



Universidade Federal do ABC

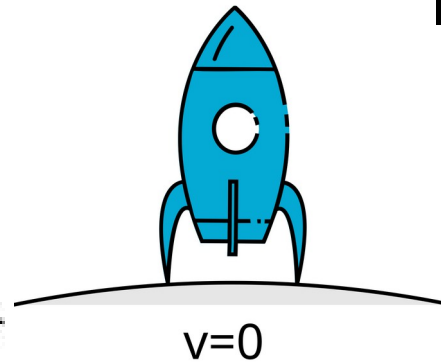
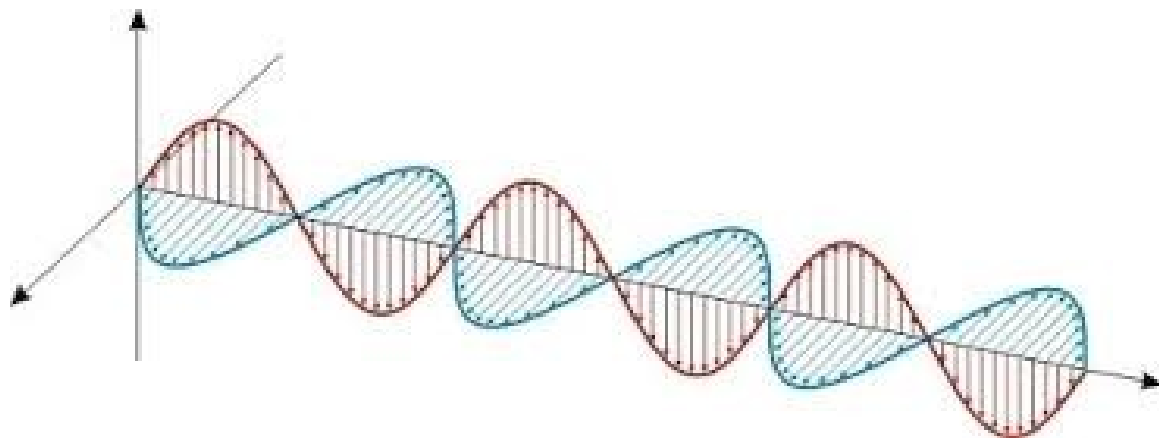
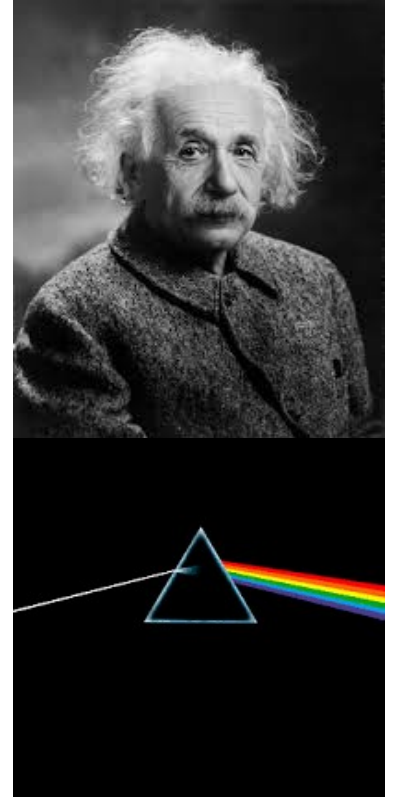
Ótica e Relatividade

03. Formação de Imagens em Espelhos Curvos.

Prof. Pieter Westera

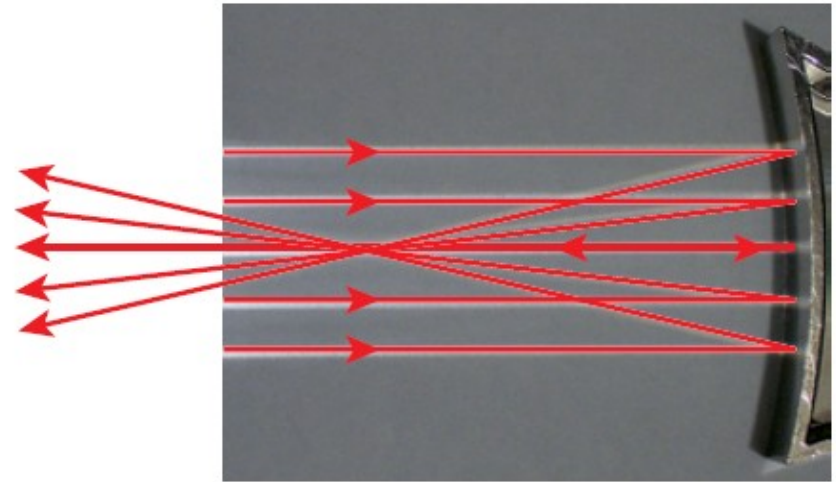
pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/OtRel.html>

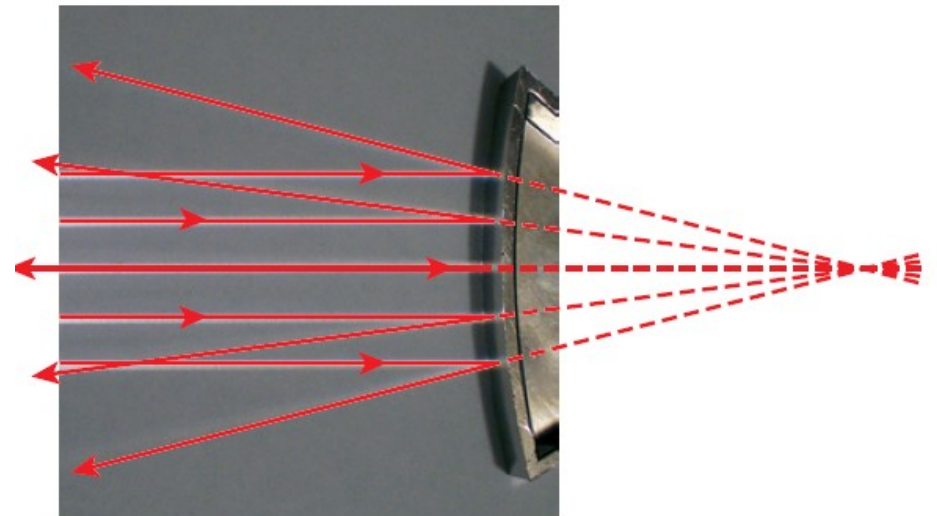


Espelhos Curvos

Côncavo: Convergente



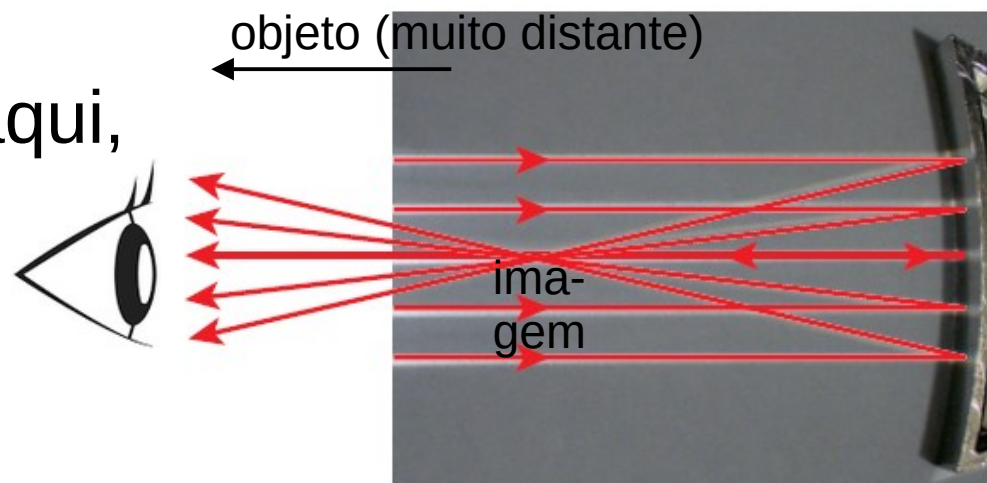
Convexo: Divergente



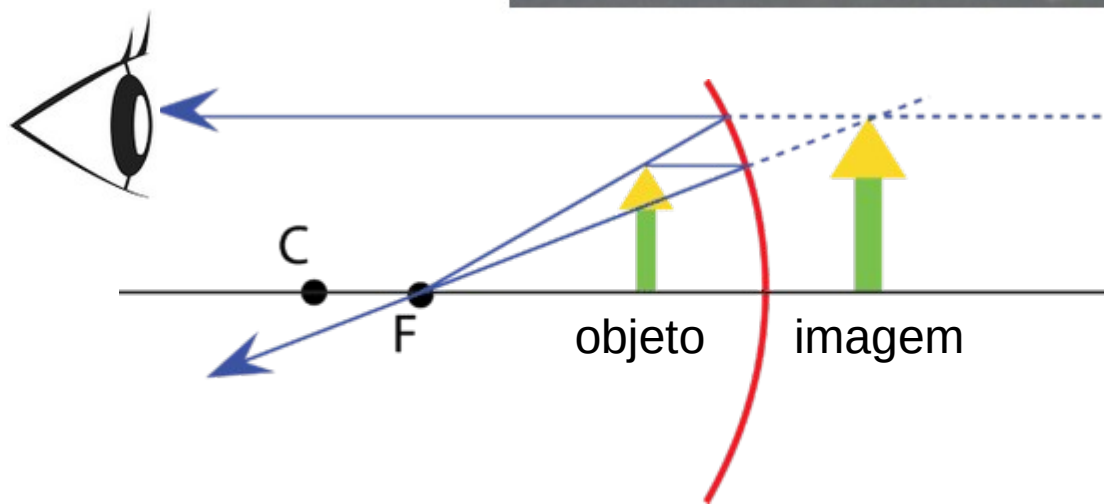
Espelhos Curvos

Côncavo: Convergente

Na geometria mostrada aqui, a **imagem** do objeto é **real**, os **raios** realmente **passam** pela **posição** da **imagem**.



Mas um **espelho côncavo** também às vezes produz uma **imagem virtual** (igual como um espelho plano, como visto na aula passada)



Espelhos Curvos

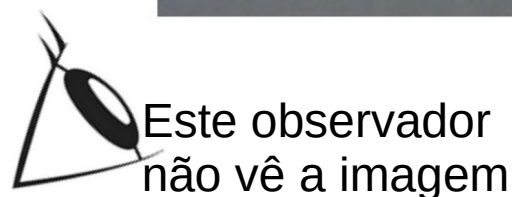
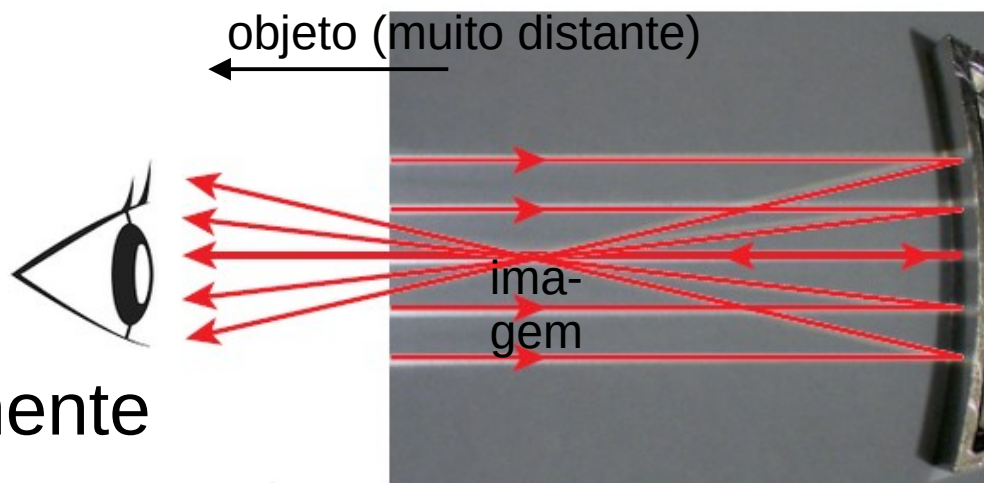
Côncavo: Convergente

!!! **Atenção** com **imagens reais**.

Uma imagem ser "real" **não** significa que lá realmente se forma um "holograma".

Para **ver** a imagem, se tem que estar **alinhado** com o **espelho** e a posição da **imagem**.

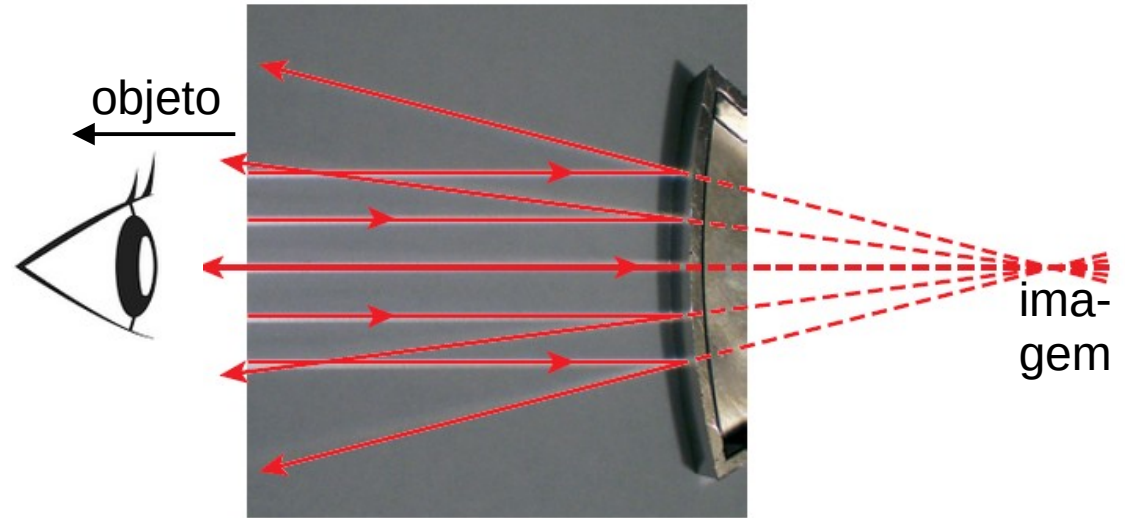
Ou se pode colocar uma **tela** na **posição** da **imagem**.
Aí, sim, a imagem será **projetada** na tela e você **verá** ela também de outras posições.



Espelhos Curvos

Convexo: Divergente

Espelhos convexos
(e planos)
sempre produzem
imagens virtuais.

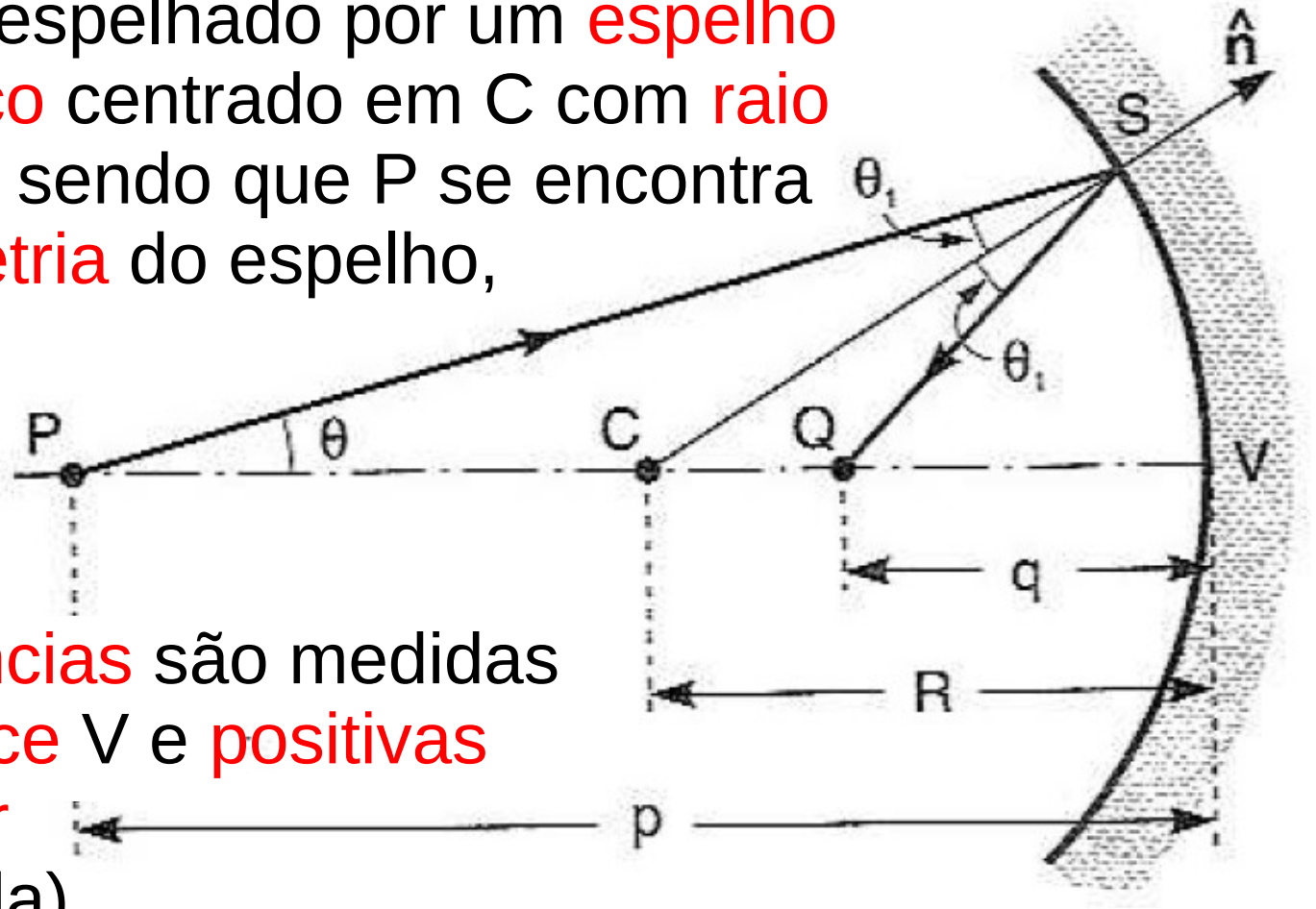


Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

Calculamos, onde será formada a imagem Q de um ponto P espelhado por um espelho côncavo esférico centrado em C com raio de curvatura R , sendo que P se encontra no eixo de simetria do espelho, i.e. calculamos q em função de p e R .

Todas as distâncias são medidas a partir do vértice V e positivas pro lado refletor (aqui a esquerda).



Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

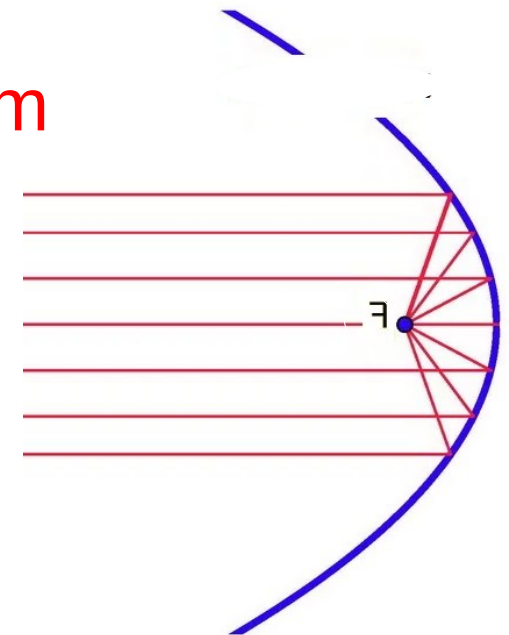
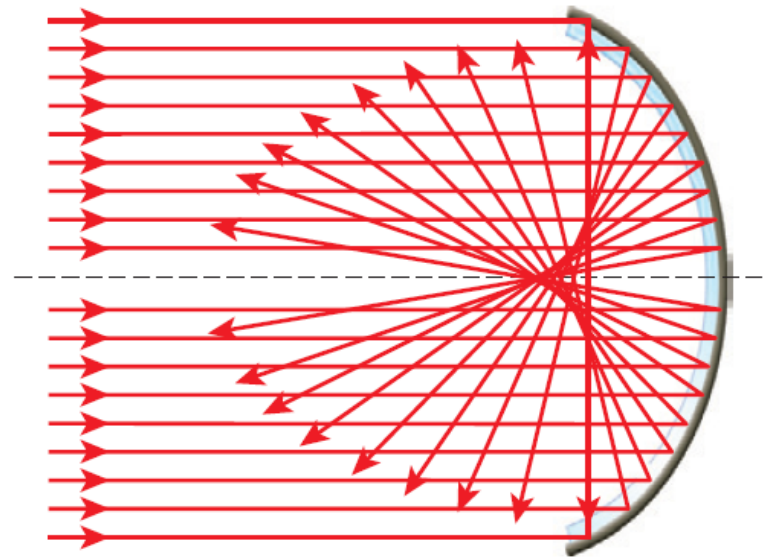
Entre Parênteses:

Na verdade, um espelho **esférico** **não** produz imagens totalmente **nítidas**.

Os **raios espelhados** de um **objeto** (aqui, um objeto "muito distante", i.e., os raios vêm paralelos) **não** se **cruzam** todos no **mesmo ponto**.

=> **Aberração Esférica**

O ideal neste caso seria um espelho **parabólico**, mas estes são mais difíceis e caros para produzir.



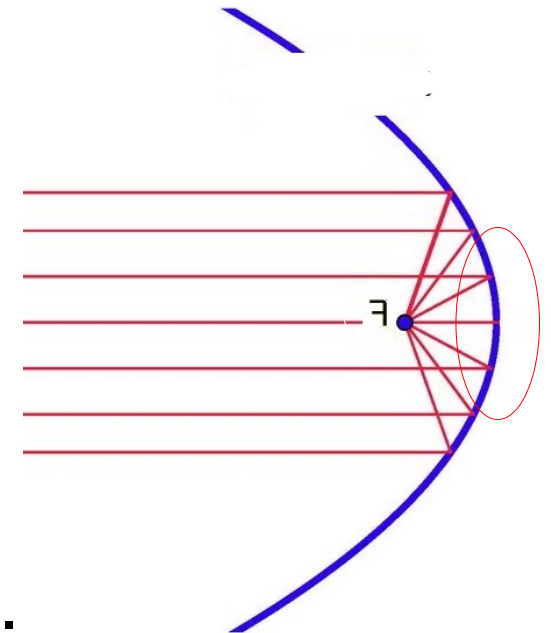
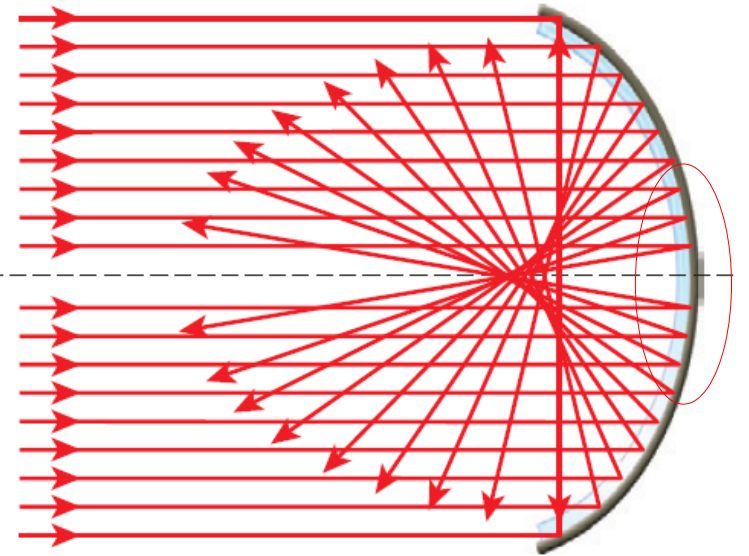
Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

Usando só uma **pequena parte** da esfera total, o **desvio da forma ideal é pequeno**.

Além disso, os **ângulos** entre o **eixo** de simetria do espelho e os **raios** de luz, assim como entre os **raios incidentes** e **espelhados** são **pequenos**, e podemos usar as **aproximações** $\sin \theta \approx \theta$ e $\sin \theta_1 \approx \theta_1$.

Por isto, em dispositivos óticos de preços acessíveis, como telescópios amadores são usados espelhos esféricos.



Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

Voltando ao cálculo (q em função de p e R):

triângulo PCS

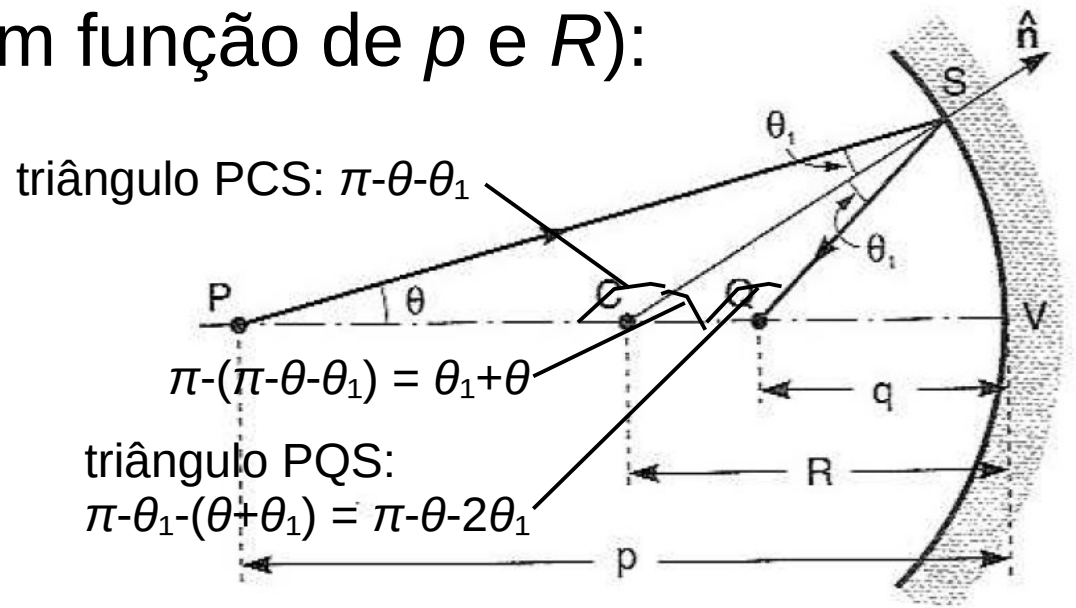
(Lei dos senos):

$$(p-R)/\text{sen } \theta_1 = R/\text{sen } \theta$$

$$\Rightarrow (p-R)/\theta_1 = R/\theta$$

$$\Rightarrow \theta_1/\theta = (p-R)/R$$

$$= p/R - 1 \quad (1)$$



triângulo SCQ (outra vez a lei dos senos):

$$R/\text{sen } (\pi - \theta - 2\theta_1) = R/\text{sen } (\theta + 2\theta_1) = (R-q)/\text{sen } \theta_1$$

$$\Rightarrow R/(\theta + 2\theta_1) = (R-q)/\theta_1$$

$$\Rightarrow \theta_1/(\theta + 2\theta_1) = (R-q)/R$$

$$\Rightarrow 1 - q/R = (\theta_1/\theta)/(1 + 2\theta_1/\theta) \quad (2)$$

Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

$$\theta_1/\theta = p/R - 1 \quad (1), \quad 1 - q/R = (\theta_1/\theta)/(1 + 2\theta_1/\theta) \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$1 - q/R = (p/R - 1)/(1 + 2p/R - 2)$$

$$= (p/R - 1)/(2p/R - 1)$$

$$= (2p/R - 1 - p/R)/(2p/R - 1)$$

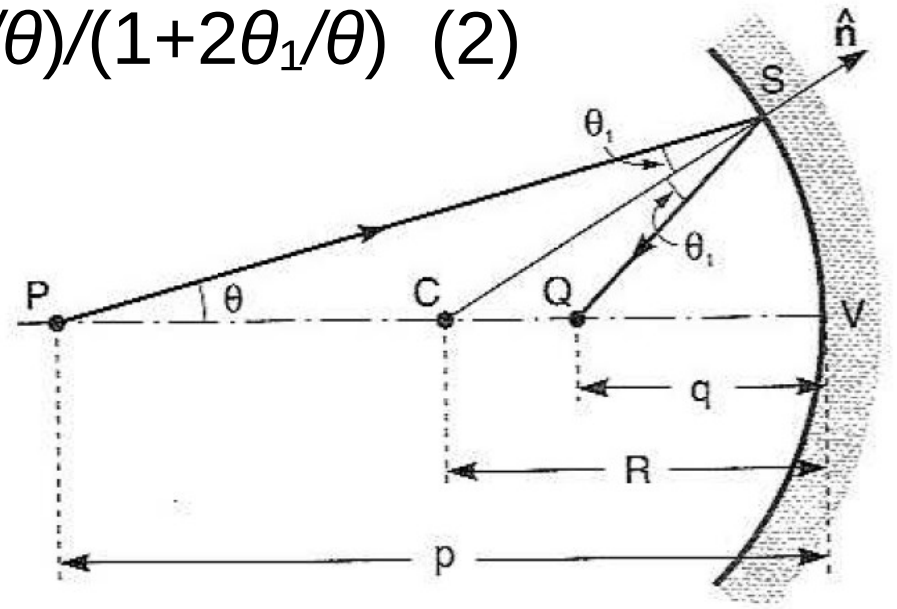
$$= 1 - (p/R)/(2p/R - 1)$$

$$\Rightarrow q/R = (p/R)/(2p/R - 1)$$

$$\Rightarrow R/q = (2p/R - 1)/(p/R) = 2 - 1/(p/R) = 2 - R/p$$

$$\Rightarrow \boxed{1/q + 1/p = 2/R}$$

Obviamente, dá para **trocar** p e q , ou seja, **P** e **Q**.
Se Q é a imagem de P, então P é a imagem de Q.

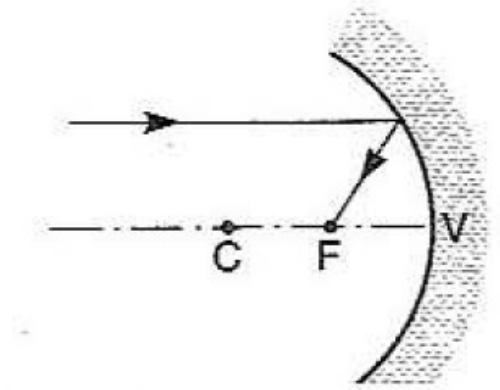


Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

$$1/q + 1/p = 2/R$$

No caso específico, naquele o **objeto** fica "no **infinito**", i.e., os **raios** vêm **paralos**, a **imagem** fica em:



$$1/q + 1/\infty = 2/R \Rightarrow q = R/2,$$

ponto chamado **foco** do espelho (F na imagem). Chamamos a distância espelho-foco de **distância focal** f .

$$f := q \mid p = \infty \Rightarrow \boxed{f = R/2} \quad \text{e} \quad \boxed{1/q + 1/p = 1/f}$$

Colocando uma **fonte** de **luz** no **foco** do espelho, os **raios** emitidos por ela são **espelhados paralelos** ao **eixo** do espelho, "pro **infinito**".

Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

$$1/q + 1/p = 2/R = 1/f: \Rightarrow q = (1/f - 1/p)^{-1} = pf/(p-f) = pR/(2p-R):$$

Conseguimos distinguir os seguintes casos:

$p = \infty$ (P "no infinito"): $q = f$, imagem em F

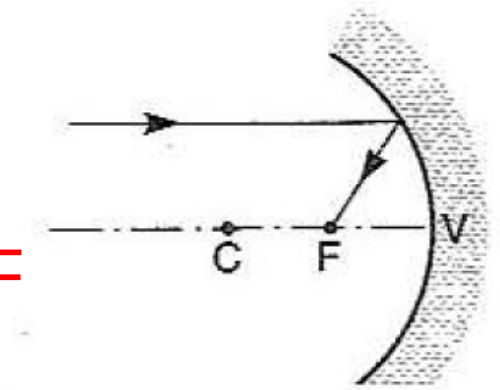
$R < p < \infty$ (P à esquerda de C):
 $f < q < R$, imagem entre F e C

$p = R$ (P = C): $q = R$, P é sua própria imagem

$f < p < R$: $R < q < \infty$, imagem à esquerda de C

$p = f$ (P = F): $q = \infty$, imagem "no infinito"

$p < f$: q negativo, imagem "atrás do espelho", i.e., virtual.



Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

E pontos **fora** do **eixo**?

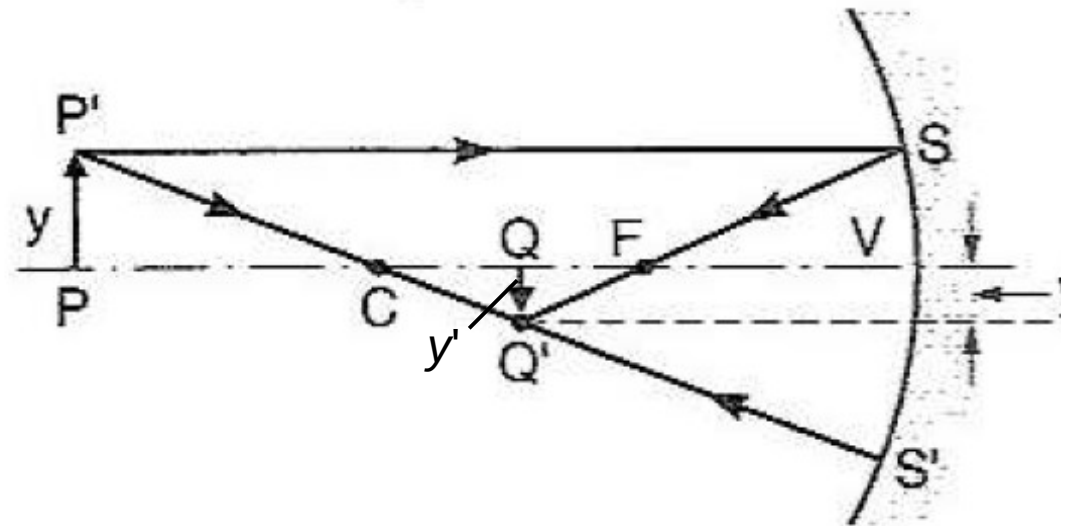
Onde estará a imagem

Q' de P' ?

(Pela simetria deve se encontrar no plano estendido pelo eixo do espelho e o ponto P' ,

que usaremos como plano da tela)

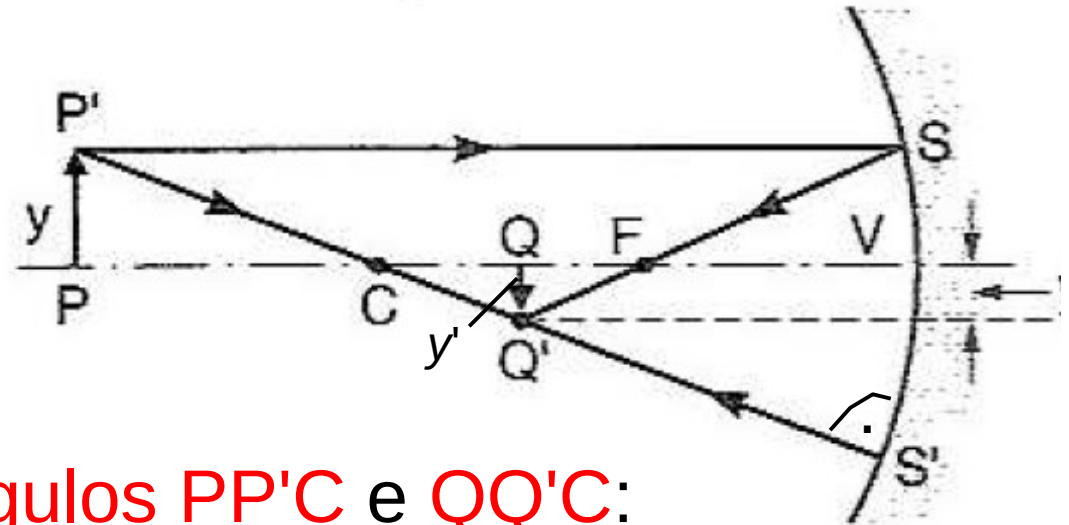
Ou, alternativamente, qual o **tamanho** y' da **imagem** do **objeto** $\overline{PP'}$ (aqui uma flecha), que tem tamanho y ?



Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

Pelas propriedades do espelho vistas antes, Q' deve se encontrar na **interseção dos raios SF e $P'C$** .



Pela **semelhança** dos **triângulos $PP'C$ e $QQ'C$** :

$$\begin{aligned} |y'/y| &= (R-q)/(p-R) = (1/pq - 1/Rp)/(1/Rq - 1/pq) \\ &= q/p \cdot (1/q - 1/R)/(1/R - 1/p) = q/p \cdot (2/R - 1/p - 1/R)/(1/R - 1/p) \\ &= q/p \cdot (1/R - 1/p)/(1/R - 1/p) = q/p \end{aligned}$$

Definimos como **magnificação** ou **aumento lateral**

$$m := y'/y = -q/p$$

sinal **negativo**, pois a imagem é **invertida** (de cabeça para baixo)

Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

$$m = y'/y = -q/p = -f/(p-f) = -R/(2p-R):$$

Olhando pros **mesmos casos** que antes:

$p = \infty$ (objeto "no **infinito**"):

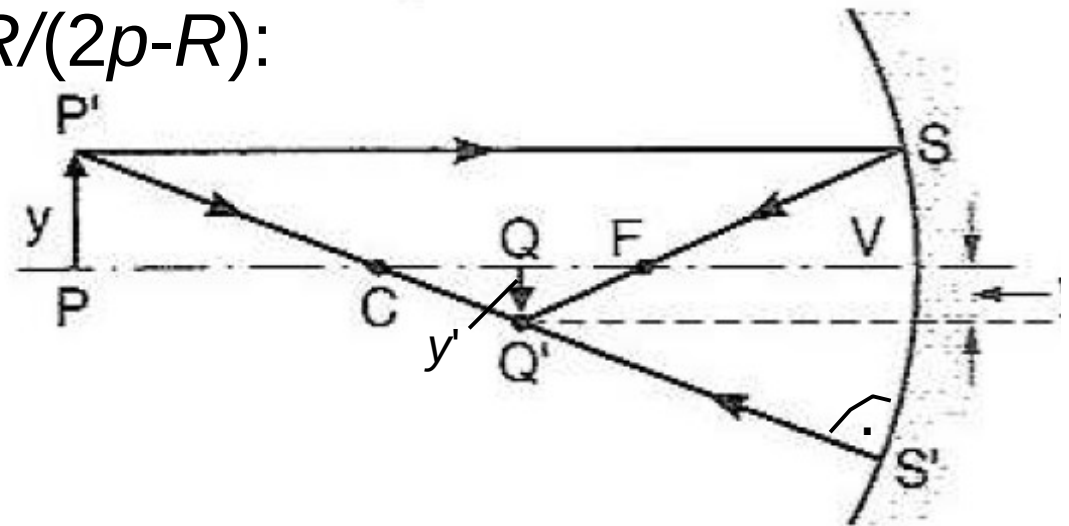
$m = 0$, imagem é **F**

$R < p < \infty$ (objeto à **esquerda** de **C**):

$-1 < m < 0$, imagem **invertida** e **menor** que o objeto

$p = R$ (objeto no **centro** da **curvatura** do espelho): $m = -1$,
imagem **invertida** e do **mesmo tamanho** que o objeto

$f < p < R$: $m < -1$, imagem **invertida** e **maior** que o objeto
(trocando na figura acima objeto e imagem)



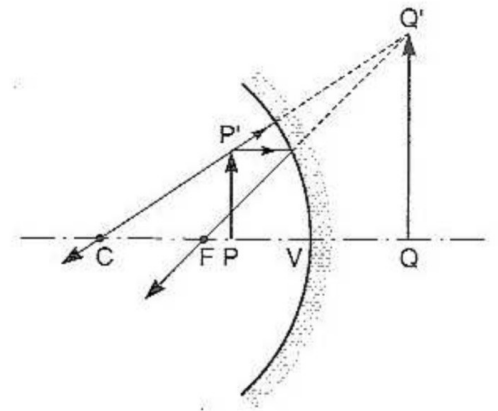
Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

$$m = y'/y = -q/p = -f/(p-f) = -R/(2p-R):$$

$p = f$ (objeto no **foco**): $m = \pm\infty$, magnificação "**infinita**" (olhando pro espelho, a imagem "enche" o espelho inteiro)

$p < f$ (objeto **entre espelho e foco**):
 $m > 1$: imagem **virtual, direta**
(não invertida) e **maior** que o objeto



Se o **raio de curvatura** do **espelho** tende ao **infinito**:

$R \rightarrow \infty \Rightarrow q \rightarrow -p, m \rightarrow 1$
obtemos o **espelho plano**.

Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

Outro Resumo

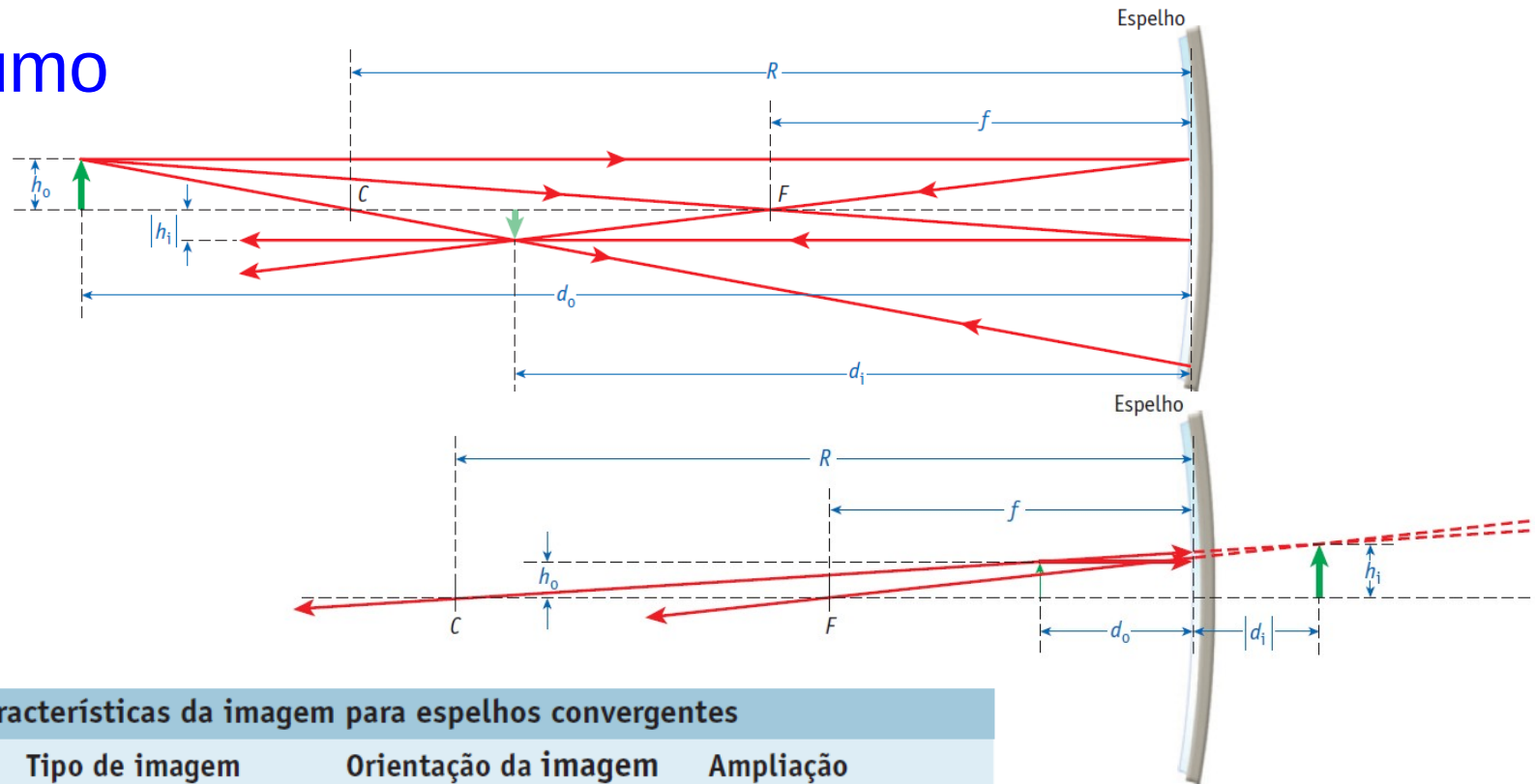


Tabela 1.1 Características da imagem para espelhos convergentes

Caso	Tipo de imagem	Orientação da imagem	Ampliação
$d_o < f$	Virtual	Ereta	Aumenta
$d_o = f$	Real	Ereta	Imagem no infinito
$f < d_o < 2f$	Real	Invertida	Aumenta
$d_o = 2f$	Real	Invertida	Mesmo tamanho
$d_o > 2f$	Real	Invertida	Reduzida
$d_o = \infty$	Real		"Nula"

Espelhos Curvos Convergentes

Côncavo: Convergente

Alguns Vídeos ilustrando, o que acabamos de ver

Bolinha oscilando entre $p > R$ e $p < f$:

<https://youtu.be/3e-LZPHBA2M?si=I1r4B31i9nPey0hK>

Bonequinho em $p \approx R$:

<https://youtu.be/4kFjwFvAXRc?si=9vMFsiwzy1rnul-6>

Colocando uma tela na posição da imagem:

<https://youtu.be/fyYaDeTonVQ?si=QQgJL5RhQjWJAQ2k>

Espelhos Curvos Divergentes

Convexo: Divergente

Para **lentes convexas**, podemos fazer a **mesma análise** e chegamos nas **mesmas fórmulas**,

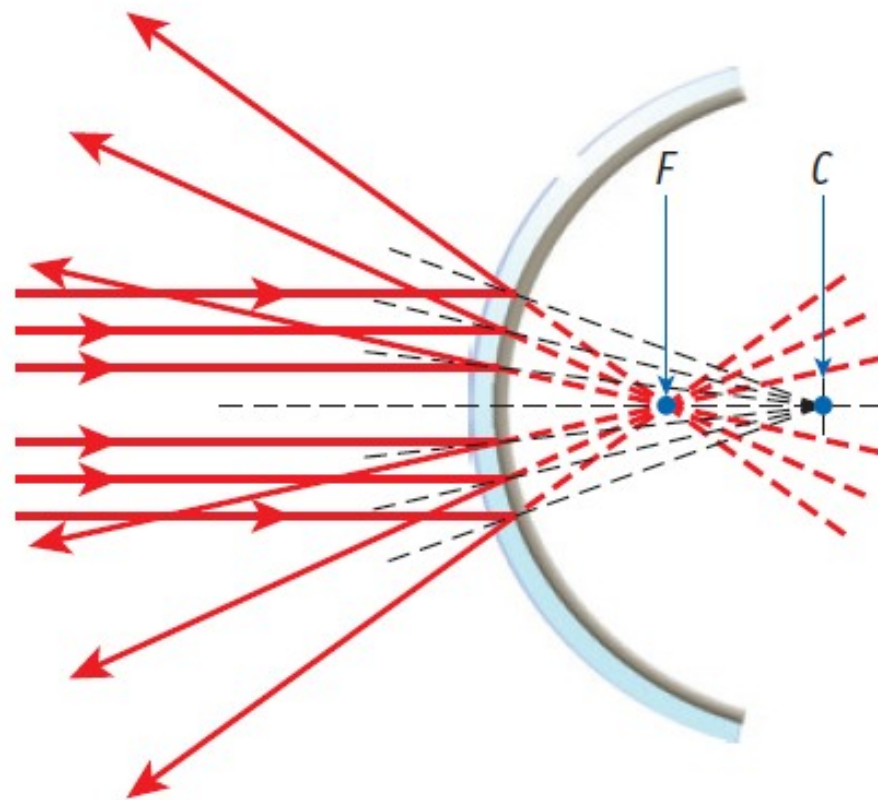
$$1/q + 1/p = 2/R = 1/f$$

$$m = -q/p$$

desde que usamos a **convenção**:

- R e f são **negativos**.

(**Centro da curvatura** e **foco** ficam "**atrás**" do **espelho**.)



Espelhos Curvos Divergentes

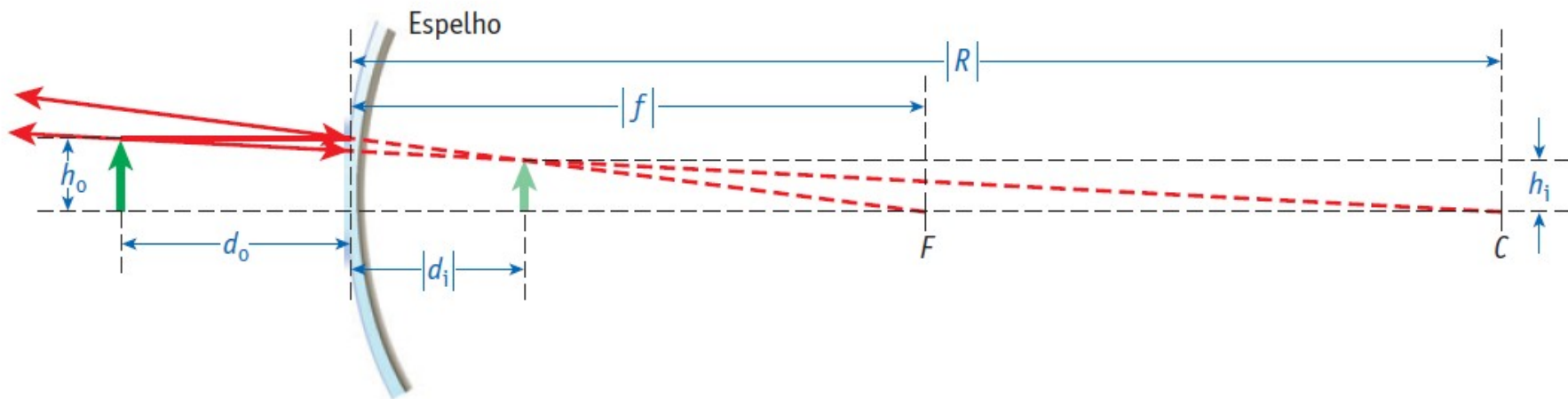
Convexo: Divergente

$$q = pf/(p-f) = -p|f|/(p+|f|) < 0$$

=> Com **espelhos convexos**, a **imagem é sempre virtual**.

$$m = |f|/(p+|f|) \text{ entre } 0 \text{ e } 1$$

=> Com **espelhos convexos**, a imagem é **sempre direta e menor** que o objeto.



Espelhos Curvos Divergentes

Exemplo

Considere um **espelho esférico** possui **distância focal** de **+10 cm**.

- 1) Como é a **imagem** de um **objeto** que está a **25 cm** do **vértice** do espelho?
- 2) Como é a imagem se o objeto está na posição **10 cm**?
- 3) Como é a imagem se o objeto está na posição **5 cm**?
- 4) Suponha agora que o objeto se **desloca** com **velocidade** v em **direção ao espelho**.
Com que **velocidade** a **imagem** se move?



Universidade Federal do ABC

Ótica e Relatividade

FIM PRA HOJE

