



Universidade Federal do ABC

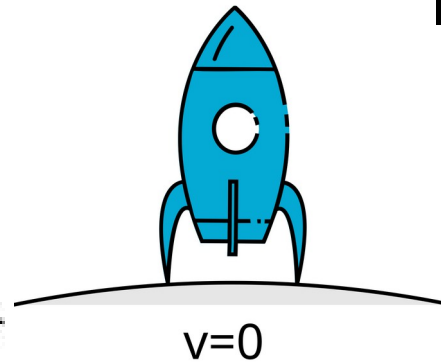
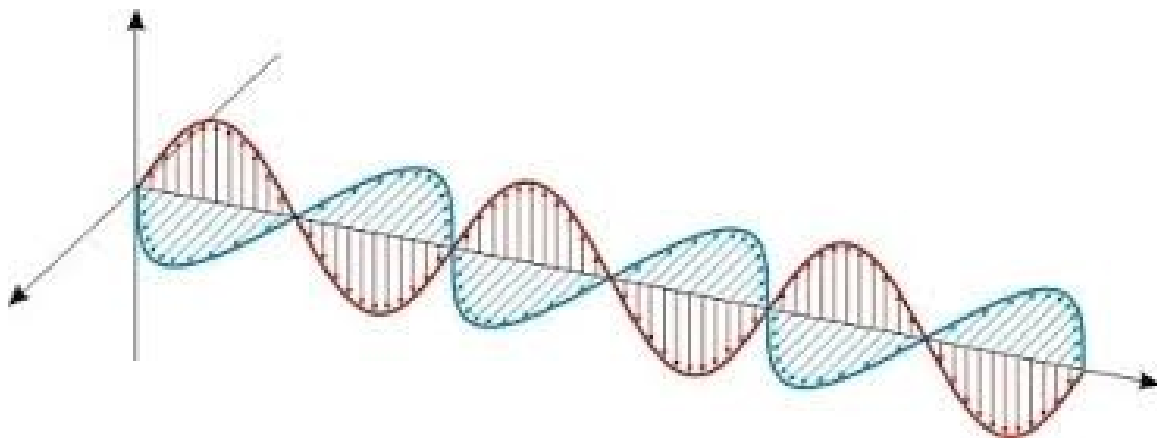
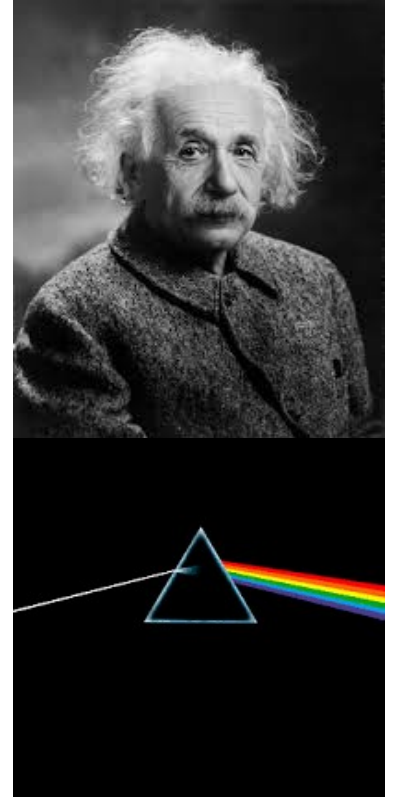
Ótica e Relatividade

11. Ótica Ondulatória: Interferência II e Difração

Prof. Pieter Westera

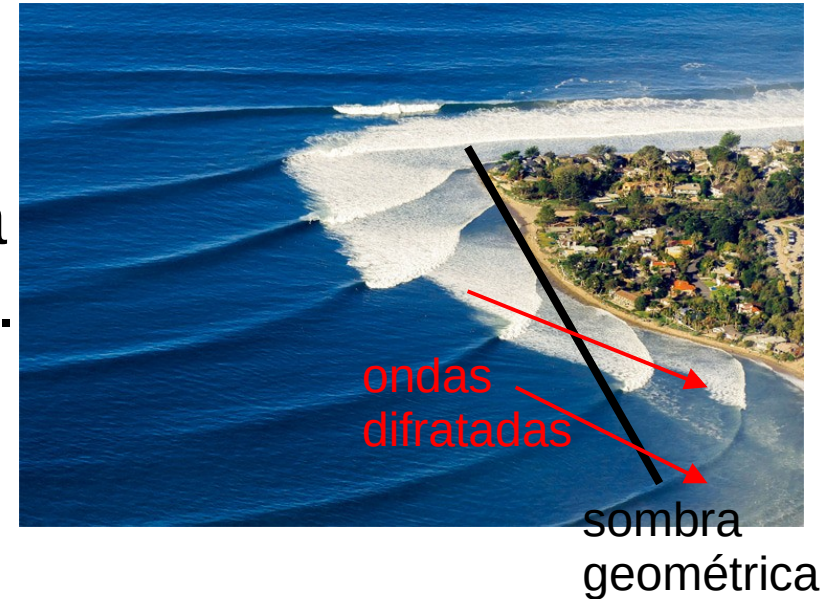
pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/OtRel.html>



Difração

Penetração de ondas na região da "sombra geométrica", ou seja, onde ela não poderia chegar pela aproximação da ótica geométrica. Só é possível para ondas pelo princípio de Huygens.



A difração pode limitar a resolução de instrumentos óticos.

Elá é útil para analisar estruturas cristalinas.

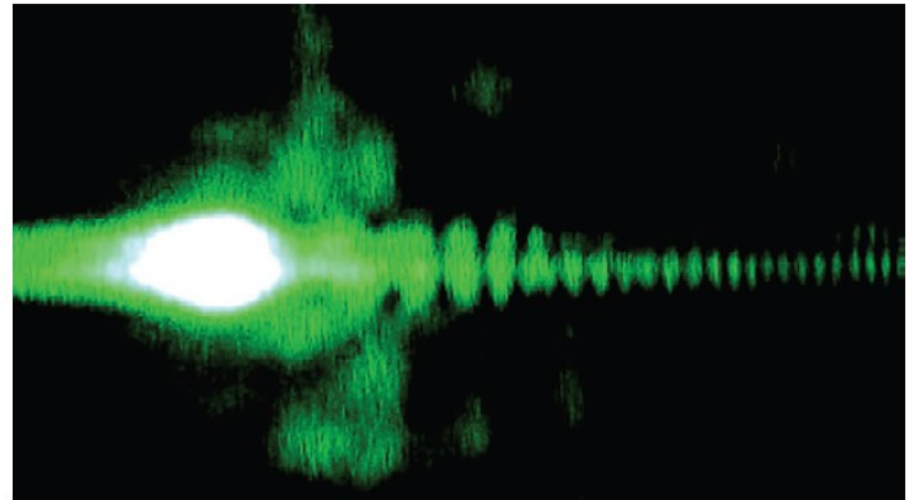


Figura 3.23 Luz de um laser verde incide sobre a lateral vertical de uma gilete, e o padrão de difração é formado sobre uma tela distante.

Difração

Ilustração, como o **princípio de Huygens*** explica a **difração**.

*Lembrete do princípio de Huygens (aula 2):
Cada ponto de uma **frente de onda** comporta-se como **fonte puntiforme**, gerando **ondas secundárias**.

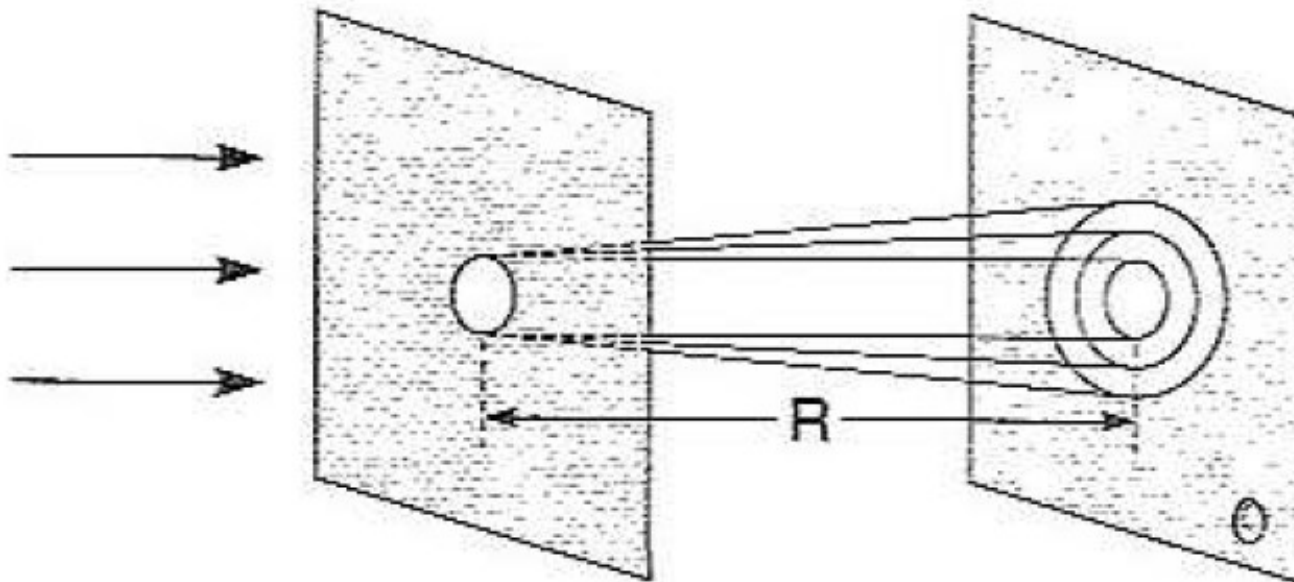


Fig. 4.1 Difração por um orifício circular

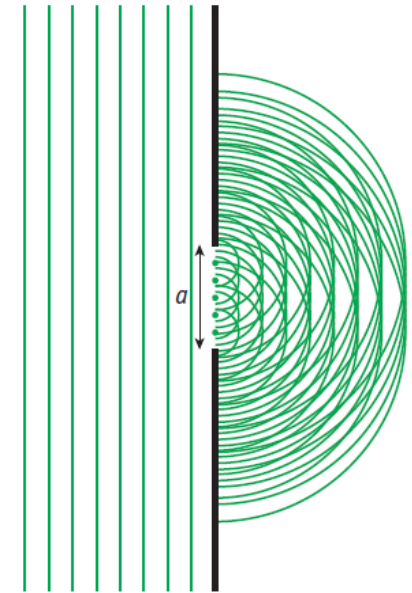


Figura 3.21 Luz coerente incidente sobre uma abertura com uma largura comparável ao comprimento de onda da luz. Os pontos representam as fontes de ondaletas em uma construção de Huygens.

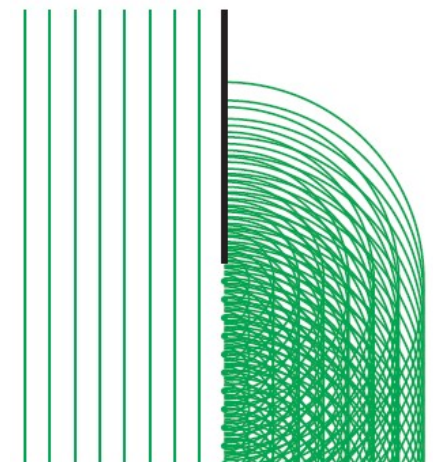


Figura 3.22 Luz coerente incidente sobre uma barreira. A luz difrata em torno da barreira.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

Pela **ótica geométrica** se esperaria que **luz** passando por uma **fenda simples** não muito estreita ($a \ll \lambda$) deixaria a "**sombra**" (clara) da **fenda** em uma **tela** atrás.

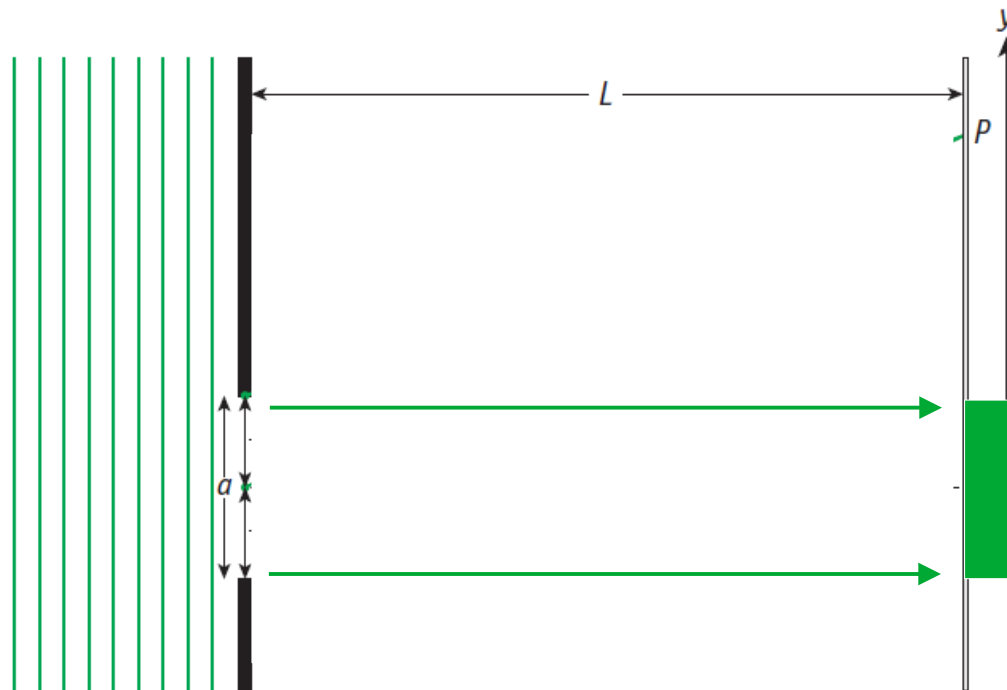


Figura 3.24 Geometria para localização da primeira franja escura de uma única fenda, usando dois raios da fenda.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

Porém, surge um **padrão de difração** (interferência de ondas provindo de todas as posições da fenda).

Vamos tentar calcular a **distância** entre as **primeiras franjas** e **regiões escuras** do

padrão no limite $a \ll \sqrt{\lambda L}$. \Rightarrow **Difração de Fraunhofer** (O caso geral é chamada *difração de Fresnel* e não vamos tratar aqui)

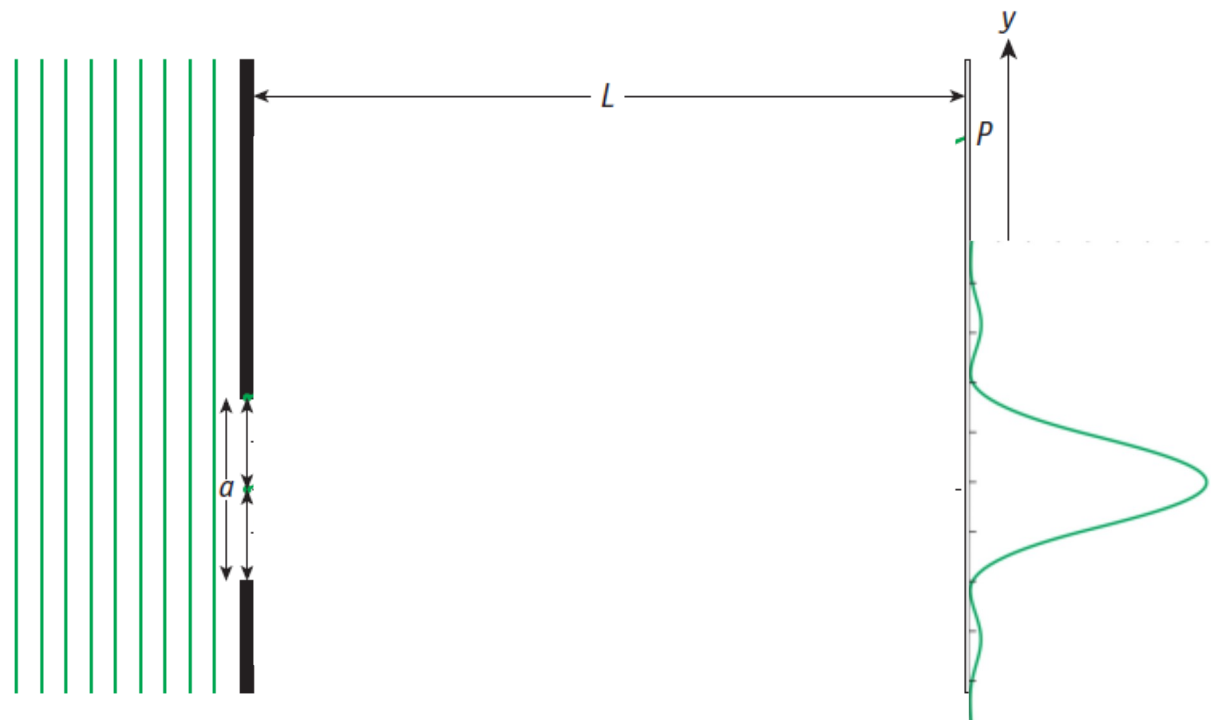


Figura 3.24 Geometria para localização da primeira franja escura de uma única fenda, usando dois raios da fenda.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

A primeira região escura surge, por que os raios provindo da metade superior da fenda fazem interferência destrutiva com os provindo da metade inferior.

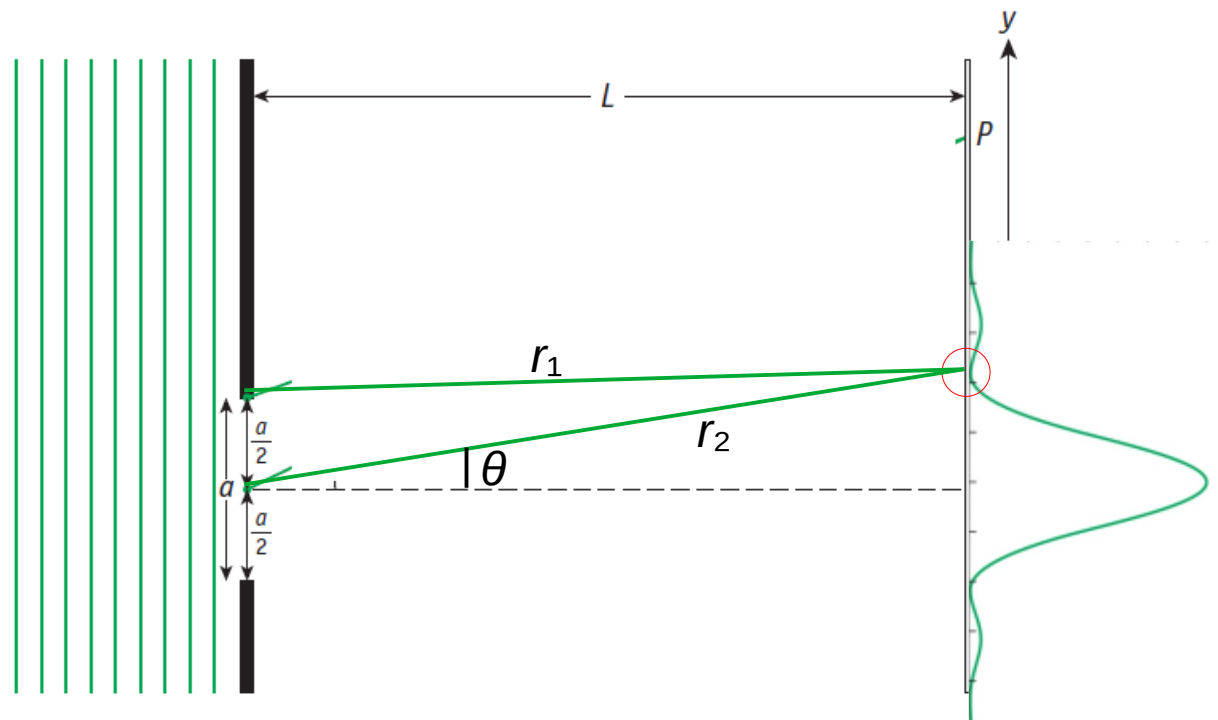


Figura 3.24 Geometria para localização da primeira franja escura de uma única fenda, usando dois raios da fenda.

=> Raios que partem de $a/2$ de distância têm que chegar na tela com uma diferença de caminho de $\lambda/2$.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

Dando um zoom na **região** em **torno da fenda**:

$$\Delta x = \lambda/2 = \text{sen } \theta \cdot a/2$$
$$\Rightarrow a \text{ sen } \theta = \lambda$$

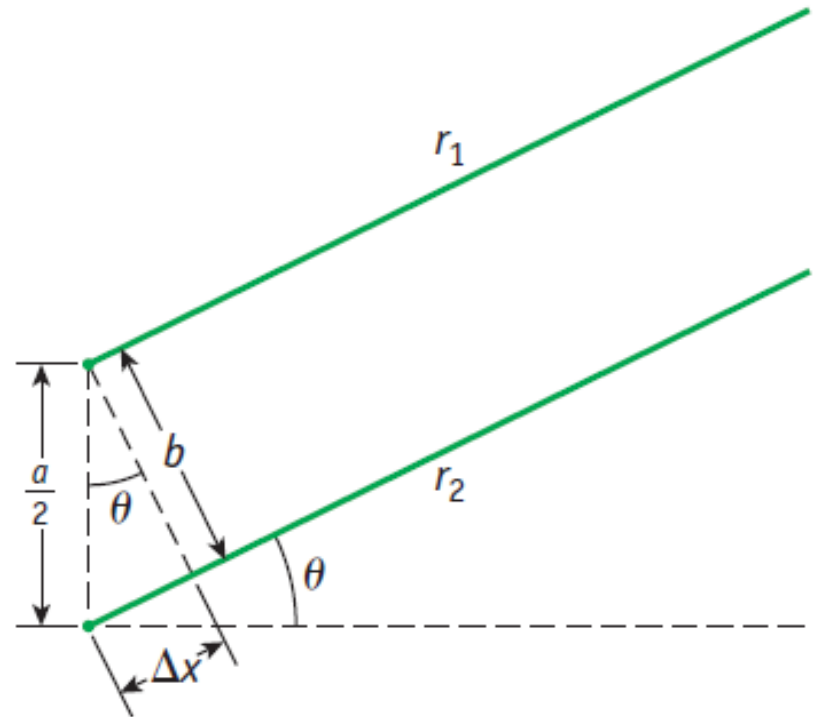


Figura 3.25 Versão geométrica expandida para determinação da localização da primeira franja escura na difração de uma única fenda.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

O **segundo mínimo** é o resultado dos raios provindo do **quarto superior** fazerem **interferência destrutiva** com os do **segundo quarto**, e os do **terceiro**, com os do **quarto**.

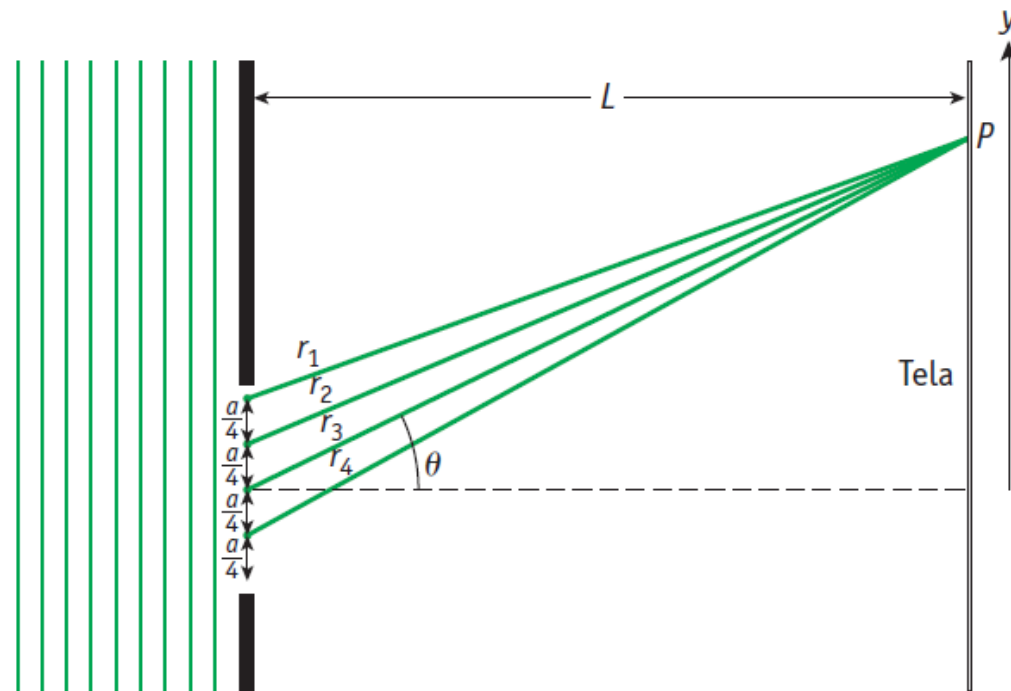


Figura 3.26 Geometria para determinação da localização da segunda franja escura de uma única fenda, usando quatro raios da fenda.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

$$\Delta x = \lambda/2 = \text{sen } \theta \cdot a/4$$

$$\Rightarrow a \text{ sen } \theta = 2\lambda$$

etc.

\Rightarrow **Condição** para **mínimos**:

$$a \text{ sen } \theta = \pm m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

! Em $m = 0$ não há um mínimo, mas o pico central

Com a tela na distância L e a aproximação para pequenos θ , $\tan \theta \approx \theta$:

$$y = \pm m \cdot \lambda L/a$$

As posições dos máximos são mais difíceis para calcular.

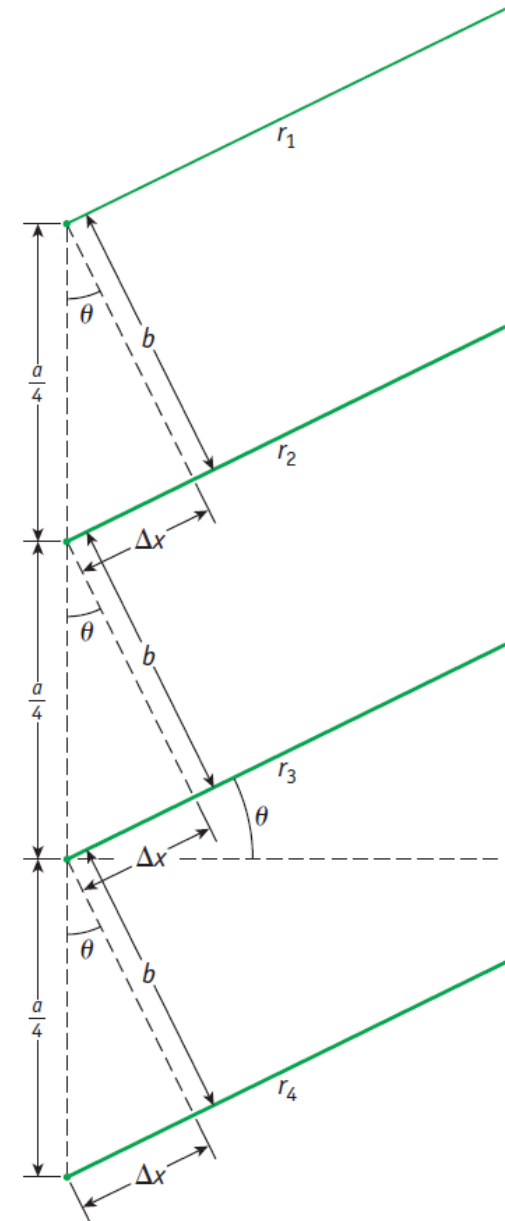


Figura 3.27 Versão geométrica expandida para determinação da localização da segunda franja escura na difração de uma única fenda.

Difração

Difração em uma Fenda Simples

Um cálculo mais detalhado (\Rightarrow MN v. 4, s. 4.7) consegue prever a **intensidade** da **onda incidente** na **tela** relativa à **intensidade** I_{\max} da **onda inicial** (antes de passar pela fenda):

$$I = I_{\max} \cdot ((\sin \alpha)/\alpha)^2, \quad \text{onde } \alpha = \pi a/\lambda \cdot \sin \theta$$

Para $\alpha = \pm m\pi$, ou $a \cdot \sin \theta = \pm m\lambda$, onde $m = 1, 2, 3, \dots$ obtemos o **mesmo resultado** que com o **raciocínio** dos slides anteriores: $I = 0$

Para $\alpha = 0$, $I = \lim_{\alpha \rightarrow 0} I_{\max} \cdot ((\sin \alpha)/\alpha)^2 = I_{\max}$

Os demais **máximos** ficam perto mas não exatamente nas posições $\alpha = \pm(m+1/2)\pi$, $m = 1, 2, 3, \dots$

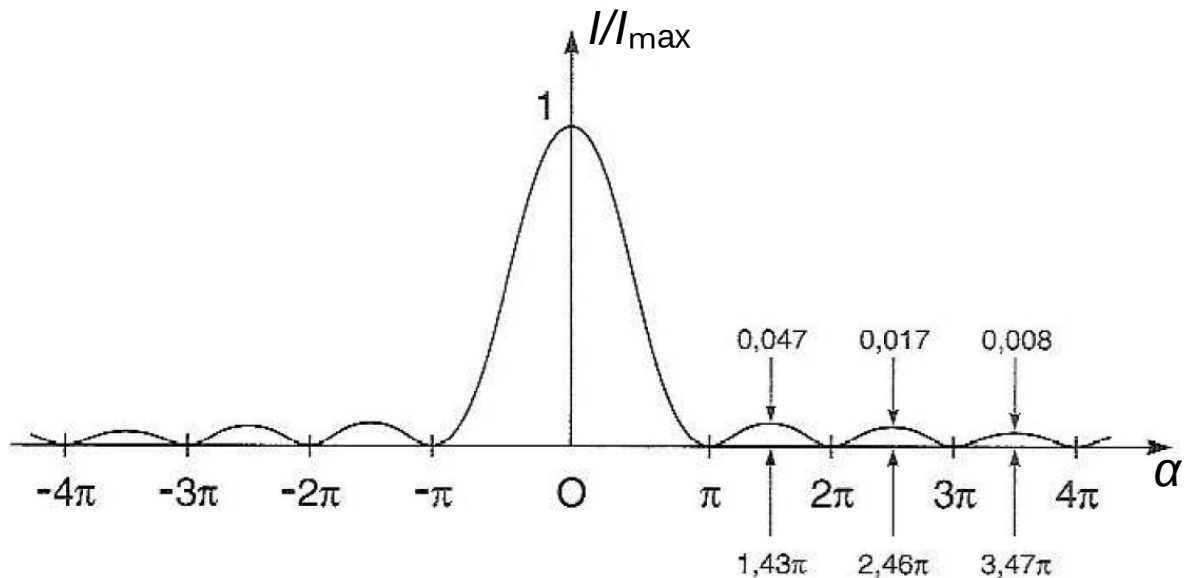
Difração

Difração em uma Fenda Simples

$$I = I_{\max} \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2,$$

onde $\alpha = \pi a / \lambda \cdot \sin \theta$

Essa solução é uma **função de Bessel**, dada a descrição **paraxial da luz**, o sistema é descrito em termos de uma **simetria cilíndrica**.



Difração

Difração em uma Fenda Simples

Um exemplo usando
valores típicos:

largura da fenda:

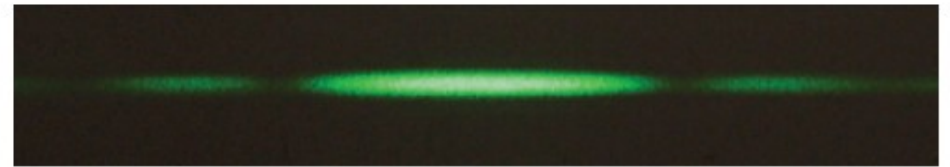
$$a = 5 \mu\text{m}$$

comprimento de onda:

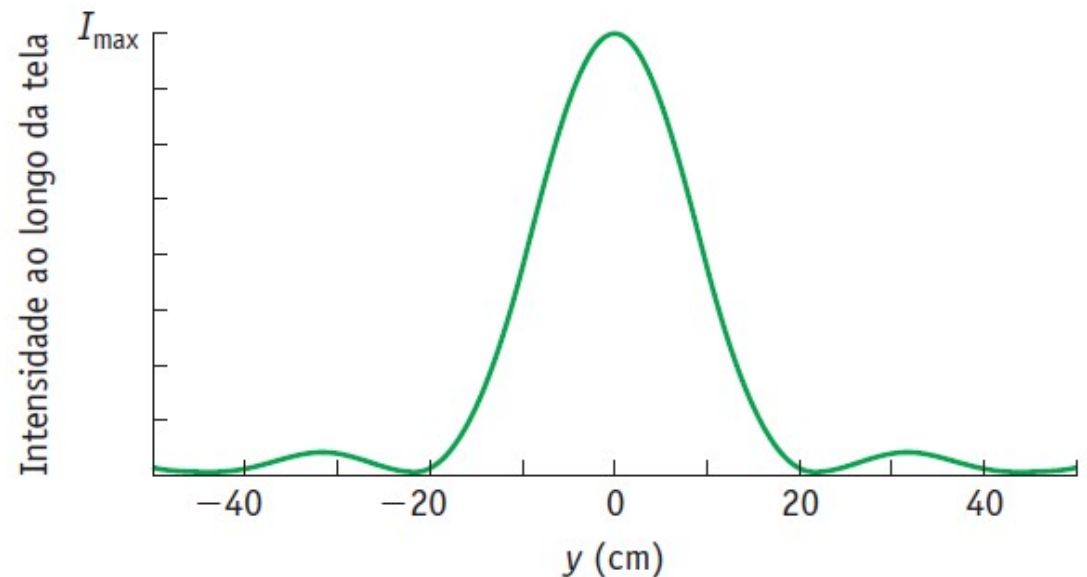
$$\lambda = 550 \text{ nm}$$

distância fenda-tela

$$L = 2 \text{ m}$$



(a)



(b)

<https://www.youtube.com/watch?v=xtZZClqwXwE>

Difração

Difração por Abertura Circular

Um caso similar é a **difração** por uma **abertura circular**, que **limita a resolução** de **instrumentos óticos** que têm **aberturas** ou **coletores circulares**, como telescópios, até quando o resto da montagem (câmera CCD, espelhos e lentes secundários, ótica adaptativa) é "perfeito".

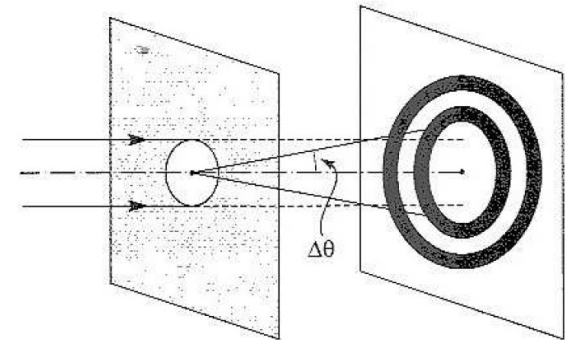


Fig. 4.24 Figura de difração de uma abertura circular



Figura 3.31 Padrão de difração para laser de luz vermelha com $\lambda = 633 \text{ nm}$ passando através de uma abertura circular com diâmetro de $0,04 \text{ mm}$ e projetada sobre uma tela distante.

Difração

Difração por Abertura Circular

Neste caso (sem dedução), o **perfil radial** (em função de θ) do **padrão de difração** é

$I = I_{\max} \cdot 4(J_1(\pi d/\lambda \cdot \text{sen } \theta)/(\pi d/\lambda \cdot \text{sen } \theta))^2$,
onde d é o **diâmetro** da **abertura**,
e J_1 é outra função de Bessel
(vocês não precisam conhecer).

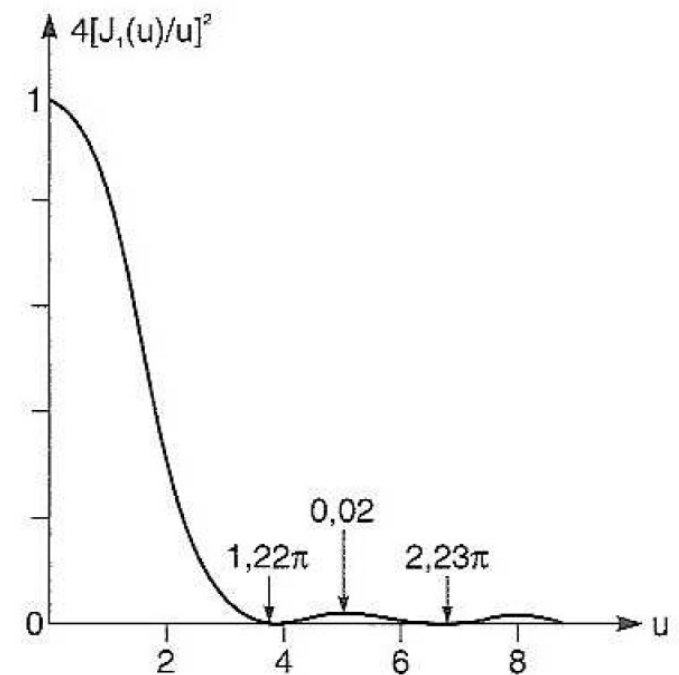
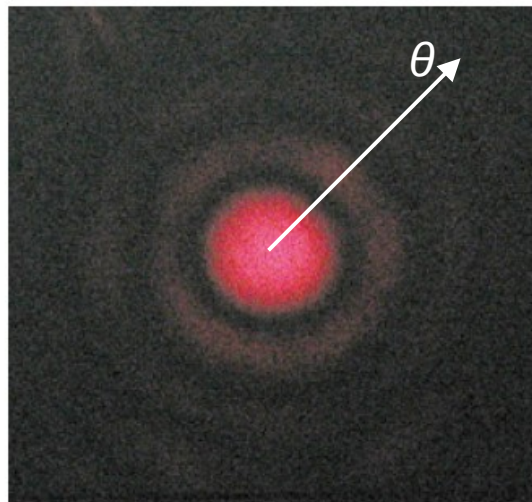


Fig. 4.23 Gráfico da (4.52)

Difração

Resolução: Critério de Rayleigh

Para **distinguir** dois **pontos distantes** num dado **instrumento ótico**, o **máximo de difração** de um dos pontos precisa estar **sobre** o **primeiro mínimo** de difração do outro ponto, ou mais afastado.

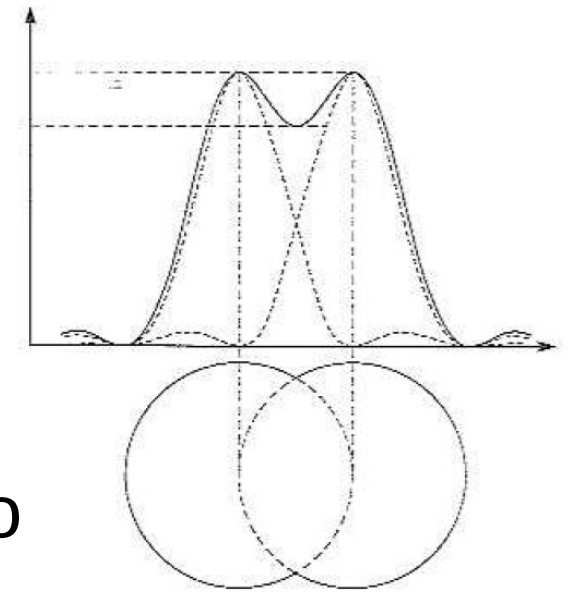
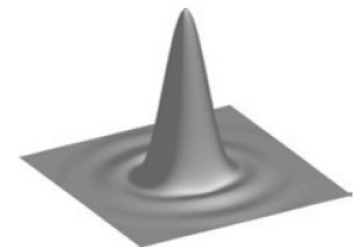
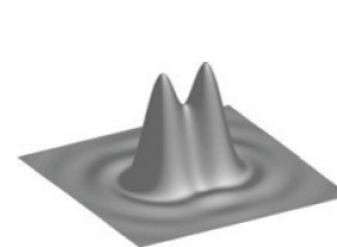
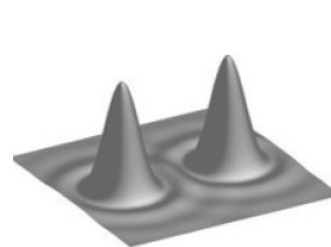
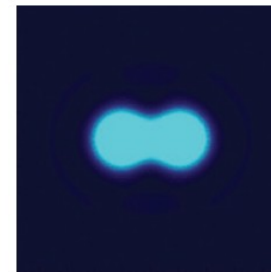
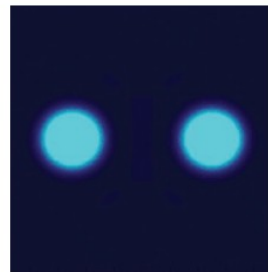


Fig. 4.25 Limite do poder separador

Assim, a **separação angular mínima** é dada por:

$$\text{sen } \theta = 1.22 \lambda / d$$

=> **Critério de Rayleigh**



(a)

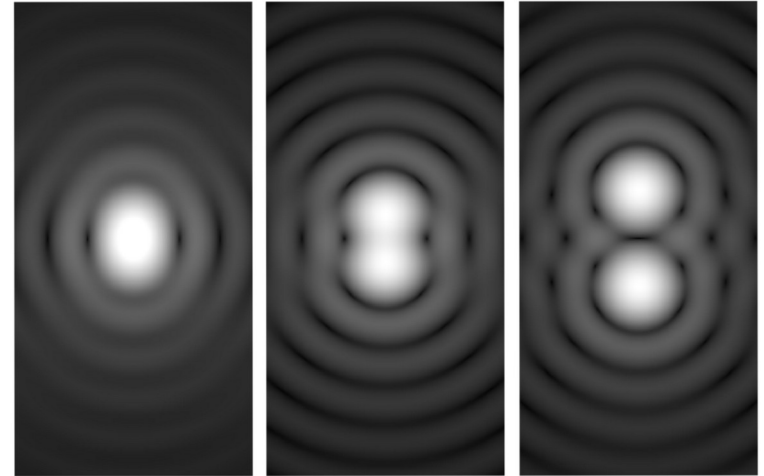
(b)

(c)

Difração

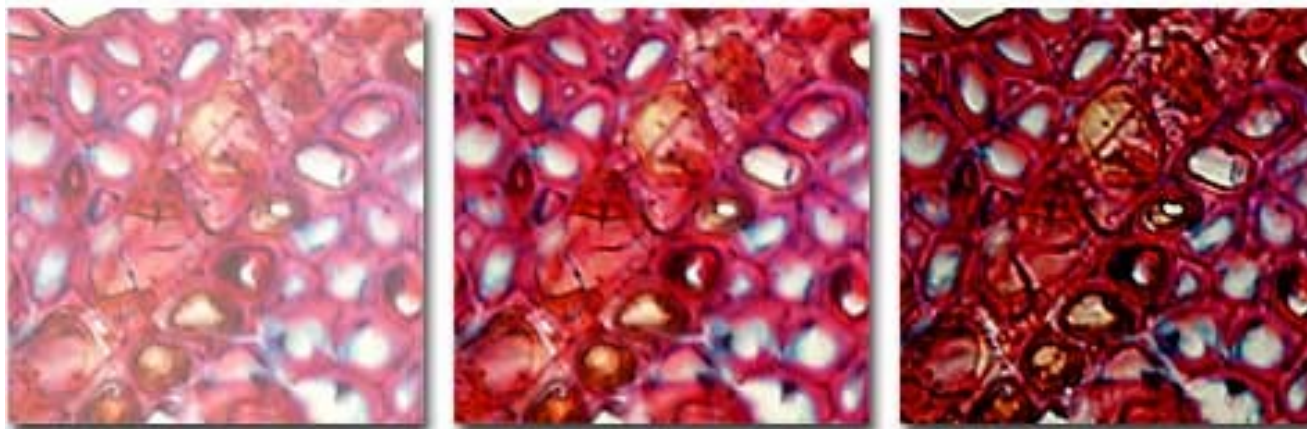
Resolução: Critério de Rayleigh

Dois exemplos na prática.



2 duas estrelas
(simulação)

Resolution Errors in Photomicrography



(a)

(b)

(c)

Figure 6

Difração

Exemplo: Critério de Rayleigh para o Telescópio Espacial Hubble

O diâmetro do espelho principal do Telescópio Espacial Hubble (HST) é 2.4 m. Qual é a resolução angular mínima do HST para luz verde ($\lambda = 550 \text{ nm}$)?



Difração

Difração de Fenda Dupla

Voltando pra **fenda dupla** em distância d da aula passada:

Chegamos a um **padrão de interferência** de

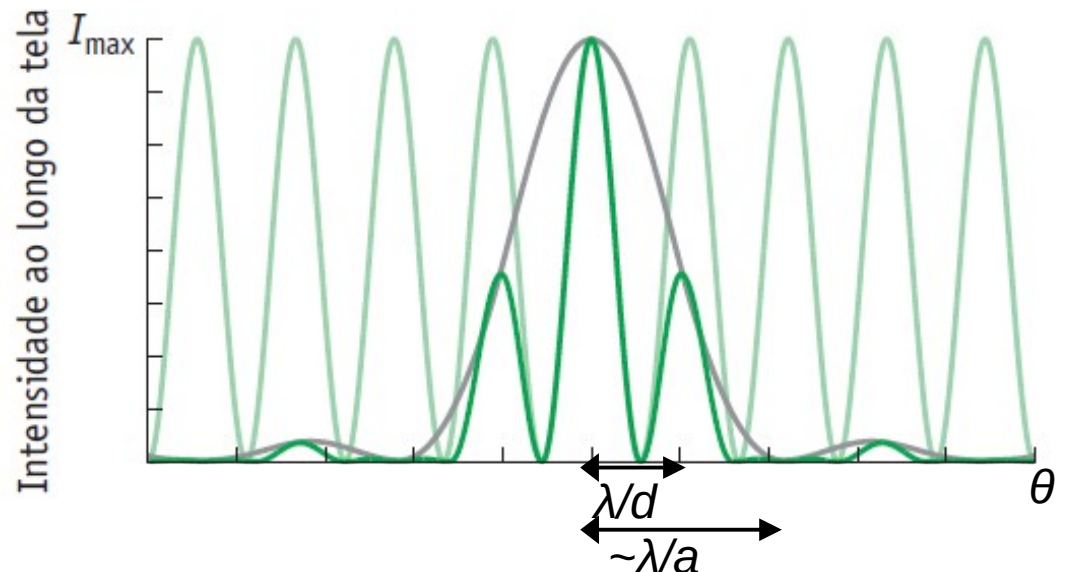
$$I = 4I_0 \cos^2 2\pi d\theta/\lambda$$

devido à **interferência**

entre as **ondas** provindo das **duas fendas**.

Porém, **cada fenda** com largura a faz um **padrão de difração**, $I = I_{\max} \cdot ((\sin \alpha)/\alpha)^2$, $\alpha = \pi a/\lambda \cdot \sin \theta \approx \pi a\theta/\lambda$ também, e o **padrão** que **aparece** na **tela** é o **produto**:

$$I = 4I_0 \cos^2 2\pi d\theta/\lambda \cdot ((\sin \alpha)/\alpha)^2$$



Difração

Difração de Fenda Dupla

$$I = 4I_0 \cos^2 2\pi d\theta/\lambda \cdot ((\text{sen } \alpha)/\alpha)^2,$$

onde $\alpha = \pi a/\lambda \cdot \text{sen } \theta$

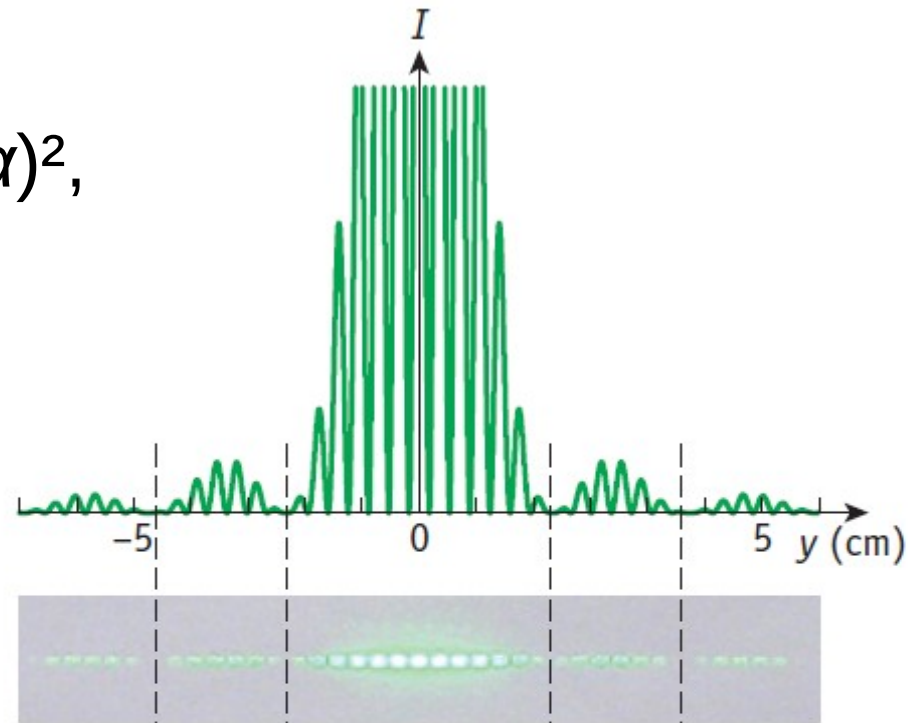


Figura 3.35 Fotografia do padrão de intensidade produzido por uma fenda dupla iluminada por laser de luz verde. A intensidade calculada para as linhas centrais se estende acima da escala plotada na direção vertical para permitir que as linhas de menor intensidade sejam visíveis. O padrão de intensidade previsto é mostrado para $a = 0,0452$ mm, $d = 0,300$ mm, e $\lambda = 532$ nm. As linhas tracejadas marcam os mínimos de difração.

Difração

Grades de Difração

Grades de muitas fendas, que podem ser usadas para medir o comprimento de onda da alguma luz através do padrão de interferência + difração que aparece na tela, melhor: através da separação entre os máximos (ou mínimos) deste padrão.

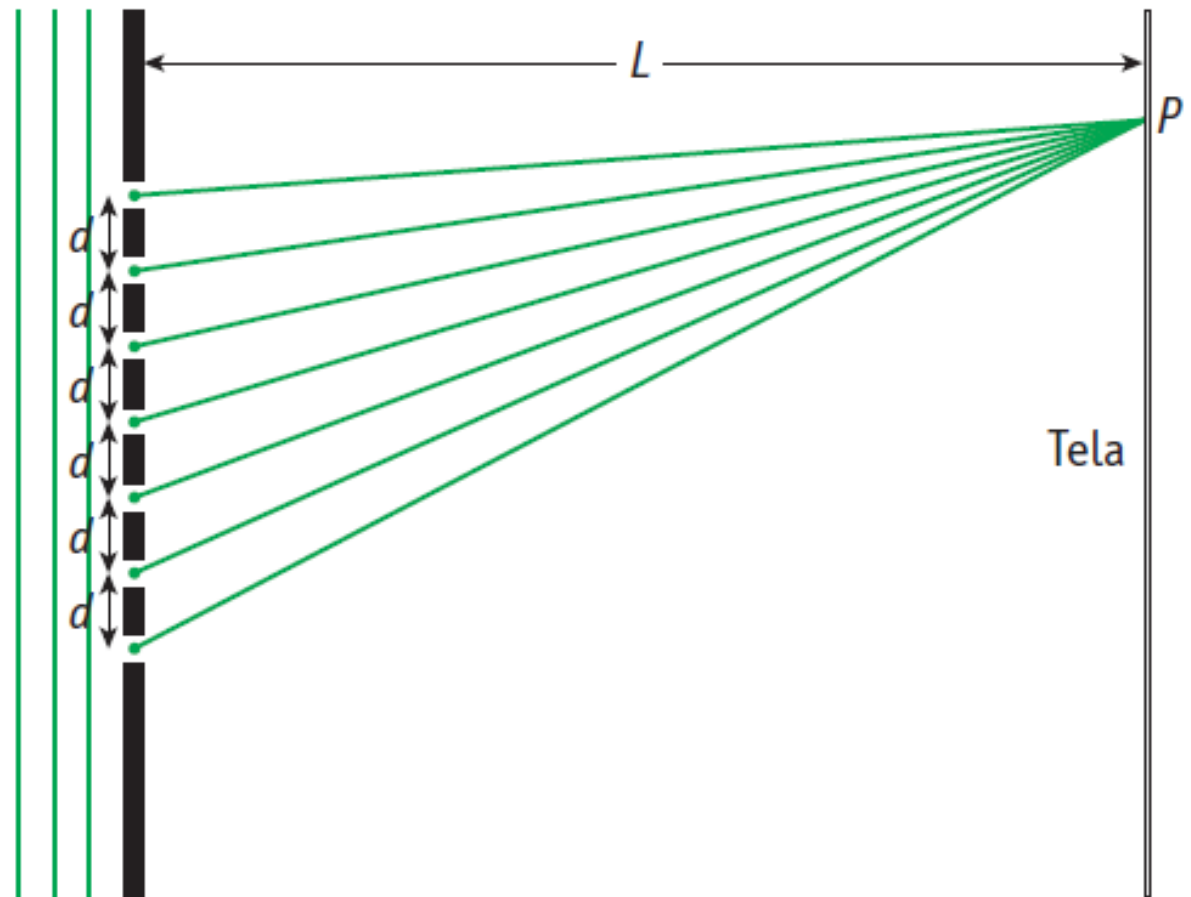


Figura 3.36 Uma porção de uma grade de difração.

Difração

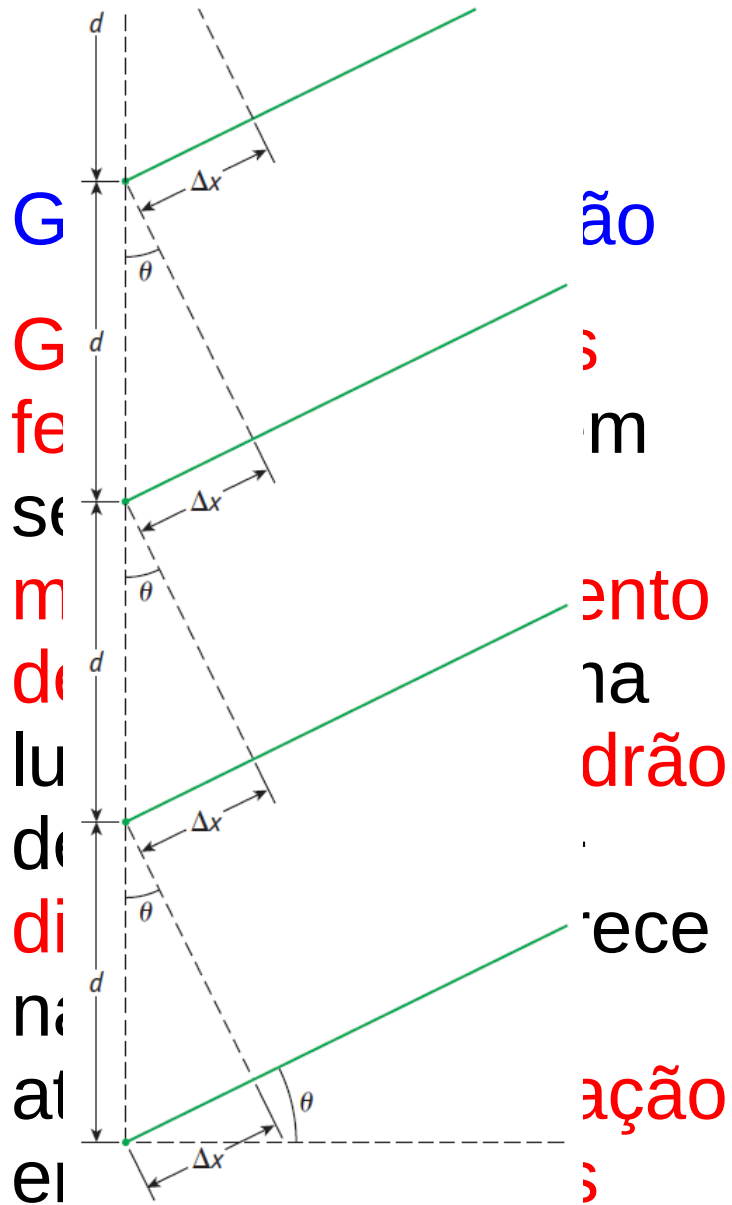


Figura 3.37 Desenho ampliado de uma grade de difração, assumindo que a tela esteja suficientemente afastada comparada com o espaçamento entre as fendas da grade.

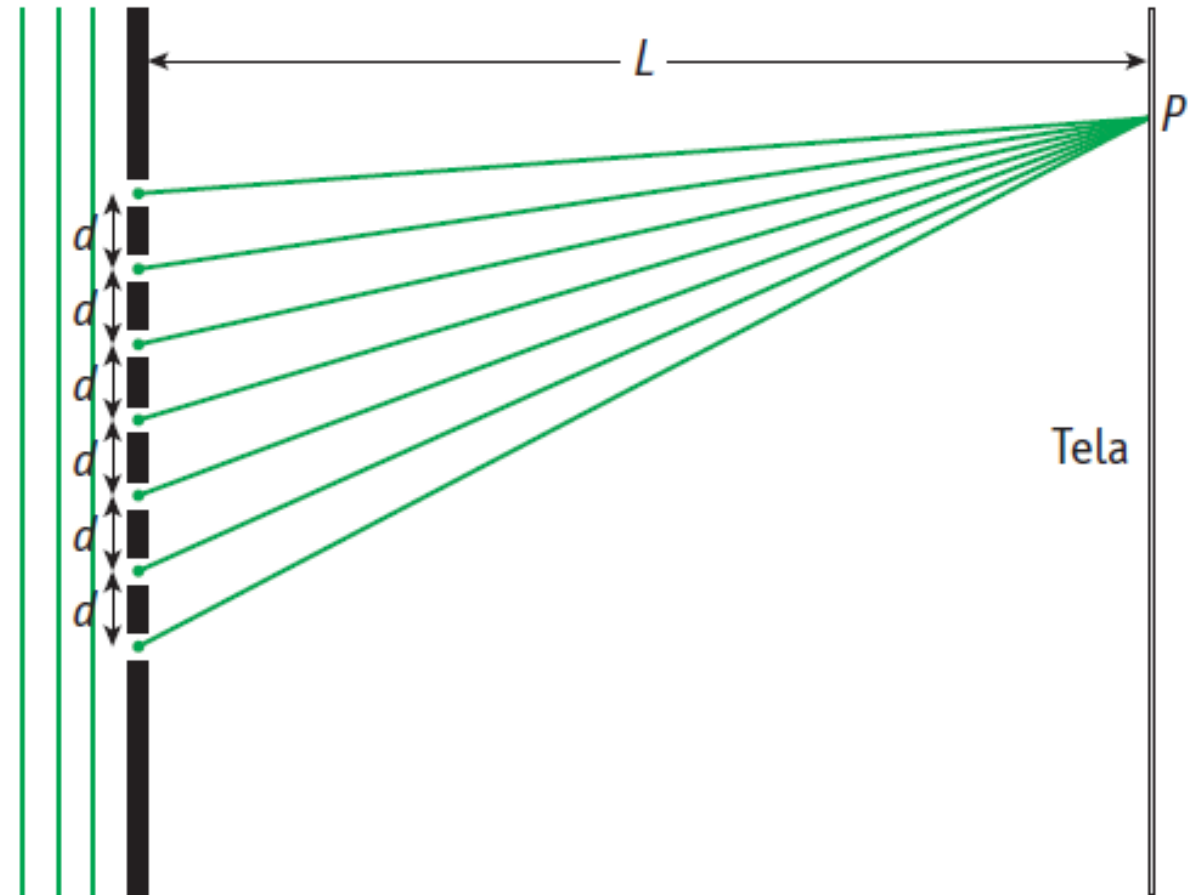


Figura 3.36 Uma porção de uma grade de difração.

Difração

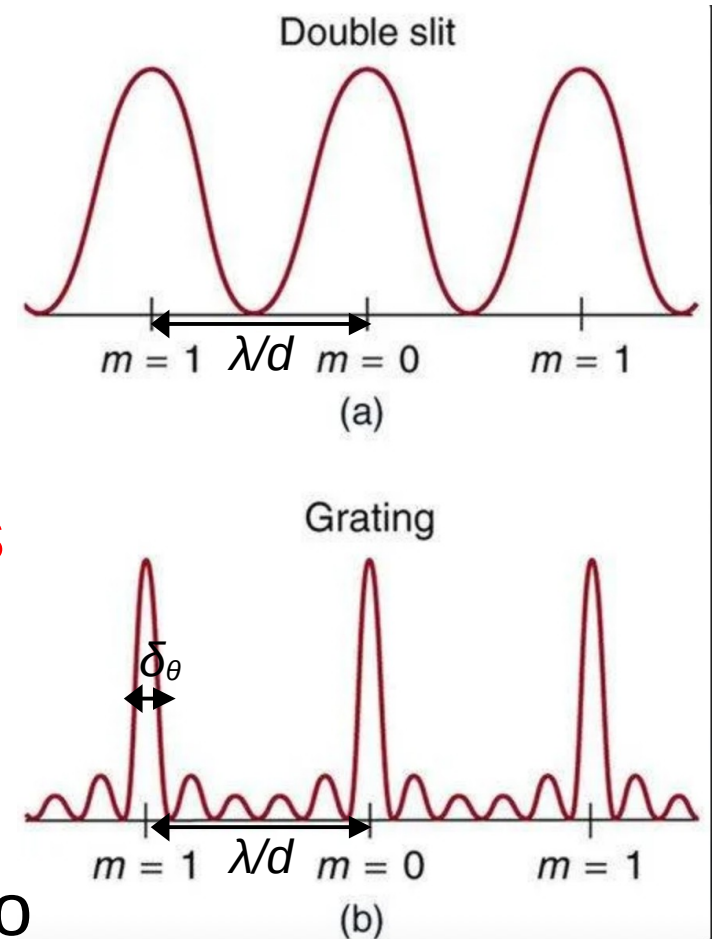
Grades de Difração

Sem dedução (\Rightarrow MN):

O **padrão** que **surge** é o da **fenda dupla**, **franjas principais separadas** por $\Delta\theta \sim \lambda/d$, mais precisamente em $d \cdot \sin \theta = m\lambda$ (m -ésimo máximo), mas com "**sub-franjas**", já que nesta rede também temos **pares de fendas** nas distâncias $2d$, $3d$, etc..

A **largura** dos **picos mais estreitos** δ_θ é da ordem do **espaçamento mais fino** de "sub-franjas", correspondendo

à **distância máxima** entre um par de fendas, Nd : $\delta_\theta \sim \lambda/Nd$



Difração

Grades de Difração

Assim, o **padrão** de **intensidade** acaba sendo **proporcional** a $\cos^2 (2\pi d/\lambda) \cdot \theta \cdot \cos^2 (2N\pi d/\lambda) \cdot \theta$

Figura 3.38 Padrão de difração produzido sobre uma tela por um laser de luz verde incidente sobre uma grade de difração com espaçamento de linha de $n_l = 787$ linhas/cm. São mostrados os pontos que correspondem a máximos centrais, para $m = \pm 1$ e para $m = \pm 2$.

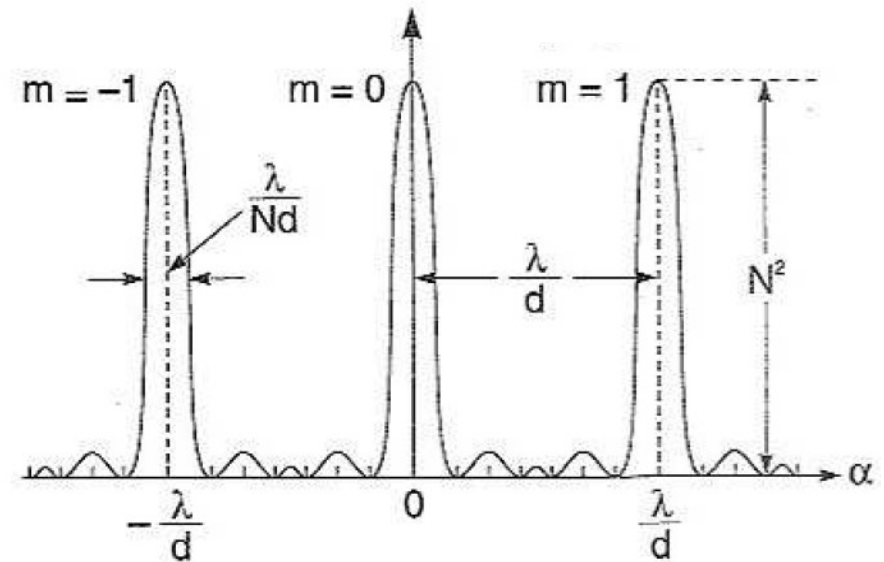
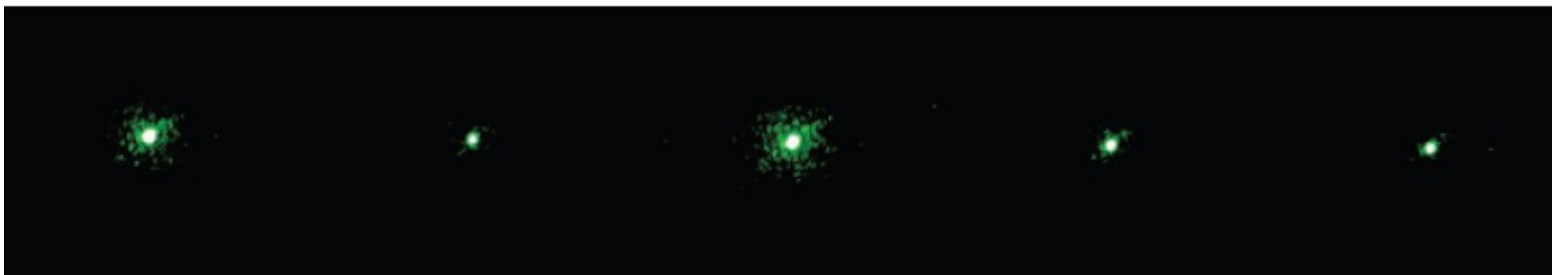


Fig. 4.30 A função (4.69)



Difração

Grades de Difração

Se a **largura** das **fendas** **a** gera um **padrão** de **difração** também, o padrão **observado** será o **produto** dos **três**

$$I(\theta) \propto \cos^2 (2\pi d/\lambda) \cdot \theta \cdot \cos^2 (2N\pi d/\lambda) \cdot \theta \cdot ((\text{sen } \alpha)/\alpha)^2$$



Fig. 4.31 Figura de difração da rede

Difração

Grades de Difração

Podemos **medir** o **comprimento** de **onda** da **luz incidente** pela medição do **ângulo** θ para o m -ésimo **máximo principal**:

$$\lambda = d/m \cdot \text{sen } \theta$$

Seja W a **largura** da **grade** e N , o **número** de **fendas**:

Densidade de **fendas** por **unidade** de **comprimento**:

$$n_{\perp} = N/W = 1/d$$

$$\Rightarrow \lambda = 1/n_{\perp} m \cdot \text{sen } \theta$$



Difração

Grades de Difração

A "qualidade" de uma rede de difração pode ser quantificado por uma grandeza chamada sua dispersão, a capacidade em separar os vários comprimentos de onda, isto é, a separação angular por diferença de comprimento de onda, em uma dada ordem m :

$$D = \Delta\theta/\Delta\lambda = d\theta/d\lambda = d/d\lambda \operatorname{sen}^{-1}(m\lambda/d) = 1/\sqrt{1-(m\lambda/d)^2} \cdot m/d \\ = 1/\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\theta} \cdot m/d = m/d\cos\theta$$

Difração

Grades de Difração

A **resolução** R (**poder de separação**) é definida como $\lambda/\Delta\lambda$, onde $\Delta\lambda$ é a **menor diferença de comprimento de onda** em que se consegue **distinguir** λ e $\lambda+\Delta\lambda$.

$$\Delta\theta \approx \Delta\text{sen } \theta = m/d \cdot (\lambda+\Delta\lambda) - m/d \cdot \lambda = m/d \cdot \Delta\lambda$$

Isto deve ser maior ou igual, no limite igual, à **largura** dos "**sub-picos**" estreitos, $\delta_\theta \sim \lambda/Nd$

$$\Rightarrow m\Delta\lambda/d = \lambda/Nd$$

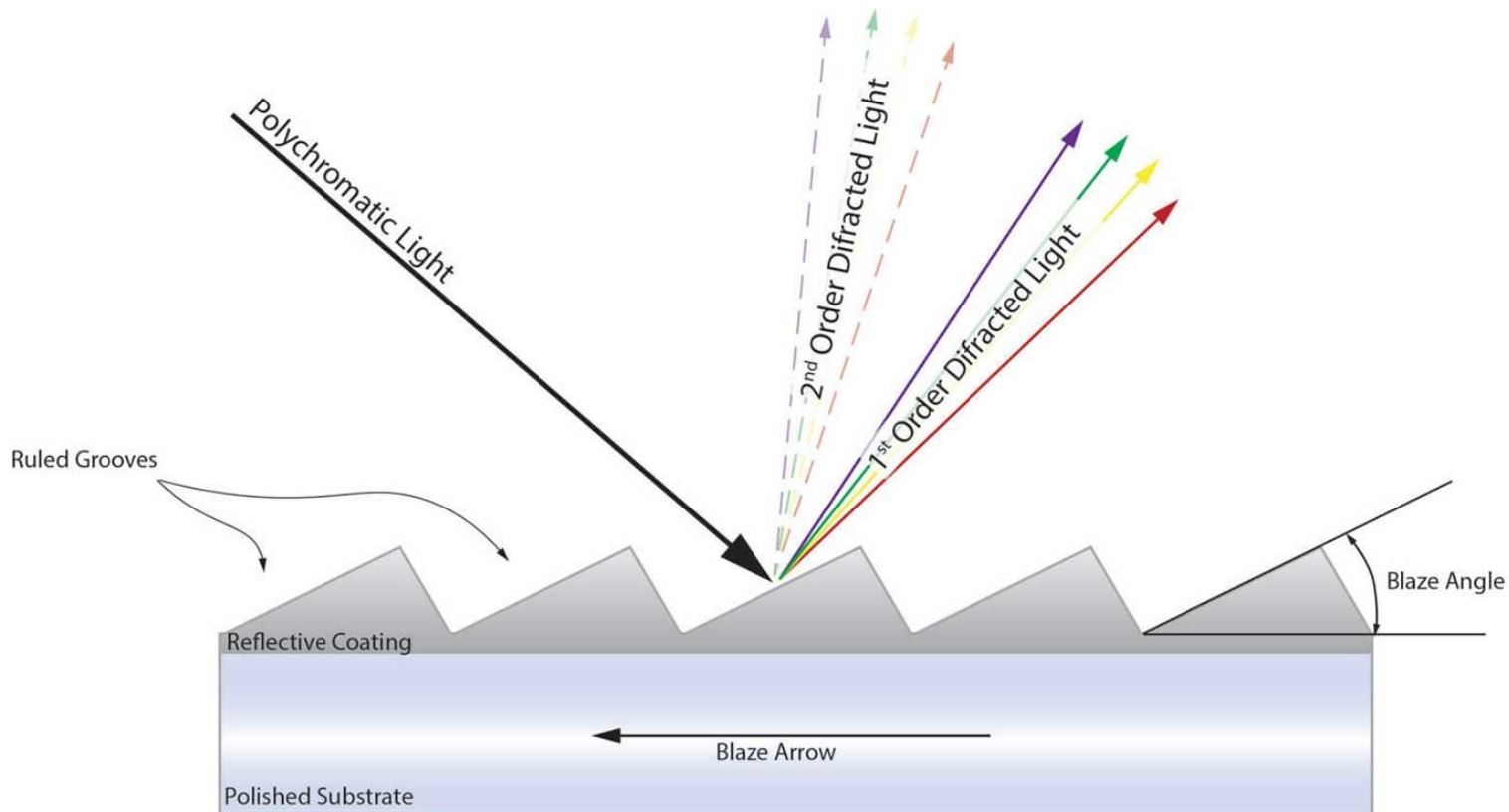
$$\Rightarrow R = \lambda/\Delta\lambda = Nm$$

A **resolução** de uma **grade de difração** depende apenas do **número de fendas!**

Difração

Grade de Difração de Reflexão e Espectrômetros

Grades de **difração** também podem se usar de **espelhos** em lugar de fendas.

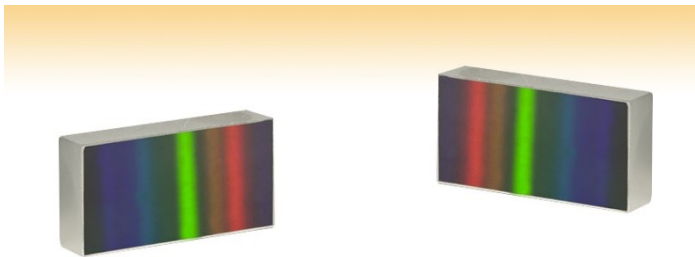


Difração

Grade de Difração de Reflexão e Espectrômetros



Espectrômetro compacto



Difração

A Difração e as Asas das Borboletas

As **cores** vibrantes e iridescentes nas **asas** das **borboletas** são, em grande parte, resultado da **difração** da **luz** causada por **estruturas microscópicas** e **nanoestruturas** presentes nas **escamas** que cobrem suas asas, um fenômeno conhecido como **cor estrutural**.

Basicamente, as **escamas** nas **asas** destas **borboletas** são **grades** de **difração**.

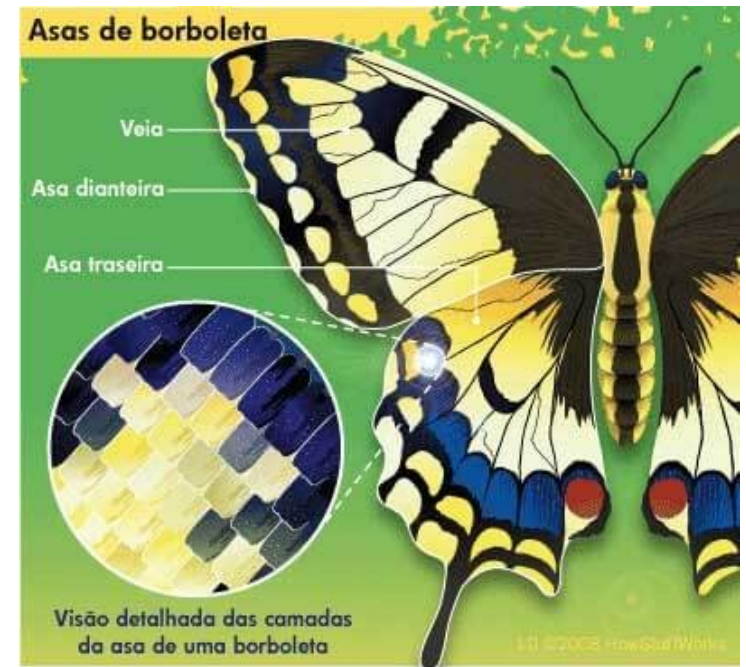
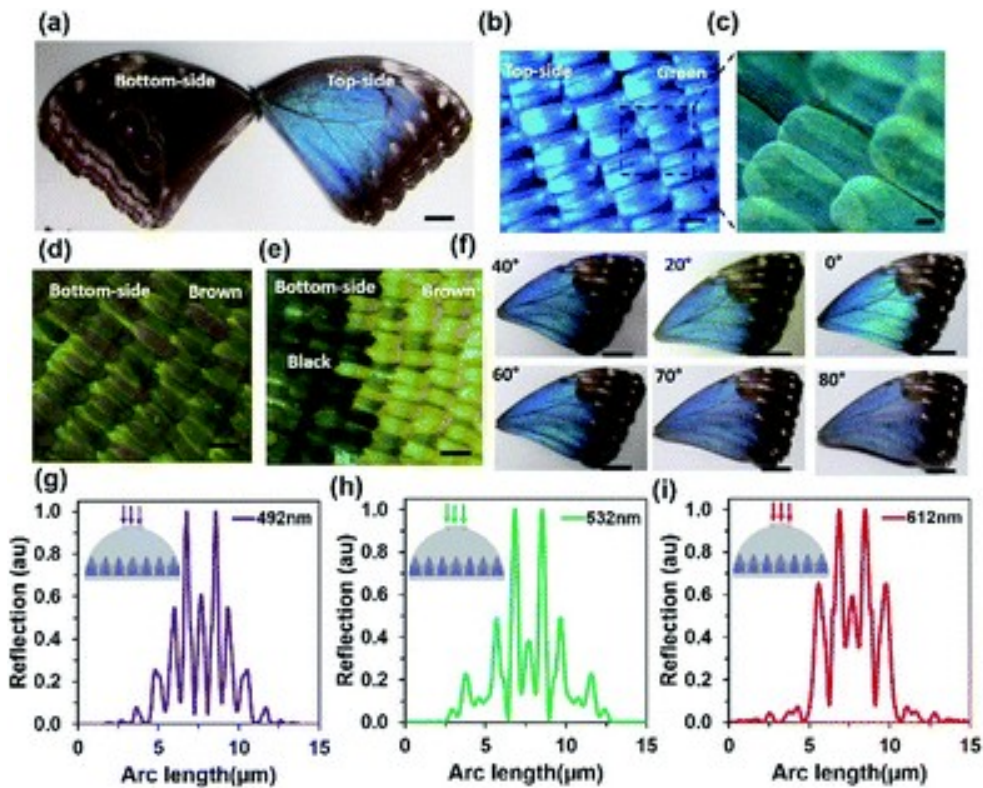
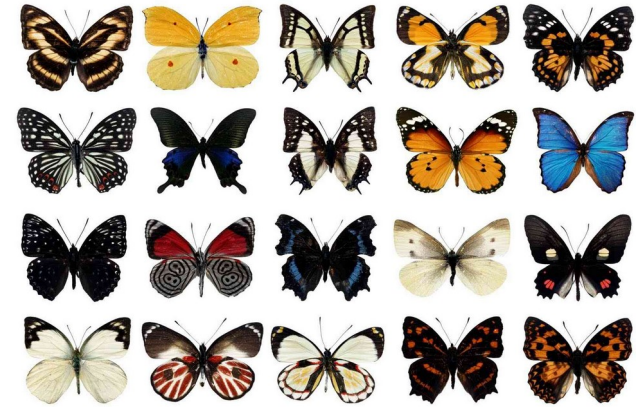
Dois artigos científicos sobre este assunto:

<https://doi.org/10.1590/S1806-11172013000200001>

<https://doi.org/10.1039/C8RA04382E>

Difração

A Difração e as Asas das Borboletas



Difração

Estrutura de um Cristal

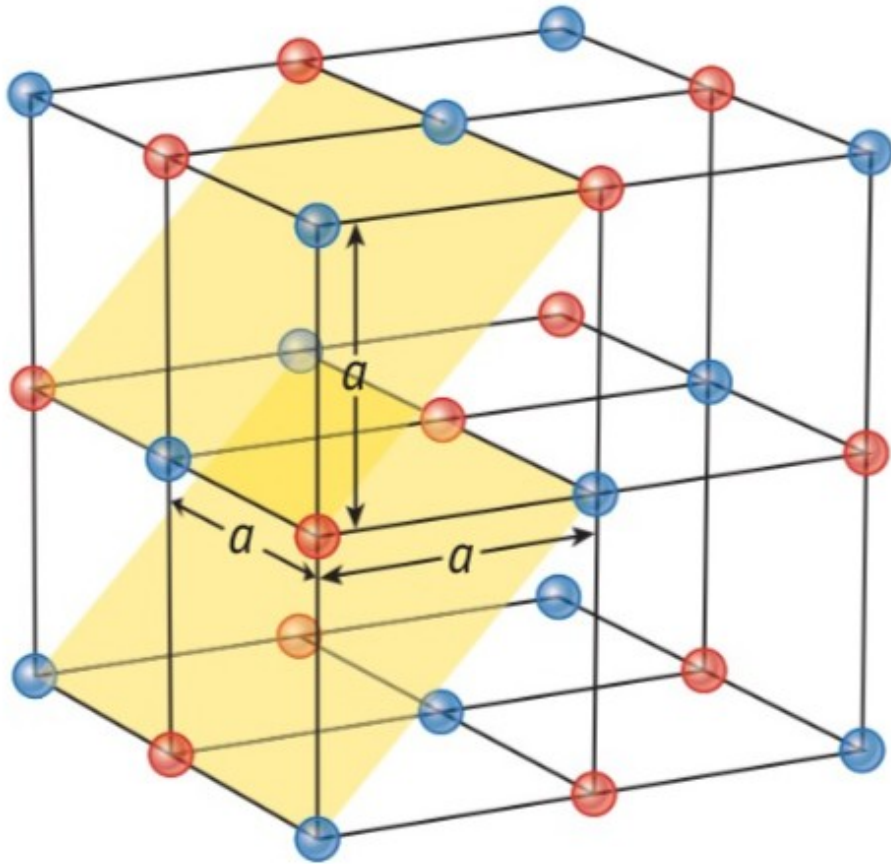
Em **Cristais**, pode-se definir **famílias** de **planos paralelos** de **átomos**, vide alguma disciplina sobre estrutura de sólidos.

As **distâncias** entre os **planos** de uma **família** são da ordem de Å, 10^{-10} m, que é da ordem dos **comprimentos** de **onda** de **raios X**.

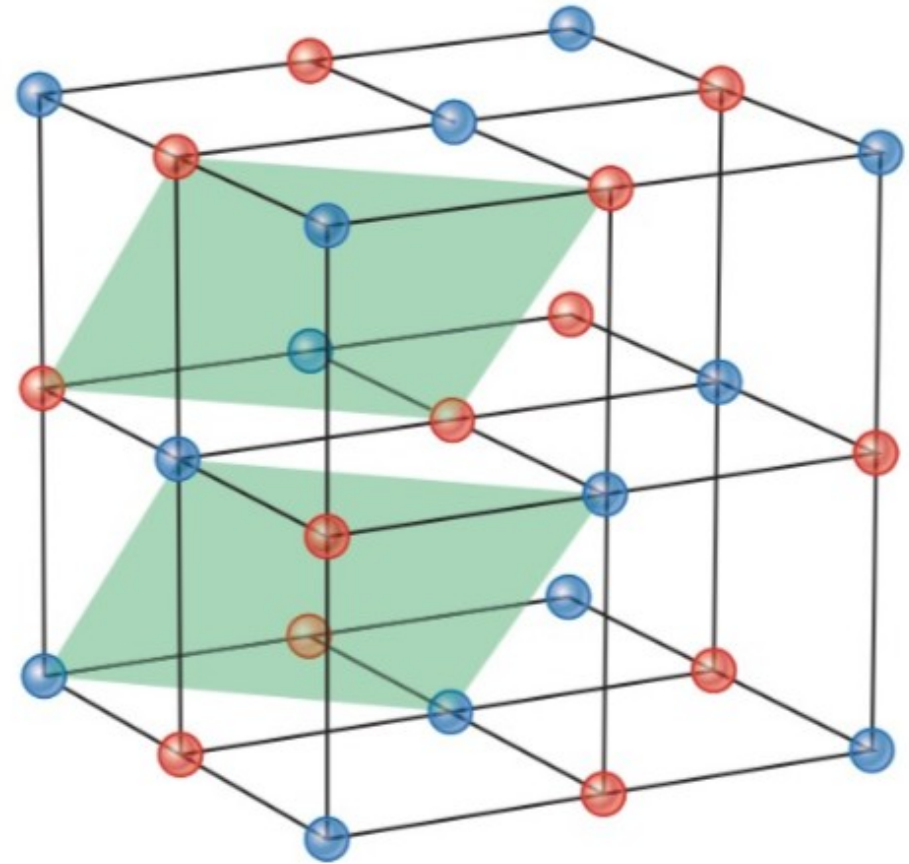
=> As **famílias** podem agir como **redes 3D** de **difração** para **raios X**.

Difração

Estrutura de um Cristal



(a)



(b)

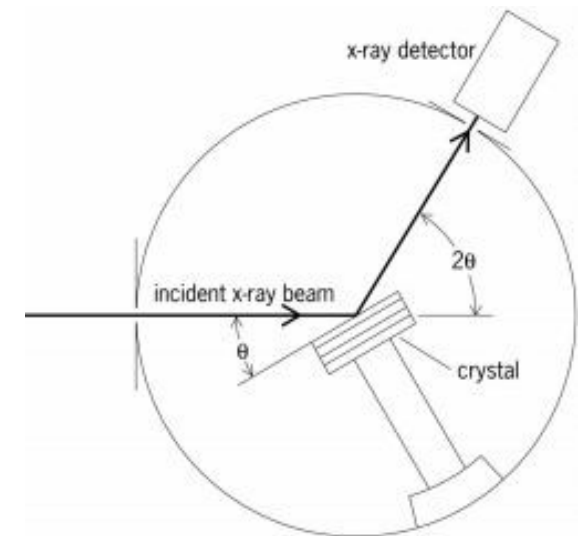
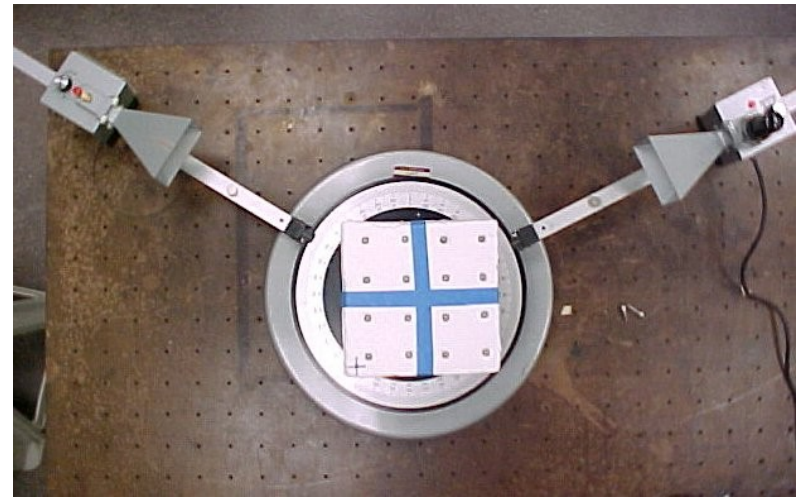
Figura 3.49 Exemplos de planos que podem funcionar como grades de difração para raios X em uma rede cúbica cristalina.

Difração

Como Determinar a Estrutura de um Cristal?

Fazendo um experimento de **difração**:
Irradiar o cristal com radiação com **comprimento de onda** λ comparável às **distâncias interatômicas** no cristal (raio X, $\lambda \sim 1 \text{ \AA}$) e **girar** o cristal até que surge uma **reflexão forte** em uma direção.

Chamamos o ângulo entre o raio incidente e o raio refletido de 2θ .



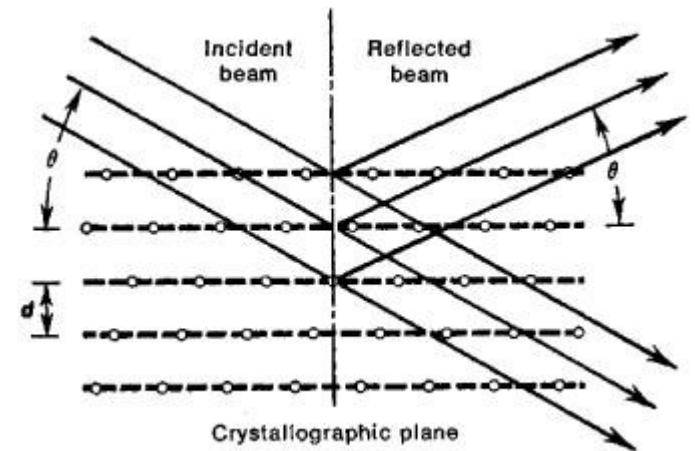
Difração

Como Determinar a Estrutura de um Cristal?

Chamamos o ângulo entre o raio incidente e o raio refletido de 2θ .

Neste ângulo, os raios refletidos pelos planos de uma família estão todos em fase, a diferença de caminho óptico entre os raios são múltiplos de λ .

=> interferência construtiva



Difração

Como Determinar a Estrutura de um Cristal?

Qual a **diferença de caminho óptico** entre **raios refletidos** por dois **planos vizinhos**, **separados** pela distância d ?

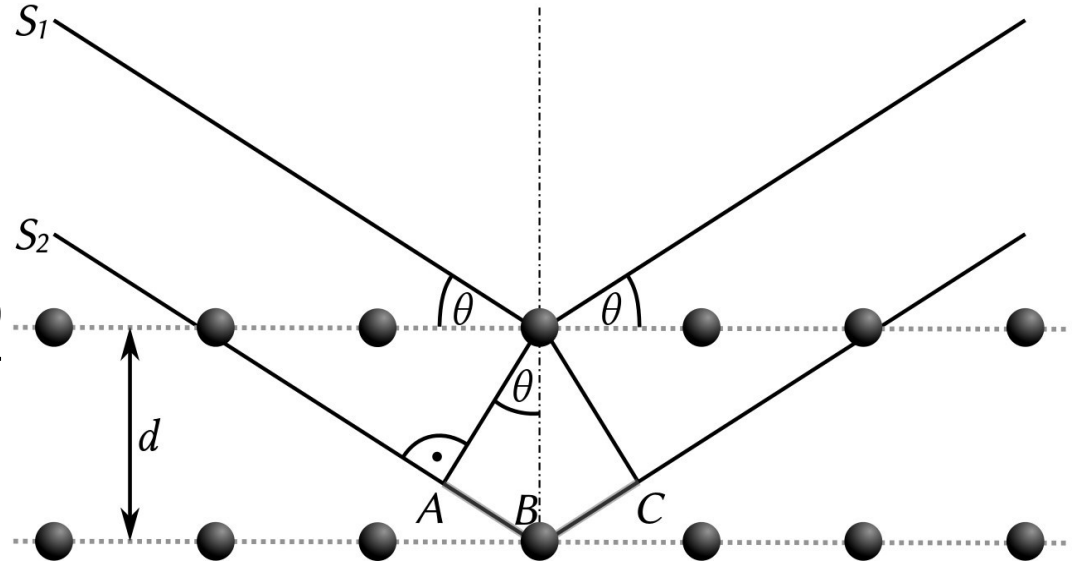
A diferença será $AB + BC$

$$AB = BC = d \cdot \sin \theta$$

=> A diferença é $2d \cdot \sin \theta$

Para ter **interferência construtiva**, isto deve ser um **múltiplo** de λ

=> **Lei de Bragg**: $n\lambda = 2d \cdot \sin \theta$, $n = 1, 2, \dots$



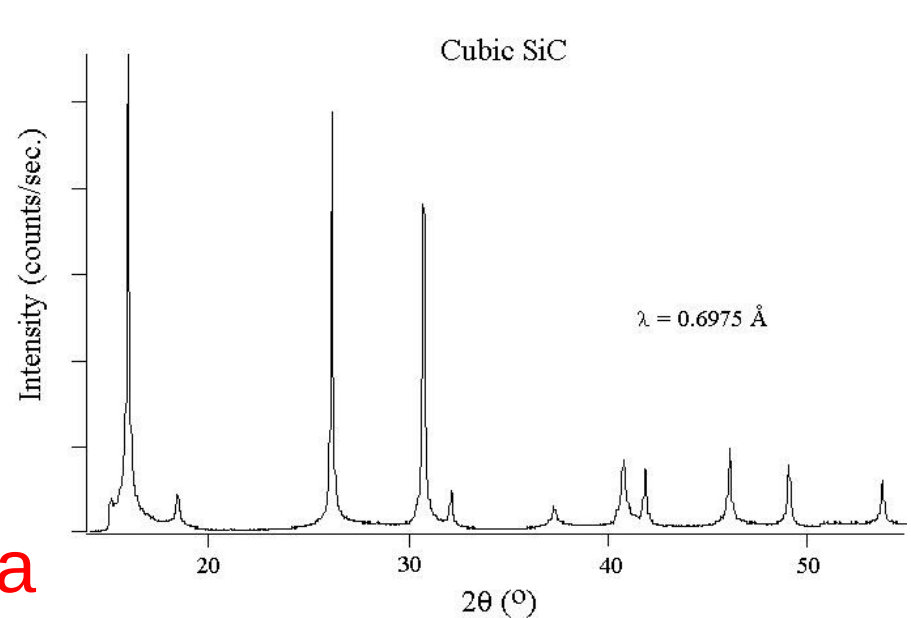
Difração

Como Determinar a Estrutura de um Cristal?

Girando o cristal, reflexões fortes surgirão para **vários ângulos**, correspondendo às **famílias** de planos cristalinos.

Este "espectro de ângulos" depende da **estrutura cristalina** e do **tamanho da célula unitária** (em unidades de λ).

=> Conseguimos **determinar a estrutura cristalina** medindo o **espectro de ângulos de reflexão forte**.



Espectro de ângulos de carbeto de silício (SiC)

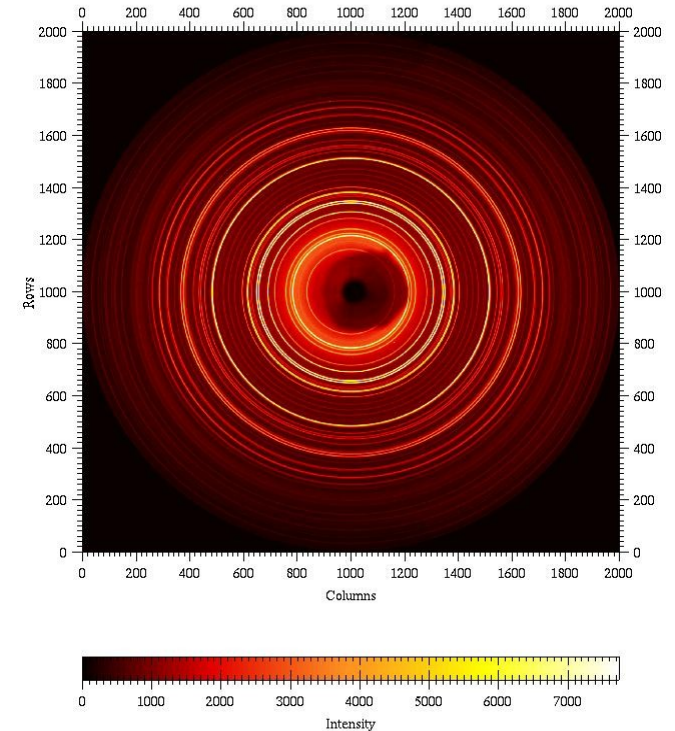
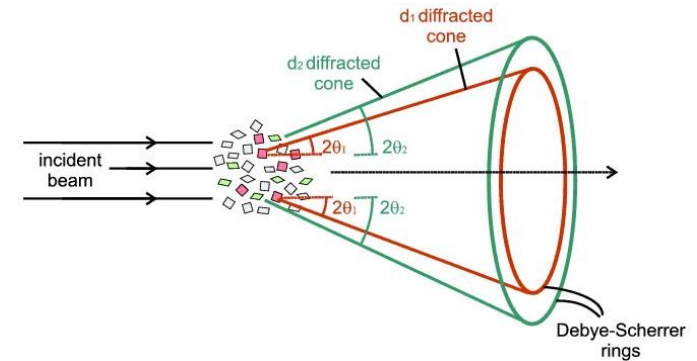
Difração

Como Determinar a Estrutura de um Cristal?

Em lugar de um monocristal rotacionável pode ser usado um **pó** da substância.

Já que para **cada ângulo** do espectro haverá **alguns grãos** de pó **alinhados** de maneira certa com a **raio incidente**, o pó reflete em **todos os ângulos** do **espectro** ao **mesmo tempo**.

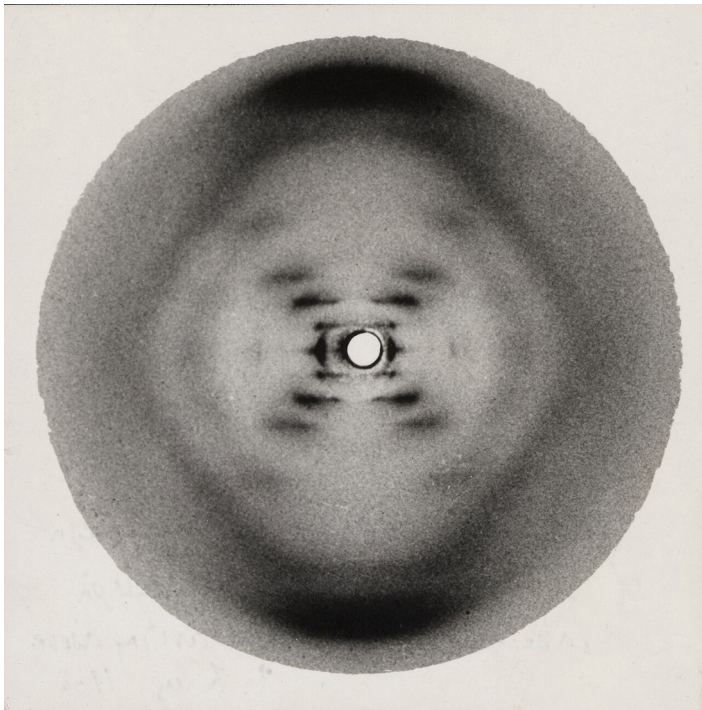
=> **Difração de pó**



Difração

Difração de Raios X

Usando **difração** de **raios X**, **Rosalind Elsie Franklin** conseguiu mostrar, que a **molécula** de **DNA** provavelmente tem a forma de uma **helix dupla** ou **tripla**.



Padrão
de
difração
de
raios X
da
molécula
de
DNA



Rosalind Franklin
(1920-1958)

Ótica

Foi isto da ótica.

Muitos dos **conceitos** vistos até aqui serão **utilizados** para a **segunda metade** da **disciplina** sobre **Relatividade**.

Para um **aprofundamento** sobre **ótica** na UFABC, existem **várias disciplinas** sobre **ótica** e **fotônica**.

Por exemplo, no **Bacharelado** em **Física**, teremos a disciplina de opção limitada: **Óptica e Fotônica**, a ser ofertada futuramente...

A **ótica** é mais **fundamental**, focando no estudo dos **princípios** e **fenômenos** da **luz** em suas diversas **modelagens** (**raio**, **onda** e **partícula**).

A **fotônica** é mais **aplicada**, concentrando-se na **engenharia** e **desenvolvimento** de **dispositivos** e **sistemas** que utilizam a **luz** para fins **práticos**, muitas vezes **inspirada** e **construída** sobre os **princípios** da **ótica**.



Universidade Federal do ABC

Ótica e Relatividade

FIM PRA HOJE

