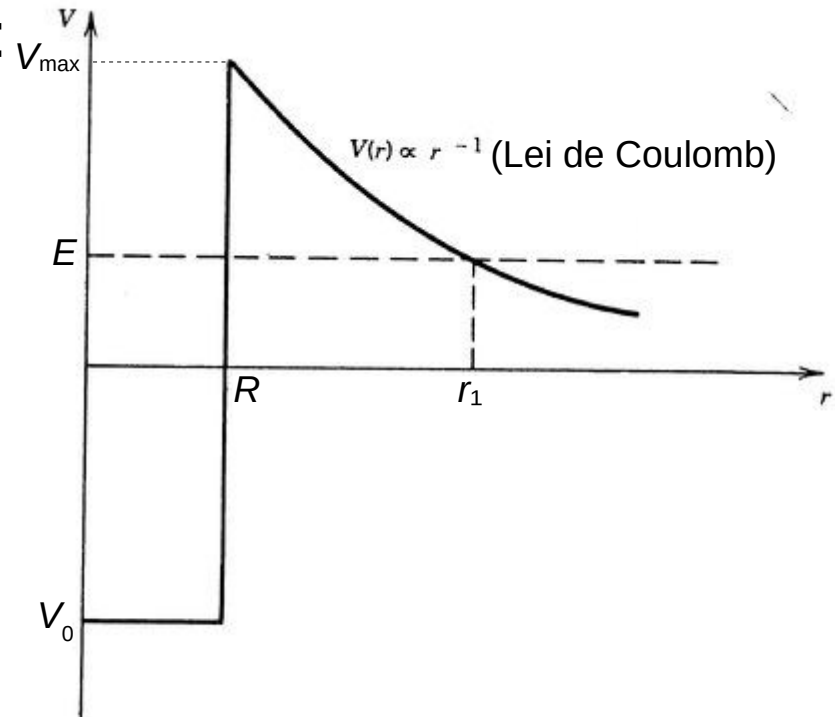
=> taxa de choques com a parede:

$$N \approx v/R = \sqrt{(E - V_0)/2m} \cdot 1/R$$

Em cada choque, a probabilidade de tunelar para fora corresponde ao coeficiente de transmissão:

$$T \approx \exp[-2\sqrt{2m(V_{\max} - E)} \cdot a/\hbar],$$

onde $V_{\max} - E$ é a "altura", e $a = r_1 - R$, a "largura" da barreira.



Aplicações do Efeito Túnel

Decaimento alpha (Гамма, Condon e Gurney, 1928)

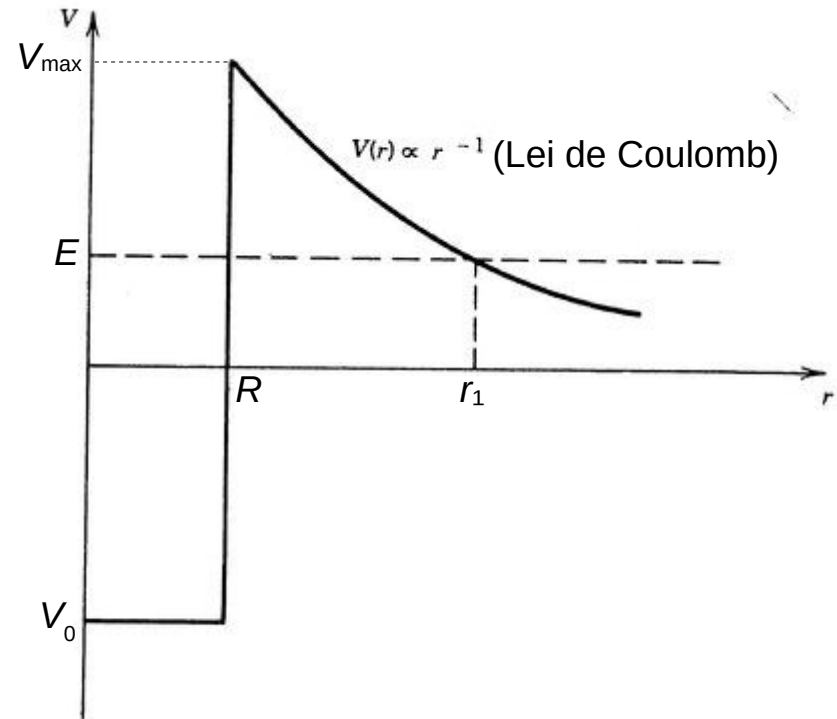
=> taxa de decaimento, que é o inverso da vida média do núcleo para o decaimento α , τ :

$$1/\tau = NT \approx \sqrt{(E-V_0)/2m} \cdot 1/R \cdot \exp[-2\sqrt{2m(V_{\max}-E)} \cdot a/\hbar],$$

o que depende fortemente de E , já que com energia alta:

- v , e então, a taxa de choques com a parede é alta,
- a altura da barreira é pequena,
- a largura da barreira é pequena,

tal que a vida média varia entre $1 \mu\text{s}$ e 10^{10} anos.



Aplicações do Efeito Túnel

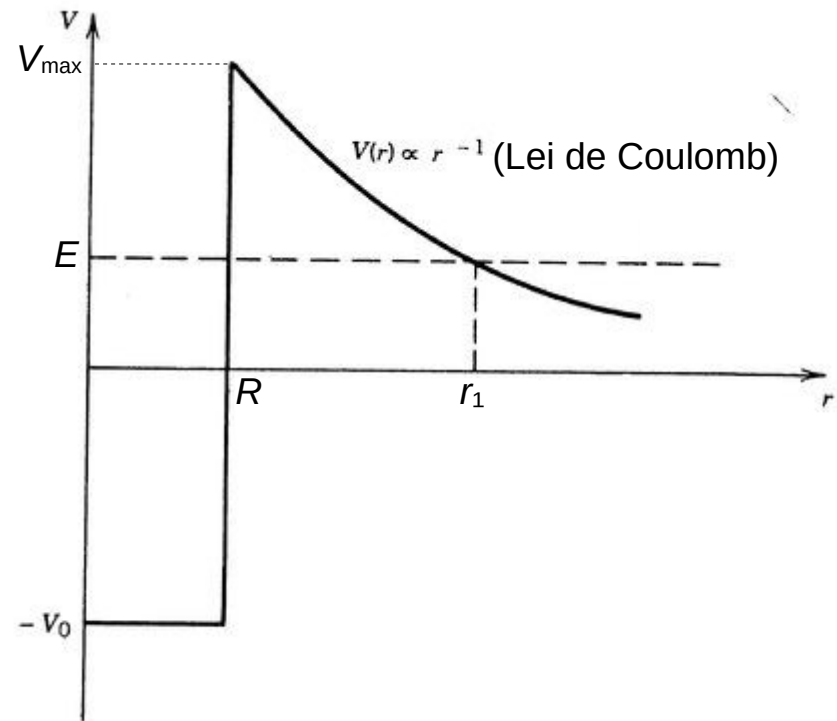
Fusão Nuclear (i.e. no interior do Sol)

O mesmo **potencial** aparece na **fusão nuclear**, só que, neste caso, os **núcleos** que fazem a fusão vão **ao encontro**, sendo jogados um contra o outro com **energia cinética** que depende da **temperatura**
 $E = 3/2 \cdot k_B T$ (\Rightarrow Termodinâmica).

Para que, classicamente, a fusão possa acontecer esta **energia** tem que **superar** a **repulsão** de **Coulomb** até onde a **força forte** toma conta:

$$3/2 \cdot k_B T \geq Z_1 Z_2 e^2 / 4\pi\epsilon_0 R,$$

onde Z_1 e Z_2 são os números atômicos dos núcleos fusionando.



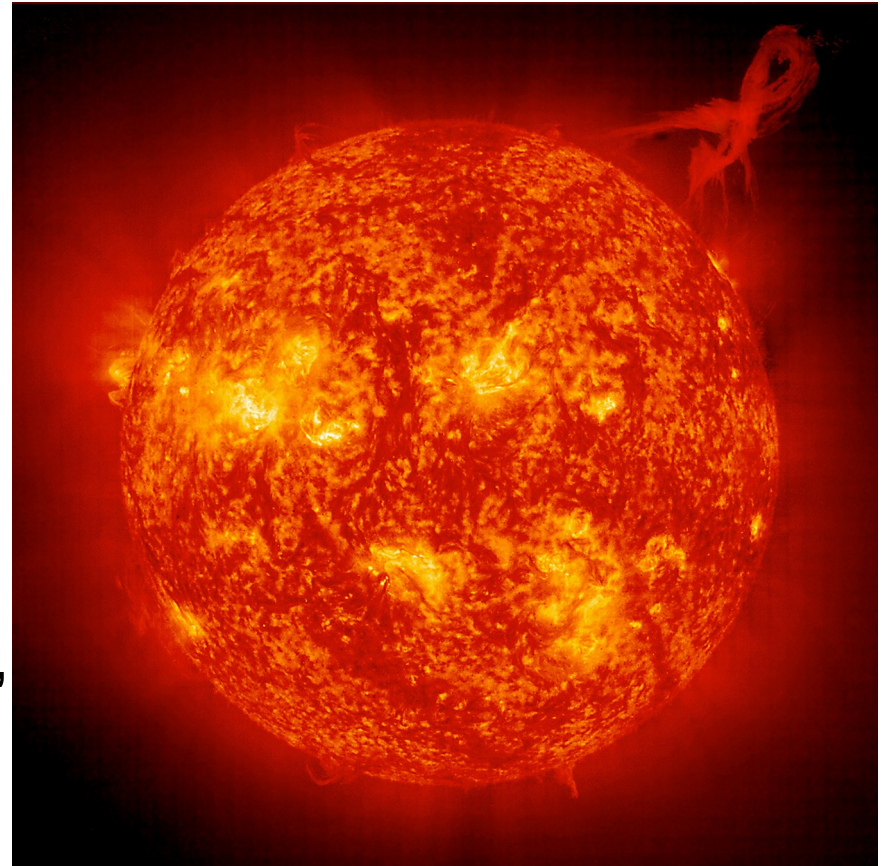
Aplicações do Efeito Túnel

Fusão Nuclear (i.e. no interior do Sol)

Para o principal processo de fusão nuclear que acontece no **interior** do **Sol**, a fusão de 4 núcleos de **hidrogênio** para 1 núcleo de **hélio**, processo que **gera** a **energia** que faz o **Sol** irradiar, a **temperatura** no seu **interior** teria que ser $\sim 10^{10}$ K, bem mais que ela é, $\sim 1.6 \cdot 10^7$ K.

A fusão acontece por que, às vezes, os **núcleos** **passam** a **barreira** de **Coulomb** com **energia cinética** bem **mais baixa** que $Z_1 Z_2 e^2 / 4\pi\epsilon_0 R$, graças ao **efeito túnel**.

=> Devemos a **energia solar** ao **efeito túnel**!



O Poço Quadrado Infinito

$V(x) = 0$ para $0 < x < L$ (região II),
 ∞ para $x < 0$ ou $x > L$ (regiões I e III).

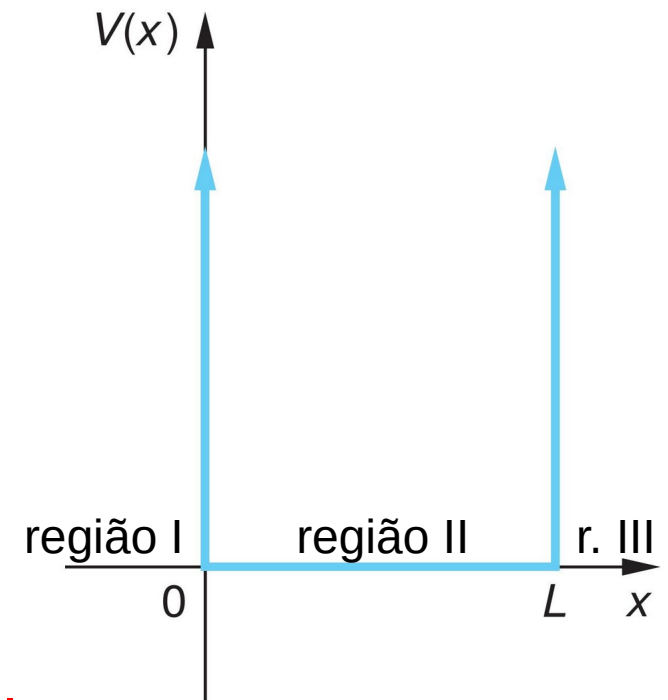
É razoavelmente bem realizado no caso de um elétron preso entre grades carregadas negativamente, elétrons presos num metal, e outros casos.

Caso clássico

- $E > 0$: Partícula movimentando-se **ida e volta** entre $x = 0$ e $x = L$ com **velocidade constante**, $v = \pm\sqrt{2E/m}$, sendo refletida nas paredes do poço.

A probabilidade de encontrar a partícula numa dada posição é igual em todas as posições dentro do poço, já que, durante uma ida e volta, ela passa por todos os lugares duas vezes e com a mesma velocidade.

- $E < 0$: Impossível



O Poço Quadrado Infinito

$V(x) = 0$ para $0 < x < L$ (região II),
 ∞ para $x < 0$ ou $x > L$ (regiões I e III).

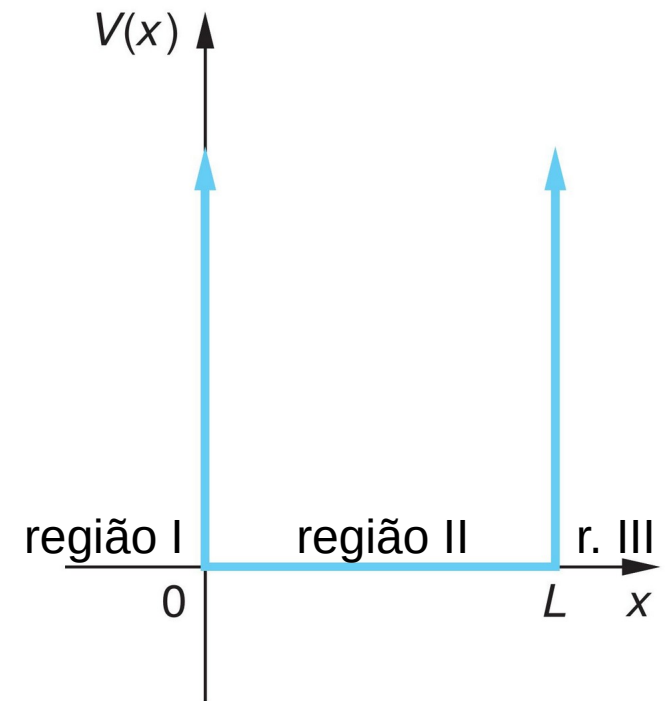
Caso quântico

- $E < 0$: Sem solução

- $E > 0$:

- $x < 0$ e $x > L$: $\psi_I(x) = 0$, $\psi_{III}(x) = 0$

- $0 < x < L$: “partícula livre”,
 $\psi_{II}(x) = A \cdot \sin kx + B \cdot \cos kx$,
onde $k = \pm\sqrt{2mE}/\hbar$



As soluções devem ser **ondas estacionárias** no **interior** do poço. Faz sentido, encarando elas como ondas sendo espelhadas ida e volta pelas paredes e assim se sobrepondo consigo mesmas.

O Poço Quadrado Infinito

Mas ψ tem que ser **contínua**:
 $\psi_I(0) = \psi_{II}(0)$ e $\psi_{II}(L) = \psi_{III}(L)$

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0) = 0$$

$$\Rightarrow \psi_{II}(0) = A \cdot \text{sen } k \cdot 0 + B \cdot \text{cos } k \cdot 0$$

$$\psi_{II}(L) = \psi_{III}(L) = 0$$

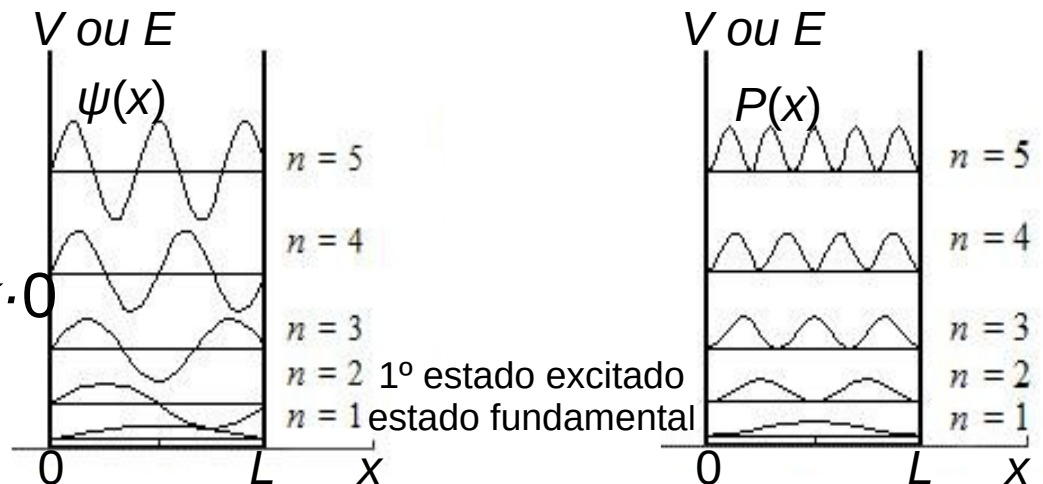
$$\Rightarrow \psi_{II}(L) = A \cdot \text{sen } kL = 0 \Rightarrow kL = n \cdot \pi$$

$$\Rightarrow k = k_n = n\pi/L,$$

$$E = E_n = \hbar^2 k_n^2 / 2m = n^2 \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2 = n^2 E_1, \text{ onde } E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$$

As **condições de contorno** (a onda tem que se “encaixar” no poço, isto é, $n \cdot \lambda / 2 = L \Rightarrow \lambda = \lambda_n = 2L/n = 2\pi/k_n$)

causam a **quantização** da energia, resp., do número de onda!



O Poço Quadrado Infinito

Lembrando que a solução completa $\Psi(x, t)$ ainda contém a parte

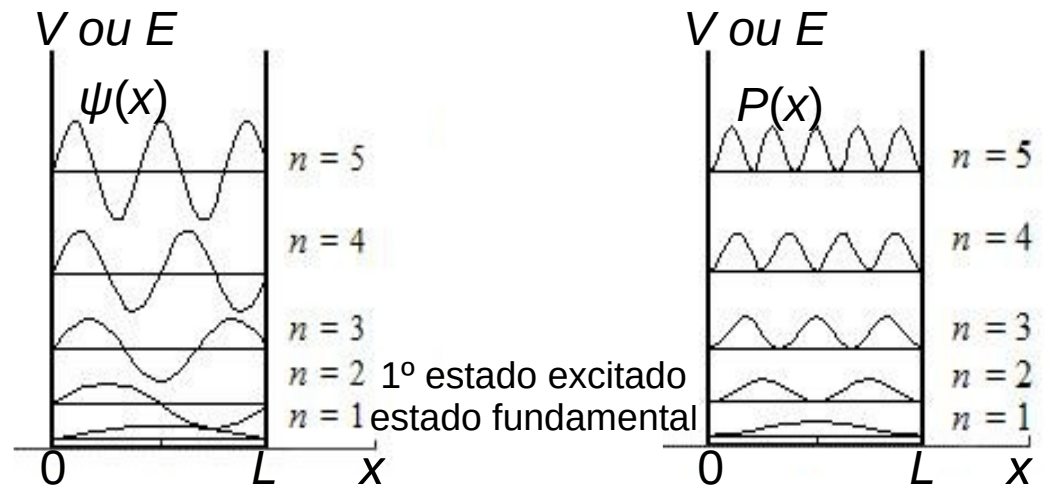
$$\varphi(t) = e^{-iEt/\hbar},$$

que corresponde a uma **oscilação** com **frequência**

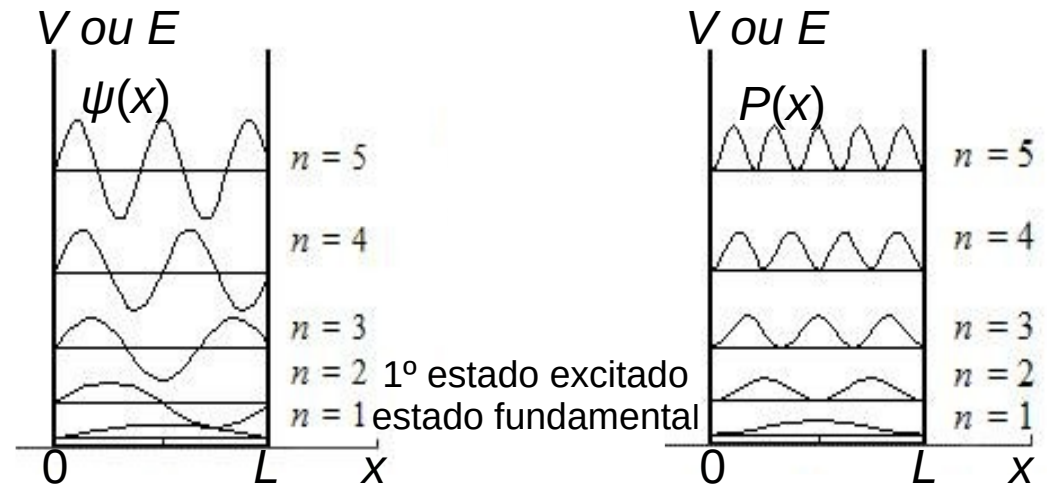
$$\omega = E/\hbar = \hbar k_n^2/2m = n^2\pi^2\hbar/2mL^2 = \omega_n$$

=> Solução completa:

$$\Psi_n(x) = \psi_n(x)\varphi_n(t) = A_n \cdot \text{sen } k_n x \cdot e^{-i\omega_n t} \text{ para } 0 < x < L, \\ 0 \text{ para } x < 0 \text{ ou } x > L$$



O Poço Quadrado Infinito



Resumo:

=> Solução:

$$\psi_n(x) = \begin{cases} A_n \cdot \text{sen } k_n x, & \text{onde } k_n = n\pi/L \text{ para } 0 < x < L \\ 0 & \text{para } x < 0 \text{ ou } x > L \end{cases}$$

$$E_n = n^2 E_1, \text{ onde } E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$$

Falta achar A_n :

Condição de **normalização**:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_n(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^0 0 \cdot 0 dx + \int_0^L A_n^2 \cdot \text{sen}^2 k_n x dx + \int_L^{\infty} 0 \cdot 0 dx$$

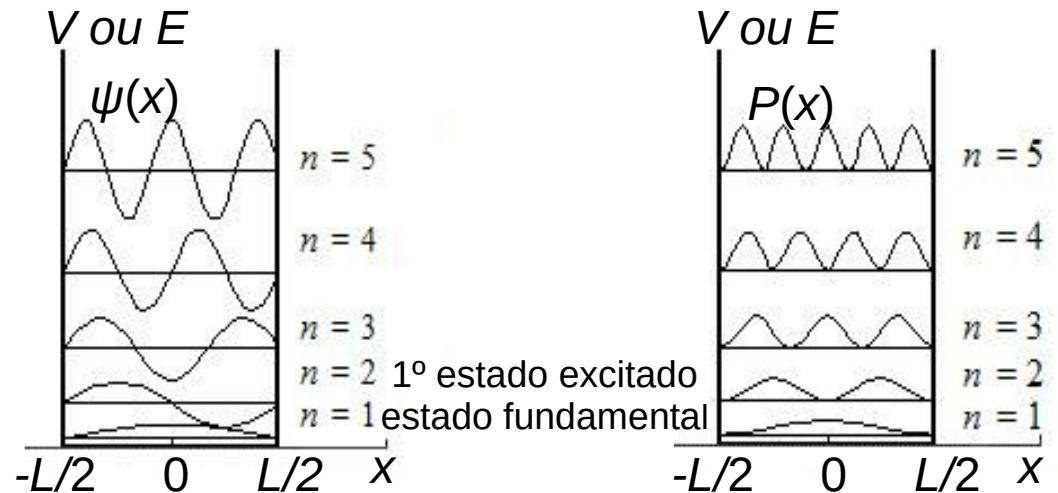
$$= A_n^2 \cdot \int_0^L \text{sen}^2 n\pi x / L dx = A_n^2 \cdot L/2 = 1$$

$$\Rightarrow A_n = \sqrt{2/L}$$

O Poço Quadrado Infinito

Às vezes é mais prático colocar o ponto 0 do eixo x no centro do poço.

Assim, as soluções viram:



$$\psi_n(x) = \begin{cases} \pm\sqrt{2/L} \cdot \text{sen } k_n x, & \text{para } -L/2 < x < L/2 \\ 0 & \text{para } x < -L/2 \text{ ou } x > L/2 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\psi_n(x)} \right\} n \text{ par}$$

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \pm\sqrt{2/L} \cdot \text{cos } k_n x, & \text{para } -L/2 < x < L/2 \\ 0 & \text{para } x < -L/2 \text{ ou } x > L/2 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\psi_n(x)} \right\} n \text{ impar}$$

Os valores de k_n e E_n obviamente não mudam numa transformação de coordenadas: $k_n = n\pi/L$, $E_n = n^2 E_1$, $E_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$

O Poço Quadrado Infinito

Comparação com os Resultados Clássicos

Para energias “macroscópicas”: $E \gg E_1$,

$$\Rightarrow n = \sqrt{(E/E_1)} \gg 1,$$

a diferença de energia entre níveis vizinhos é

$$\begin{aligned}\Delta E = E_{n+1} - E_n &= (n+1)^2 E_1 - n^2 E_1 = (2n+1) \cdot E_1 \approx 2n E_1 = 2E_1 \sqrt{(E/E_1)} \\ &= 2\sqrt{(E_1/E)} \cdot E \ll E\end{aligned}$$

\Rightarrow **quantização da energia imperceptível**

E o **comprimento de onda**

(que equivale a duas vezes a distância entre dois picos de $P(x)$):

$$\lambda = hc/E = 2L/n \ll L: \text{também } \mathbf{imperceptível}$$

A **probabilidade** de encontrar a partícula numa dada posição é **igual** em **todas** as **posições** dentro do poço, já que a amplitude da função de onda é igual em todas as posições.

\Rightarrow O **Princípio de Correspondência** é **satisfeito**.

Regras de Seleção

Transições entre níveis de Energia

(sem dedução)

Uma **transição** entre um estado n (ψ_n, E_n) e um estado m (ψ_m, E_m) só é **possível**, se a **integral**

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x)^* x \psi_m(x) dx$$

chamada **elemento de matriz** é **diferente de zero**:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x)^* x \psi_m(x) dx \neq 0$$

Uma limitação de transições possíveis deste tipo se chama **regra de seleção**.

Regras de Seleção

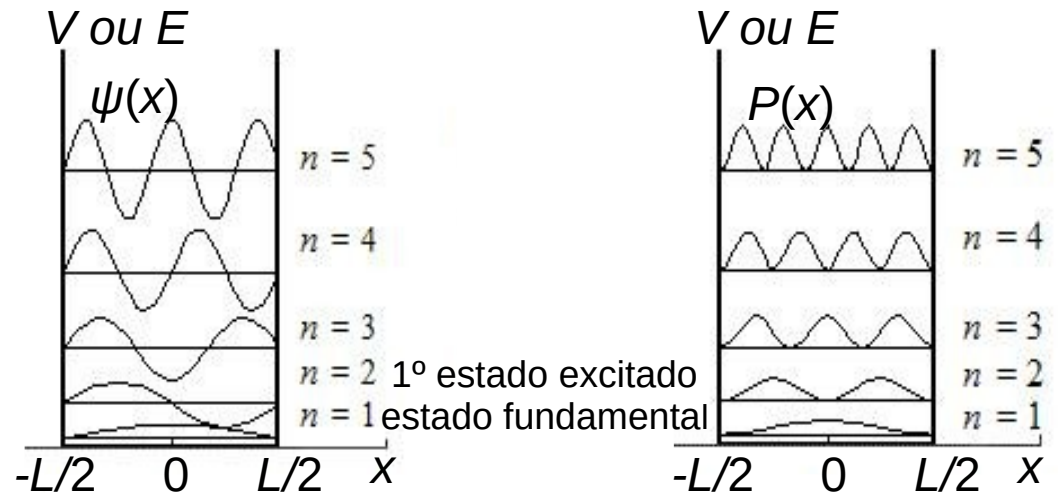
No exemplo do **poço infinito** temos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x)^* \times \psi_m(x) dx = 0 \text{ para}$$

- n e m **ambos** sendo números **pares**, ou
- **ambos** sendo números **ímpares**

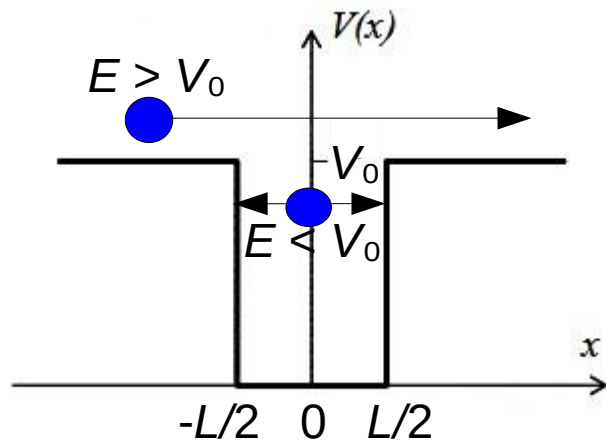
(Isto é mais facilmente mostrado colocando o ponto zero no centro do poço)

=> Só **transições** com Δn **ímpar** podem acontecer.



O Poço Quadrado Finito

É como o poço quadrado infinito, mas com **paredes** de **altura finita**:



$$V(x) = 0 \text{ para } -L/2 < x < L/2,$$
$$V_0 \text{ para } x < -L/2 \text{ ou } x > L/2$$

! Agora o sistema de coordenadas é escolhido tal, que $x = 0$ fica no meio do poço.

Caso Clássico

- $E < V_0$: Partícula movimentando-se **ida** e **volta** entre $x = -L/2$ e $x = L/2$ com **velocidade constante**, $v = \pm\sqrt{2E/m}$, sendo **refletida** nas **paredes** do poço (mesmo comportamento que no poço infinito).
- $E > V_0$: Partícula movimentando-se até chegar no poço com $v = \pm\sqrt{2(E-V_0)/m}$, **atravessando** o poço com $v = \pm\sqrt{2E/m}$, e continuando na mesma direção com a velocidade inicial.

O Poço Quadrado Finito

Caso Quântico

Solução ($E < V_0$):

$\psi(x) = A \cdot \text{sen/cos } kx$, onde $k = \pm\sqrt{2mE}/\hbar$
para $-L/2 < x < L/2$ (pela simetria)

$B \cdot e^{\alpha x}$, onde $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$
para $x < -L/2$

$\pm B \cdot e^{-\alpha x}$ para $x > L/2$ (p. não divergir)

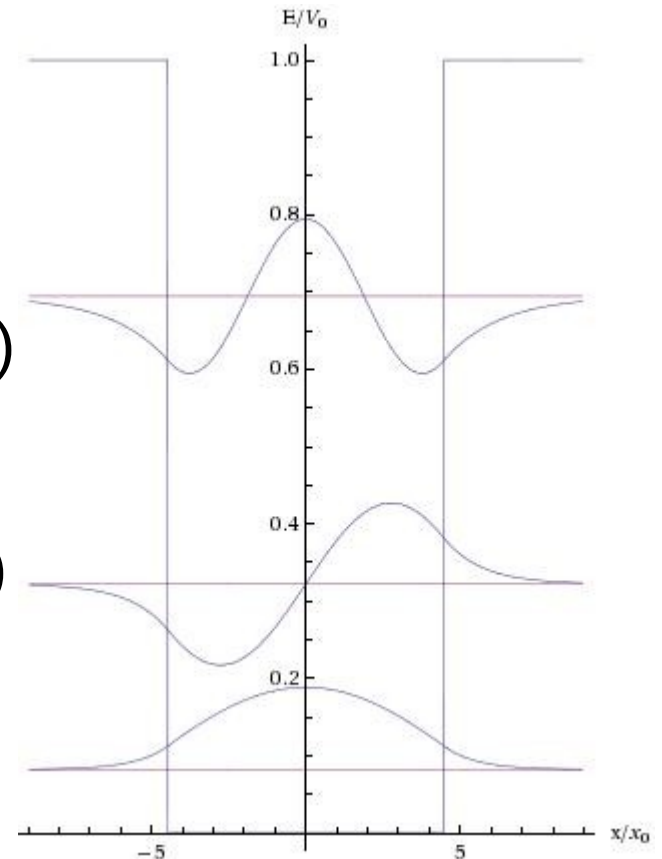
! B pode ser negativo

As condições, que ψ e ψ' devem ser **contínuas** em $x = -L/2$ e $x = L/2$,

e que a função tem que ser **normalizável** (tender a zero para $x \rightarrow \pm\infty$) fazem, que apenas certos valores de E são possíveis.

=> **Quantização**

=> $E = E_n \Rightarrow k = k_n, \psi = \psi_n, n = 1, 2, 3, \dots$



O Poço Quadrado Finito

Caso Quântico

Solução ($E < V_0$):

$\psi_n(x) = A \cdot \text{sen/cos } k_n x$, onde $k_n = \pm \sqrt{2mE_n} / \hbar$
para $-L/2 < x < L/2$

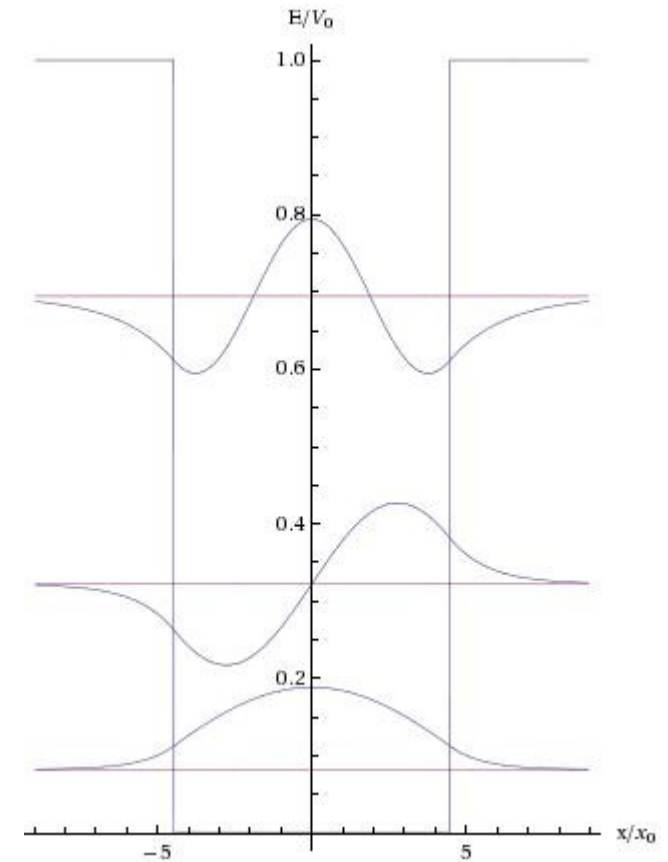
$B \cdot e^{\alpha x}$, onde $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - E_n)} / \hbar$
para $x < -L/2$

$\pm B \cdot e^{-\alpha x}$ para $x > L/2$

para $n = \text{ímpar}$: usar o cosseno
entre $-L/2$ e $L/2$,

e o sinal positivo para $x > L/2$;

para $n = \text{par}$: seno e sinal negativo



O Poço Quadrado Finito

Caso Quântico

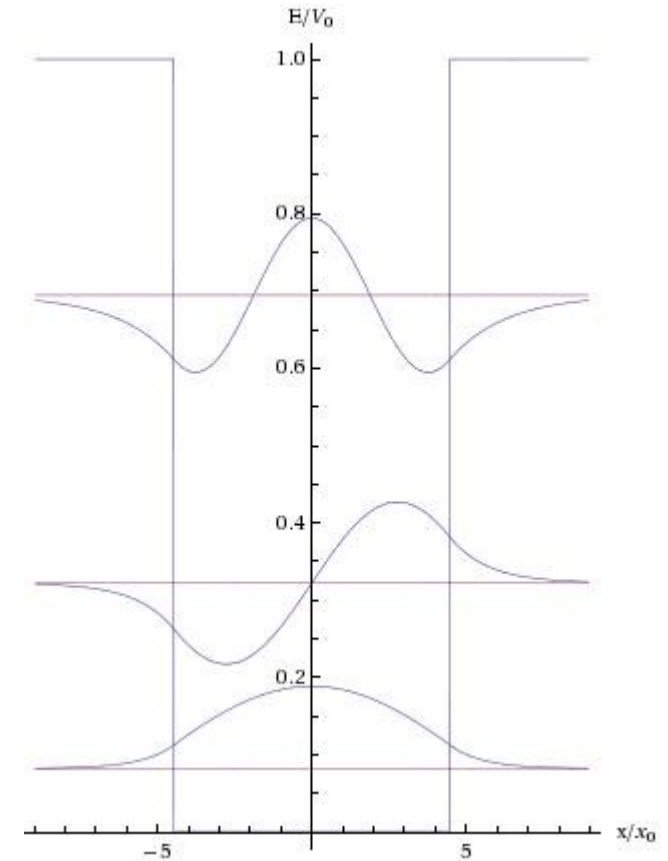
A **função de onda** “penetra” um pouco nas regiões **classicamente “proibidas”** ($E < V_0$), isto é, a partícula se encontra lá com uma probabilidade não-nula!

O **princípio de indeterminação** torna isto possível.

Por isto, no poço finito cabe uma onda com **comprimento de onda** um pouco **maior**, do que num **poço infinito** do **mesmo tamanho**.

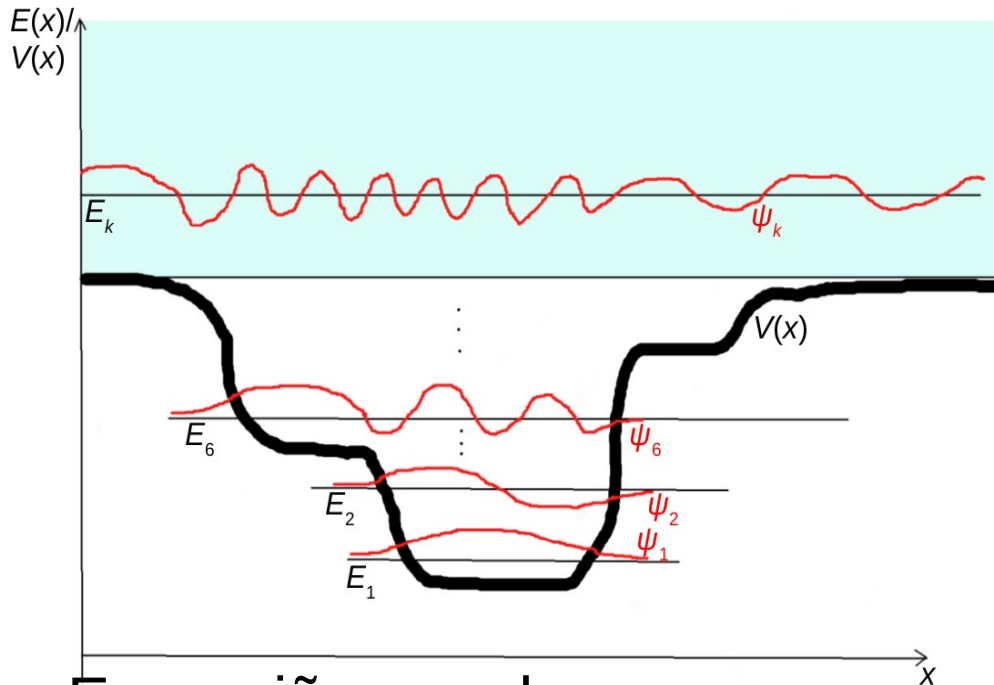
=> As **energias** E_n são um pouco **menores** que no poço infinito.

Não tratamos o caso $E > V_0$ aqui, mas podemos dizer que, por se tratar de estados não-ligados (igual como a partícula livre, o degrau e a barreira), acima de V_0 , a energia não será quantizada.



“Receita de Bolo”

Dado $V(x) \Rightarrow$ Procurar **combinações** $\psi(x)$, E (resolver a E. d. S.)



Para $E > V(-\infty)$ e/ou $E > V(+\infty)$:
estado “livre”,
espectro **contínuo** de energias

Para $E < V(-\infty)$ e $E < V(+\infty)$,
“poço de potencial”:
estado ligado,
níveis de energia **quantizados**

Para $E < V_{\min}$ não há solução

Em regiões, onde:

- $E > V(x)$ (classicamente “permitido”)

\Rightarrow sinal de $\psi''/\psi = 2m(V-E)/\hbar^2$ negativo:

$\psi(x)$ **oscilatório**, $\cos/\sin kx$, ou $e^{\pm ikx}$, onde $k = \sqrt{2m(E-V)}/\hbar$ ($\lambda = 2\pi/k$)

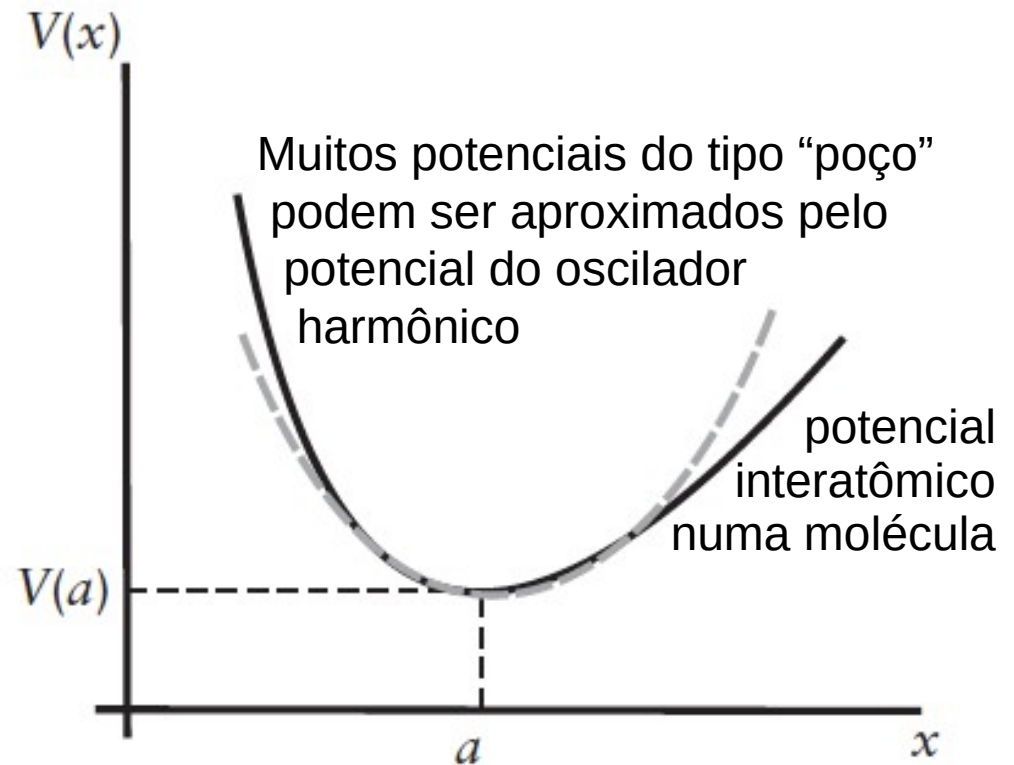
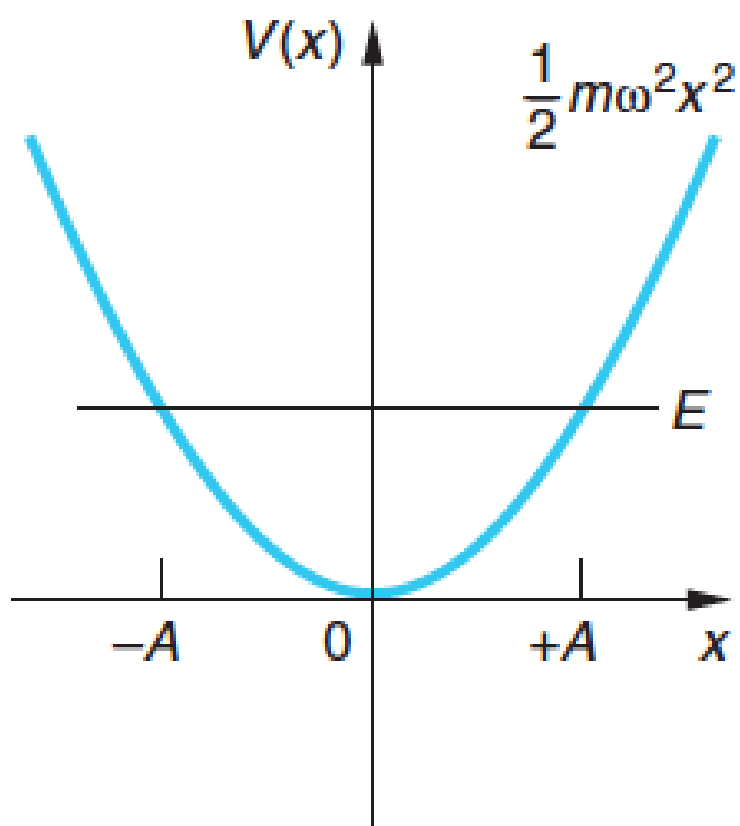
- $E < V(x)$ (classicamente “proibido”) \Rightarrow sinal de ψ''/ψ positivo:

$\psi(x)$ **exponencial**, $e^{\pm\alpha x}$, onde $\alpha = \sqrt{2m(V-E)}/\hbar$

- $V(x) = \infty$: $\psi(x) = 0$

O Oscilador Harmônico

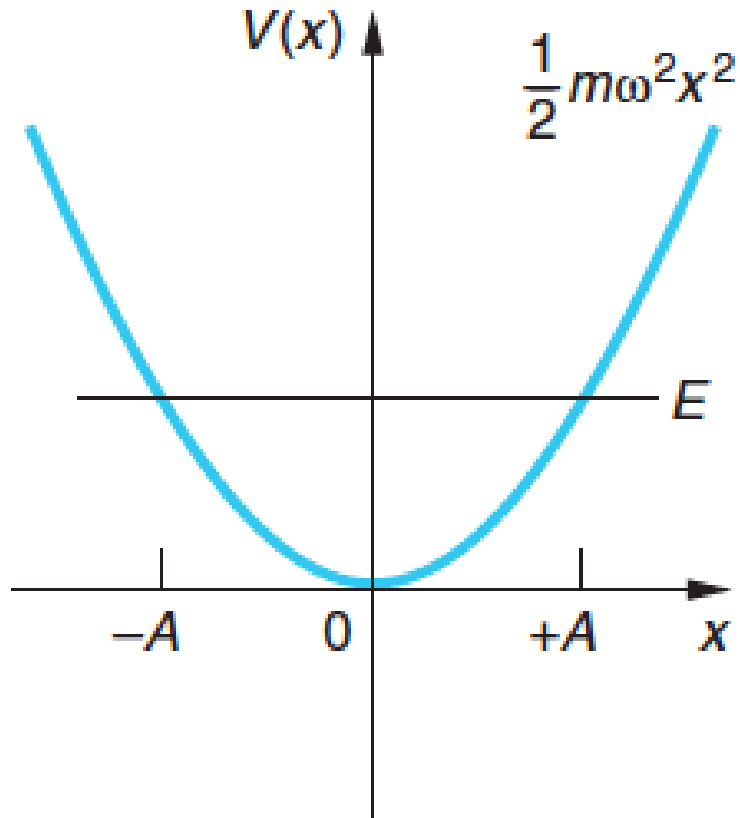
Força $F(x) = -kx \Rightarrow$ Potencial $V(x) = -\int F \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot kx^2 = \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2$



Na física **clássica** (exemplo mola), a partícula com energia E **oscila** com **frequência** angular $\omega = \sqrt{k/m}$, que **não** depende da **energia**, entre as posições $-A$ e $+A$, onde $E = \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot kA^2$.

O Oscilador Harmônico

$$\text{Potencial } V(x) = \frac{1}{2} \cdot kx^2 = \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2$$



Dá para determinar a **velocidade** da partícula em **função** da **posição** x pela **conservação** de **energia**:

$$\frac{1}{2} \cdot mv^2 + \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2 = E$$

$$\Rightarrow v(x) = \sqrt{(2/m) \cdot (E - \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2)}$$

A probabilidade de estadia é inversamente proporcional a v (quanto mais lentamente a partícula passa por uma certa posição, tanto maior a probabilidade de flagrá-la lá):

$$P(x) \text{ prop. } 1/\sqrt{(2/m) \cdot (E - \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2)}$$

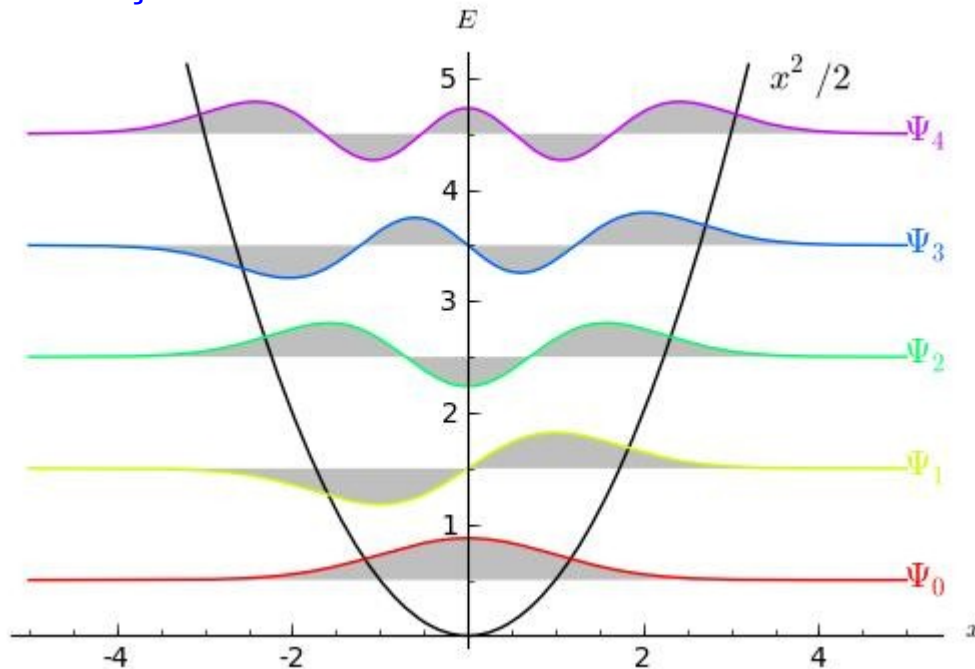
\Rightarrow A probabilidade de estadia é mais alta perto dos pontos de retorno $-A$ e $+A$.

O Oscilador Harmônico

Caso quântico

Por ser um potencial tipo “poço”, a receita de bolo prevê

Funções de Onda do Oscilador Harmônico



- **quantização** de **energias**
- comportamento **oscilatório** lá, onde $E > V(x)$, e **exponencial** onde $E < V(x)$

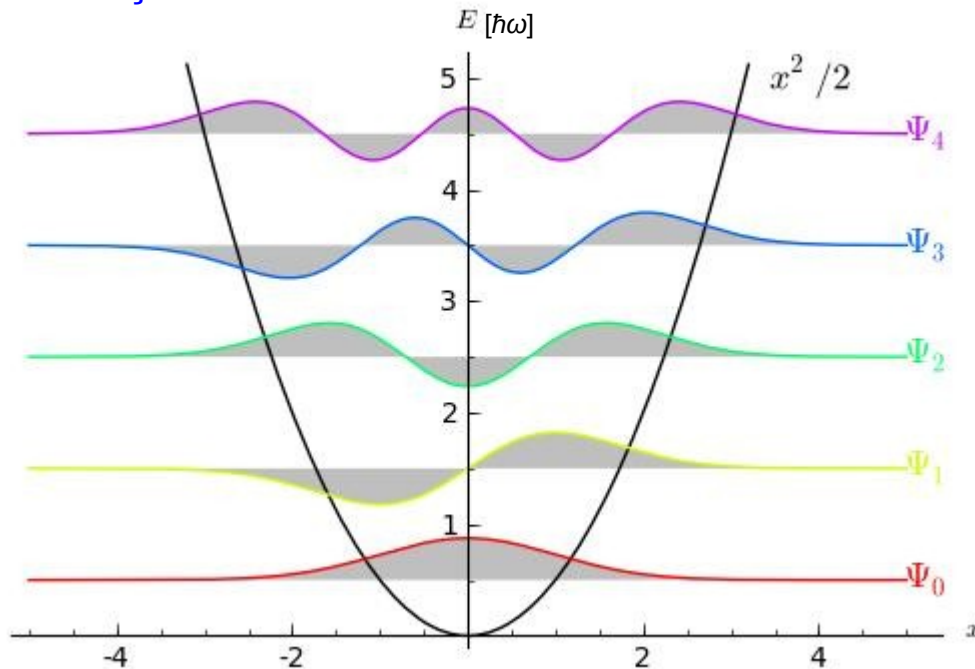
Pela **simetria** de $V(x)$, $V(x) = V(-x)$ esperamos que $P(x) = |\psi(x)|^2$ seja simétrica também

$\Rightarrow \psi(x)$ tem que ser **simétrica**, $\psi(x) = \psi(-x)$, ou **antissimétrica**, $\psi(x) = -\psi(-x)$.

O Oscilador Harmônico

Caso quântico

Funções de Onda do Oscilador Harmônico



As soluções são da forma:

$$\psi_n(x) = C_n \cdot e^{-m\omega x^2/2\hbar} \cdot H_n(\sqrt{m\omega/\hbar} \cdot x),$$

onde $C_n = \text{const. de norm.}$

$e^{-m\omega x^2/2\hbar}$ é uma gaussiana, e

$H_n = \text{polinômio de Hermite de } n\text{-ésimo grau}$

$$\Psi_0 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} e^{-y^2/2}$$

$$\Psi_1 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} \sqrt{2} y e^{-y^2/2}$$

$$\Psi_2 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2}} (2y^2 - 1) e^{-y^2/2}$$

$$\Psi_3 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{3}} (2y^3 - 3y) e^{-y^2/2}$$

$$\alpha = \frac{m\omega}{\hbar} \quad y = \sqrt{\alpha} x$$

verificaremos
daqui a pouco

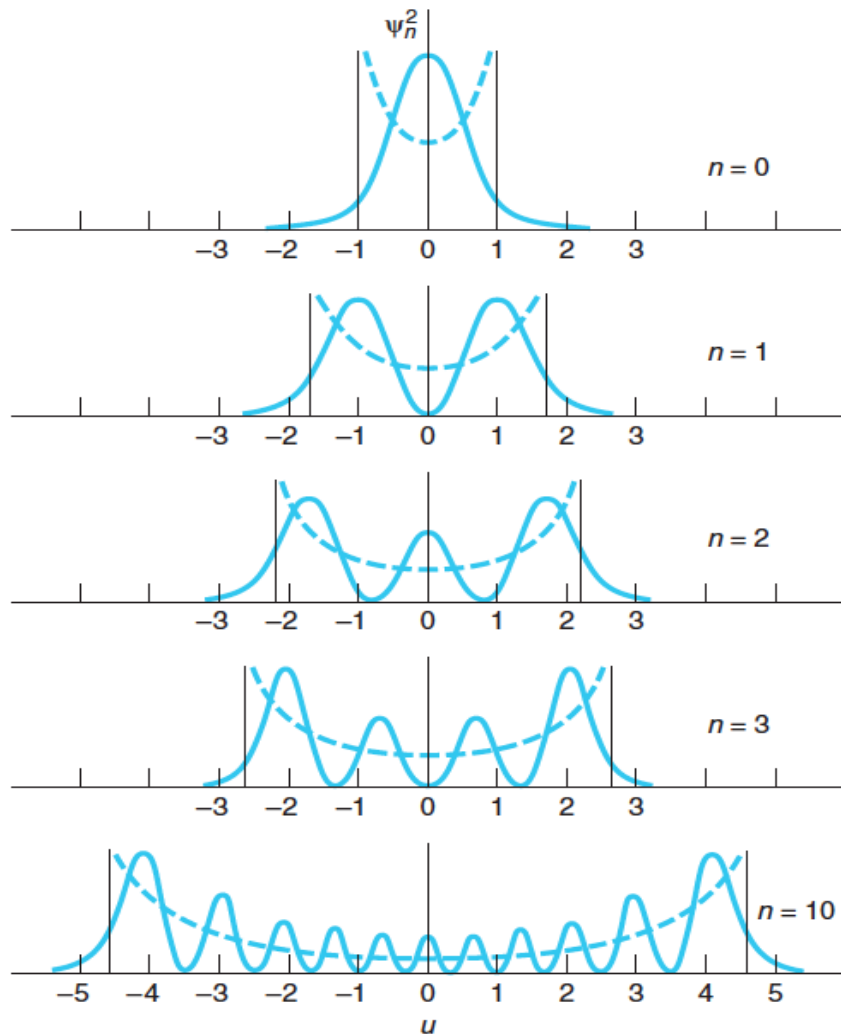
$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Regra de seleção: $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^* x \psi_m dx \neq 0$ apenas para $n = m \pm 1$

\Rightarrow Só **transições** com $\Delta n = \pm 1$ são possíveis.

O Oscilador Harmônico

As funções de onda levam a estas **distribuições** de **probabilidade**:



Para **grandes números quânticos**, a **quantização** da energia e **comprimento de onda** da função de onda são **imperceptíveis** (igual como no caso do poço quadrado infinito), e a **probabilidade** de estadia é mais **alta** perto dos **pontos de retorno** clássicos.

=> Princípio de **correspondência**

O Oscilador Harmônico

Exemplo de uma verificação

Mostre que a função de onda $\psi_0(x) = C \cdot e^{-\alpha x^2/2}$ satisfaz a equação de Schrödinger de uma partícula no potencial do oscilador harmônico, $V(x) = \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2$.

Determine a constante α e a energia total da partícula.

$$d\psi_0/dx = C(-\alpha x)e^{-\alpha x^2/2}$$

$$d^2\psi_0/dx^2 = C[-\alpha e^{-\alpha x^2/2} + (-\alpha x)^2 e^{-\alpha x^2/2}] = (\alpha^2 x^2 - \alpha) \cdot C e^{-\alpha x^2/2} = (\alpha^2 x^2 - \alpha) \cdot \psi_0$$

Substituir na **Equação de Schrödinger**:

$$-\hbar^2/2m \cdot (\alpha^2 x^2 - \alpha) \cdot \psi_0 + (\frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2) \cdot \psi_0 = E\psi_0$$

$$\Rightarrow -\hbar^2/2m \cdot (\alpha^2 x^2 - \alpha) + (\frac{1}{2} \cdot m\omega^2 x^2) - E = 0$$

$$\Rightarrow [-\frac{1}{2} \cdot \hbar^2 \alpha^2 / m + \frac{1}{2} \cdot m\omega^2] \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot \hbar^2 \alpha / m - E = 0$$

Satisfeita, se os **termos constante** (em x^0) e **quadrático** (em x^2) são **zero**:

$$\text{termo em } x^2: -\frac{1}{2} \cdot \hbar^2 \alpha^2 / m + \frac{1}{2} \cdot m\omega^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = m\omega/\hbar$$

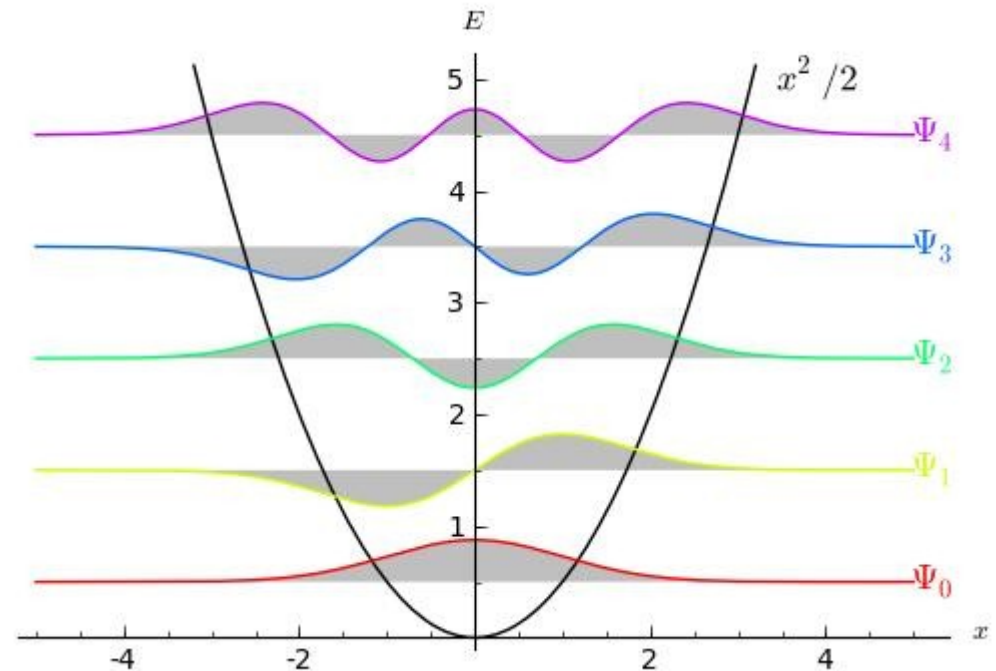
$$\text{termo constante: } \frac{1}{2} \cdot \hbar^2 \alpha / m - E = 0 \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{2} \cdot \hbar^2 \alpha / m = \frac{1}{2} \cdot \hbar\omega$$

Física Quântica

FIM PARA HOJE



Universidade Federal do ABC



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/MQ.html>