



Universidade Federal do ABC

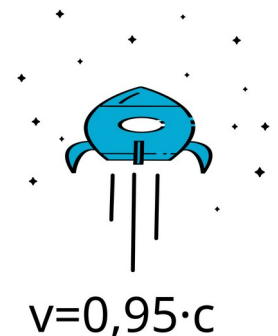
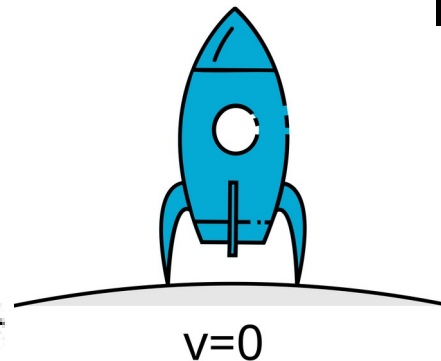
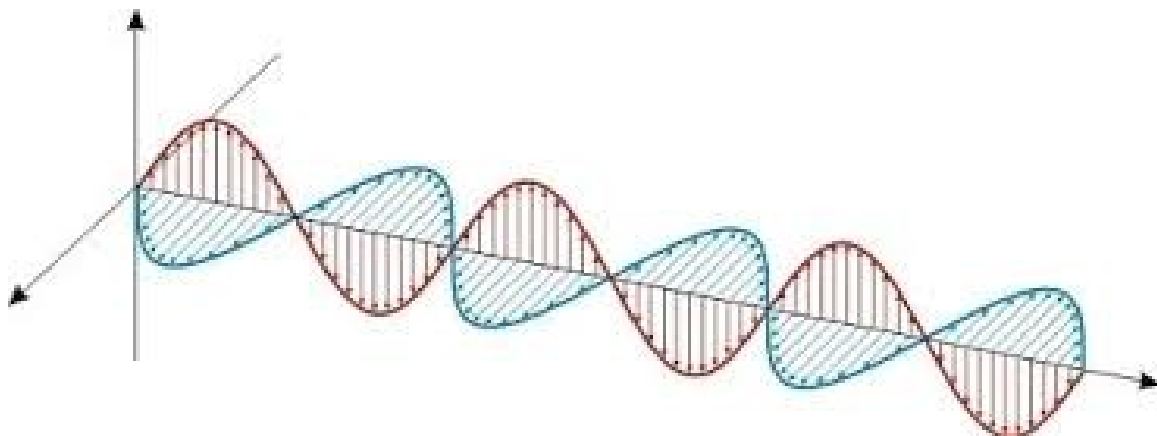
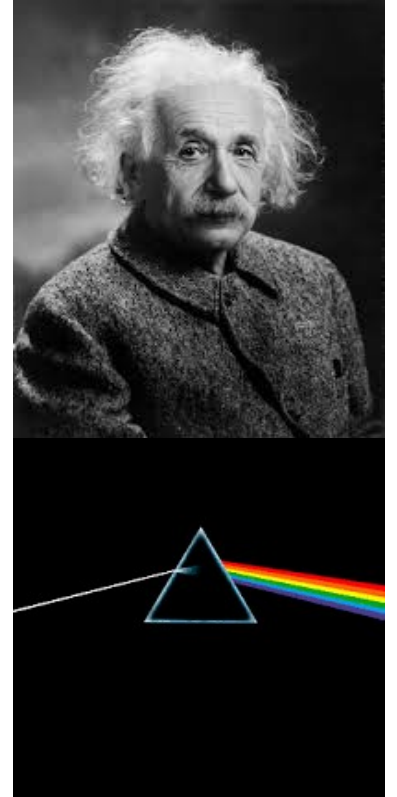
Ótica e Relatividade

14. Dilatação do Tempo e Contração dos Comprimentos, Paradoxos Relativísticos

Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/OtRel.html>



Relatividade Restrita

Dilatação do Tempo

Supondo uma lâmpada que viaja junto com S' (S' é seu sistema de repouso), e que pisca duas vezes em t_1' e t_2' :

Em S : $\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma \cdot (t_2' - t_1' + (x_2' - x_1')u/c^2)$

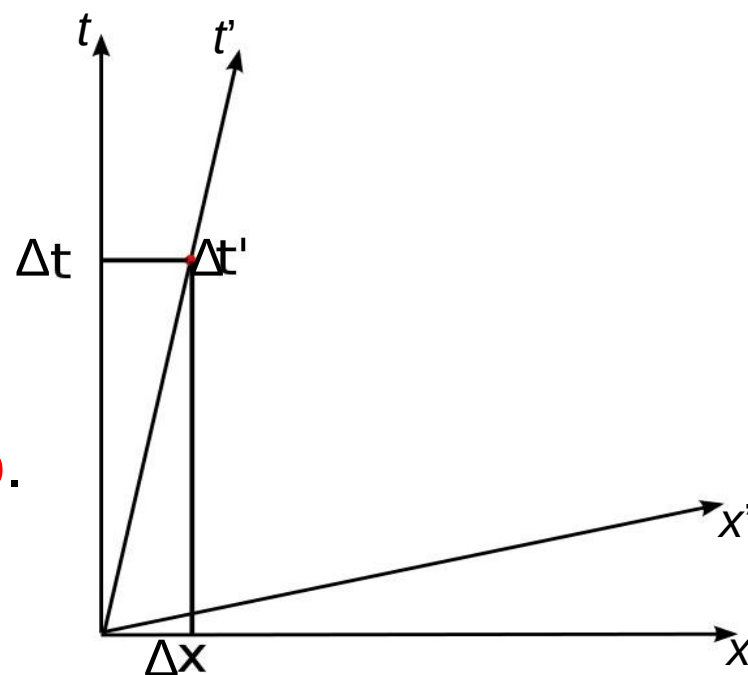
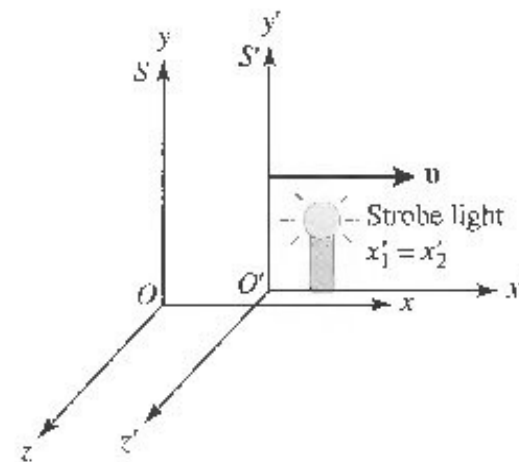
mas $x_2' - x_1' = 0$, já que S' viaja junto.

$\Rightarrow \Delta t = \gamma \cdot (t_2' - t_1') = \gamma \Delta t' \geq t'$

Em S passa **mais tempo** entre os pulsos.

$\Rightarrow$ **Dilatação do tempo.**

O **sistema de repouso** é aquele, naquele o **tempo** entre os **dois eventos** é o **mais curto**. O tempo deste sistema, t' , é chamado o **tempo próprio** da lâmpada.



Relatividade Restrita

Dilatação do Tempo

!!! Apesar de o tempo entre os dois pulsos de luz realmente ser **mais longo** no sistema do observador S , este **não** necessariamente **recebe** os sinais **espaçado** por Δt .

Já que os raios de luz partiram de **posições diferentes**, se tem que levar em conta também a **diferença** de **tempo** de **viagem** até o observador.

Para saber a **diferença** de **tempo** de **chegada** no **observador**, se tem que usar a fórmula pro **efeito Doppler da luz** ($\Rightarrow$ mais pra frente), tratando $\Delta t'$ como período de oscilação na fonte e a diferença de tempo de chegada como período observado pelo observador.

Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

Supondo uma barra com comprimento L' viajando junto com S' (seu sistema de repouso), L' obviamente é $x'_2 - x'_1$, a distância entre suas extremidades, cujas posições são constantes em t' :

$$\Rightarrow L' = x'_2 - x'_1 = \gamma \cdot (x_2 - x_1 - u(t_2 - t_1))$$

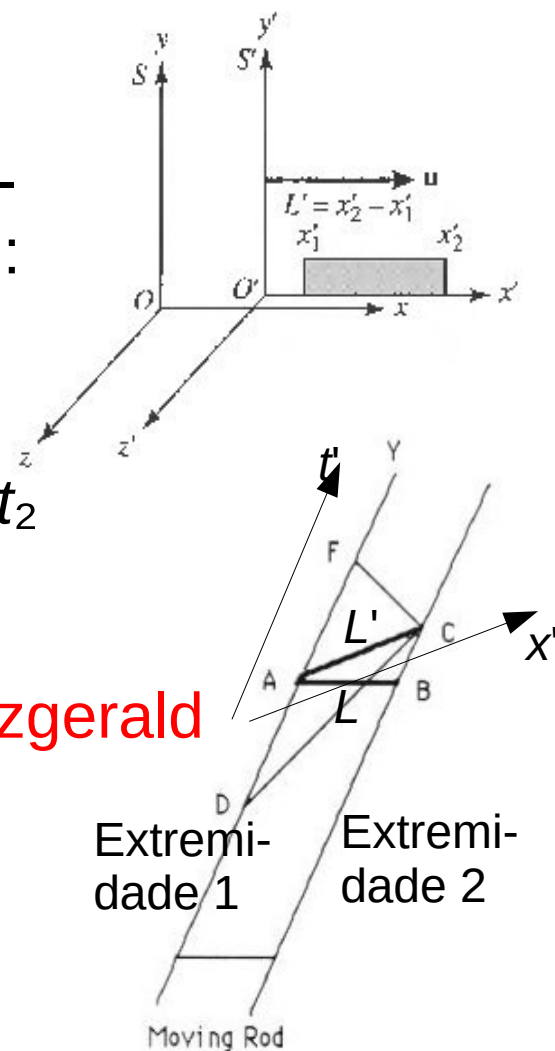
Para saber o comprimento em S , L , temos que medir $x_2 - x_1$ em S **ao mesmo tempo**, quando $t_1 = t_2$

$$\Rightarrow L' = \gamma \cdot (x_2 - x_1 - u(t_2 - t_1)) = \gamma L \Rightarrow L = \gamma^{-1} L' \leq L'$$

$\Rightarrow L$ é **mais curto** que L' .

$\Rightarrow$ **Contração do comprimento** ou de **Lorentz-Fitzgerald**

O **sistema de repouso** é aquele, naquele L é o **mais comprido**. O tempo deste sistema, t' , é o **tempo próprio** da barra, e seu comprimento neste referencial, o **comprimento próprio**.



Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

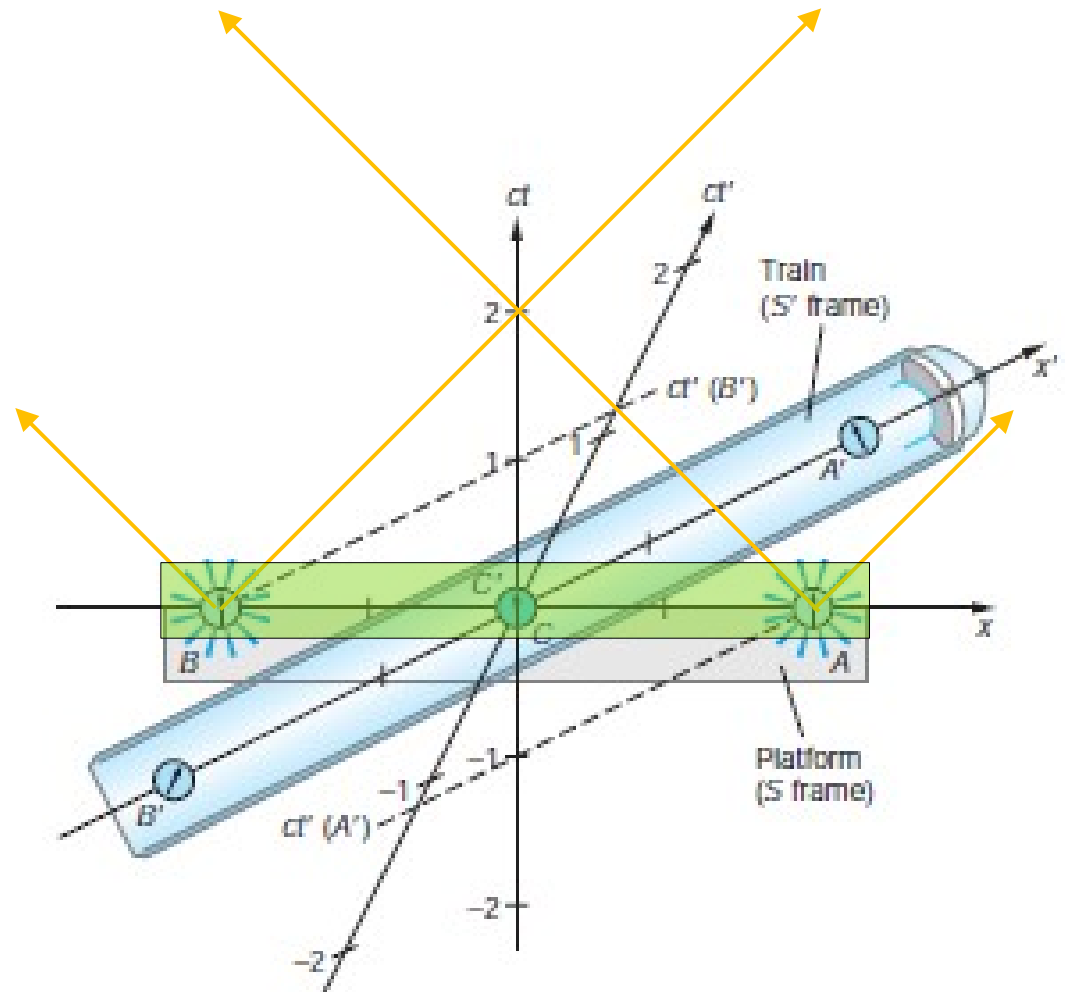
De novo o Trêm

Em azul:

O trem no seu referencial próprio (de repouso) em $t' = 0$

Em verde:

O trem no referencial da plataforma em $t = 0$

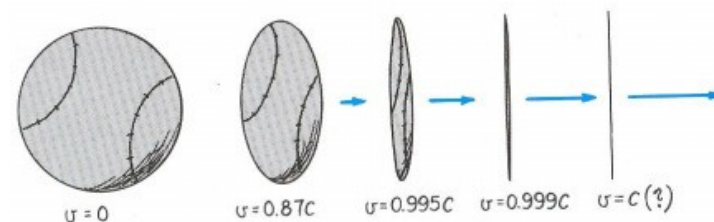
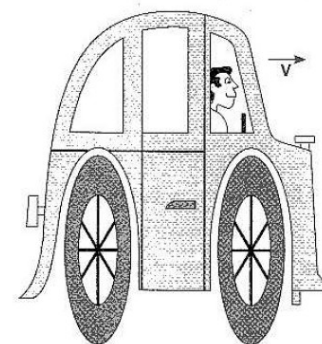


Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

!!! O fenômeno **contrai** apenas a **componente** na **direção** do **movimento** (**relativo** ao **observador**).

A componente **perpendicular** ao movimento relativo **não** é afetada pela **contração** de Lorentz-Fitzgerald.



=> **Objetos** em **movimento** são **encurtados** na **direção** da sua **velocidade**.

Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

!!! Apesar de a barra **realmente** ser **mais curta** no sistema do observador **S**, este **não** necessariamente **vê** a barra **mais curta** que seu comprimento próprio.

O que ele vê, é a **imagem** formada pelos **raios** de **luz** chegando **ao mesmo tempo** no seu **olho**, mas estes **partiram** em **momentos diferentes** de **posições diferentes**.

Assim, o que ele vê **dependerá** também do **ângulo** entre o vetor **velocidade** da **barra** e da **linha** de **visada**.

<https://physicsworld.com/a/the-invisibility-of-length%E2%80%AFcontraction/>

Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

Se o objeto for **3D**, a **diferença de tempo de viagem** a partir de **pontos diferentes do objeto** pode levar a **distorções** da aparência.

No caso de um cubo passando a uma velocidade relativística v , ele parece estar rotacionado pelo ângulo θ , onde

$$\sin \theta = v/c \quad \text{ou} \quad \cos \theta = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

($\Rightarrow$ MN vol. 4, p. 193-194)

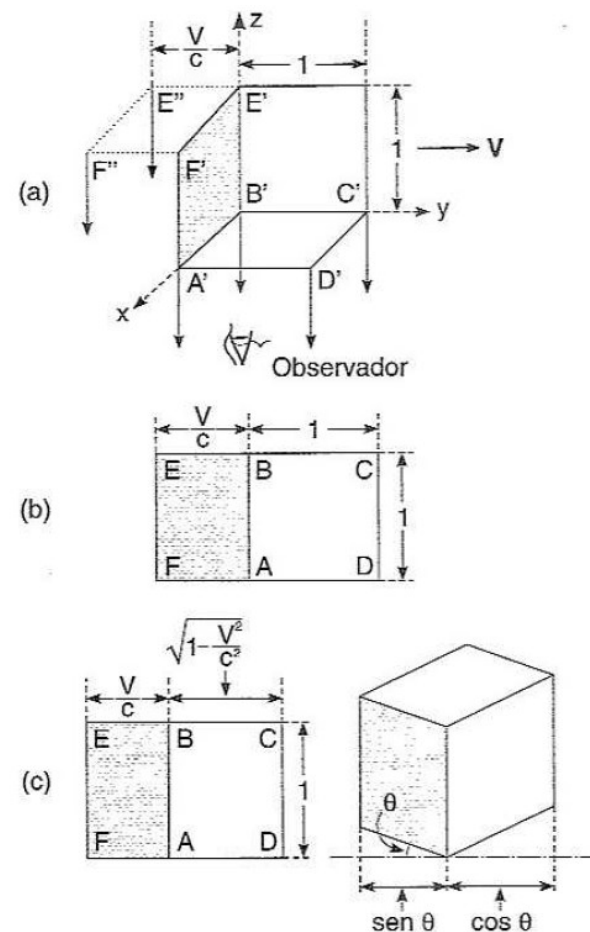


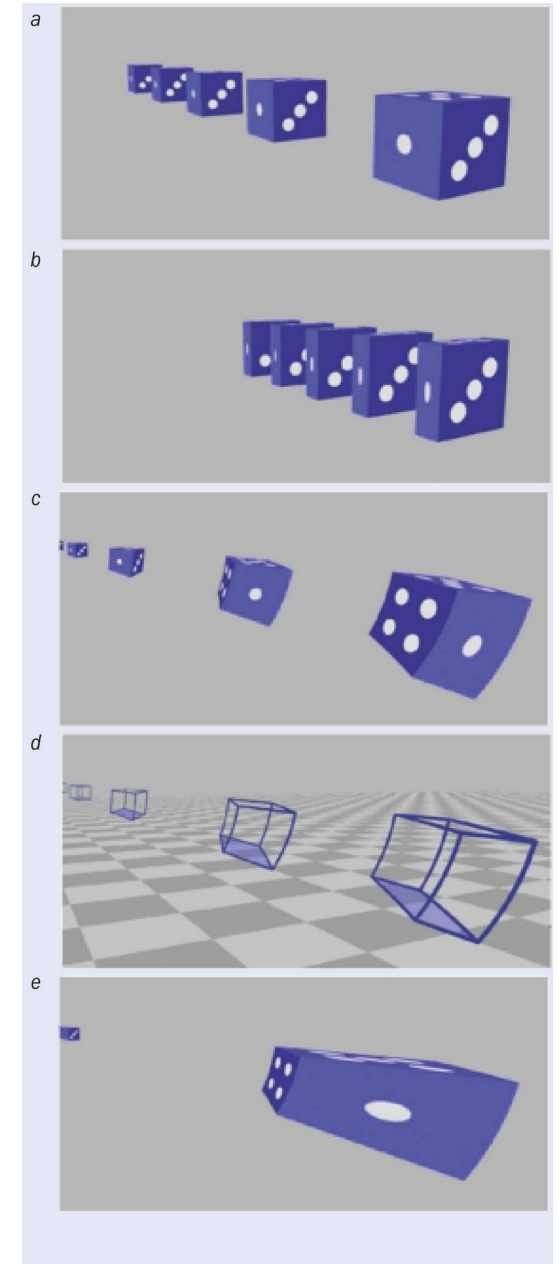
Fig. 6.9 Aspecto visual de um cubo em movimento

$$\sin \theta = \frac{v}{c} \quad , \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

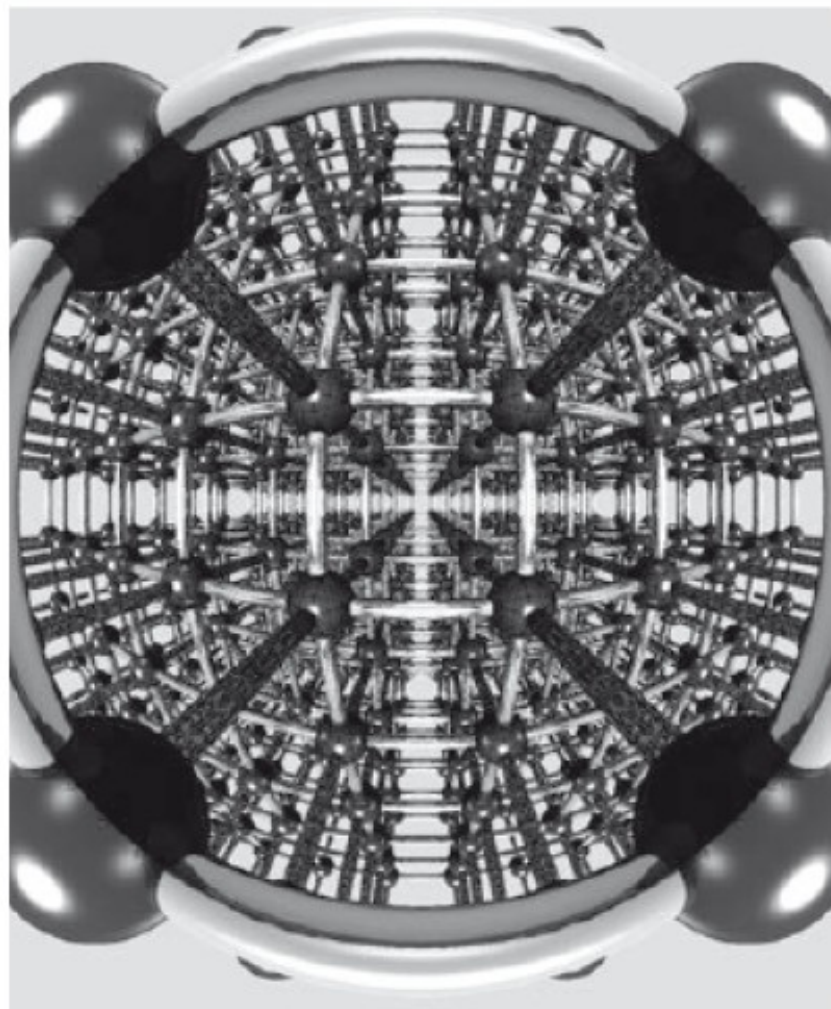
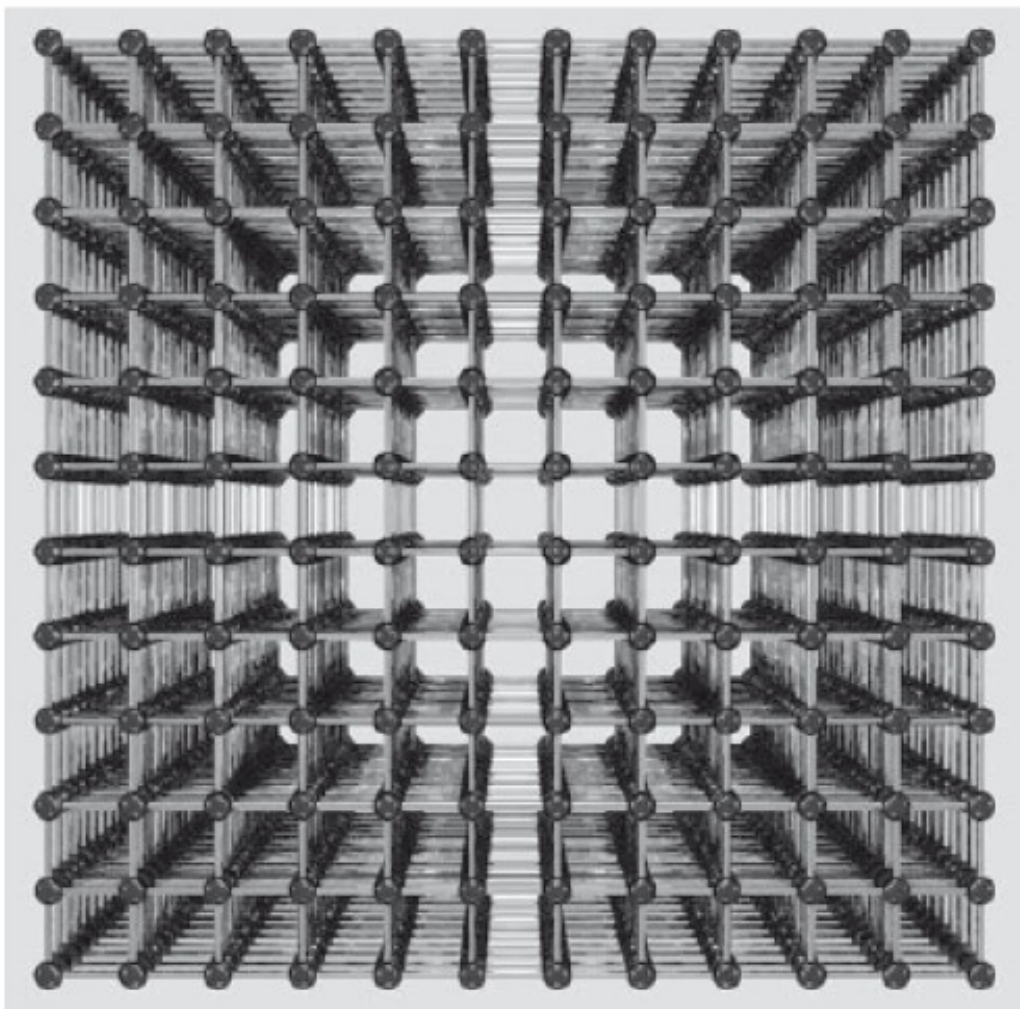
As distorções podem ser bem bizarras...



Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

Atravessando uma grade com $0.9 c$.



Relatividade Restrita

Dilatação do Tempo e Contração de Comprimentos

Formulado de jeito popular:

"relógios em movimento rodam mais lentamente", resp.

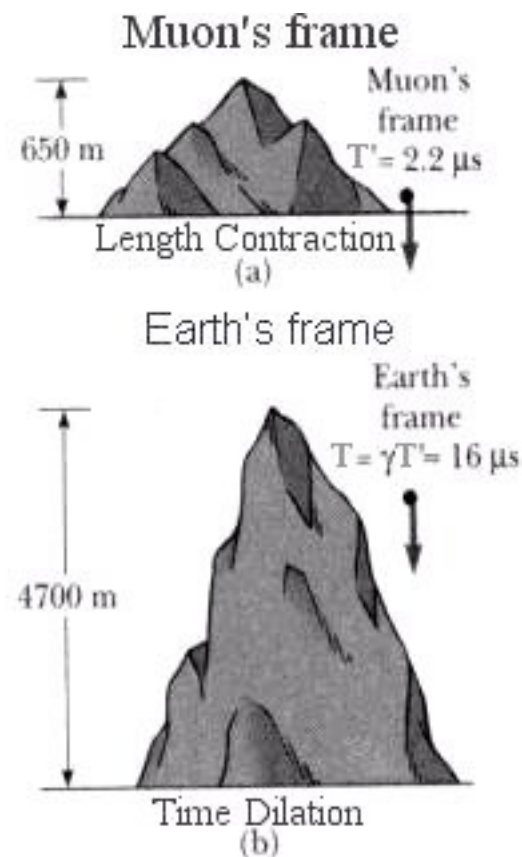
"régua em movimento são mais curtas".

Os dois efeitos são **complementares**.

Exemplo: múons, μ , têm tempo de vida de $2.2 \mu\text{s}$.

=> Os μ cósmicos, produzidos por raios cósmicos no topo da atmosfera da Terra, e descendo com velocidade $0.9952 \cdot c$, deveriam ter decaído até chegar na Terra, mas eles sobrevivem e são detectadas por causa da **Dilatação do Tempo**.

No referencial deles, a sobrevivência se deve à **Contração do caminho** até a Terra.



Relatividade Restrita

Dilatação do Tempo e Contração de Comprimentos

Apesar dos efeitos cinemáticos serem **pequenos** em nosso **cotidiano**, eles **devem** ser **levados** em **conta** para o **funcionamento adequado** de diversos **sistemas tecnológicos**.

Para **satélites**, por exemplo os de GPS, devemos levar em conta não apenas **efeitos cinemáticos relativísticos**, mas também da **Relatividade Geral** (=> última aula).



Paradoxos Relativísticos

Paradoxo

Pensamento, proposição ou argumento que contraria os princípios básicos e gerais que costumam orientar o pensamento humano, ou desafia a opinião consabida, a crença ordinária e compartilhada pela maioria.

Paradoxos Relativísticos

Em **Relatividade**, um "paradoxo" refere-se a uma **situação** que, à primeira vista, parece **contradizer** a **lógica** ou o **senso comum**, mas que, na verdade, é uma **consequência** direta e consistente dos **princípios** da **teoria**. Esses "paradoxos" **não** são **falhas** na **teoria**, mas sim **experimentos mentais** que destacam as **diferenças** profundas entre a **física clássica** (newtoniana) e a física **relativística**, especialmente quando se lida com **velocidades** próximas à da **luz**.

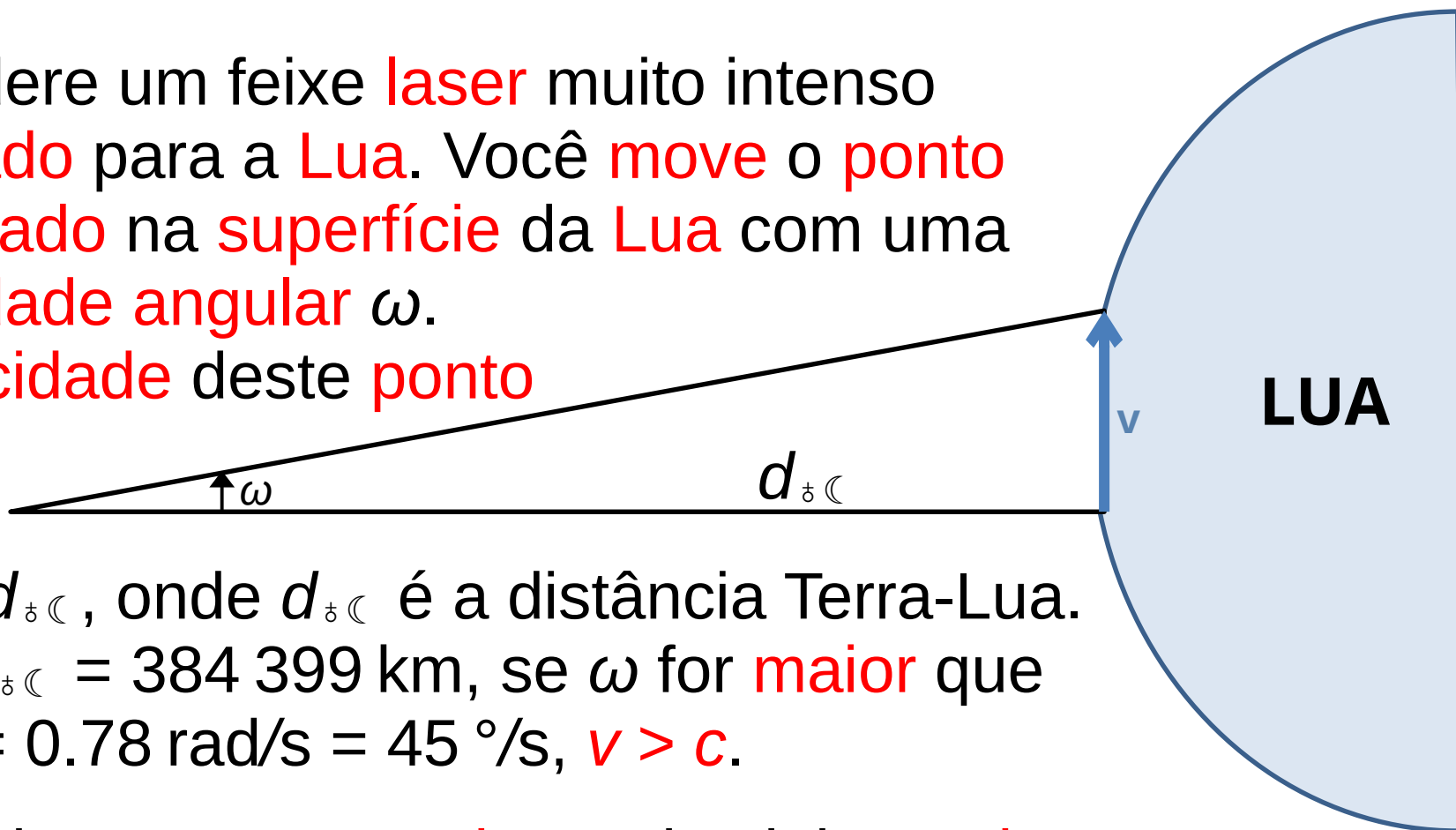
A **resolução** desses paradoxos geralmente reside em uma compreensão mais profunda dos **conceitos** relativísticos, como **Dilatação do tempo**, **Contração do comprimento** e **Relatividade da simultaneidade**.

Paradoxos Relativísticos

Viagem mais Rápida que a Velocidade da Luz

Considere um feixe **laser** muito intenso **apontado** para a **Lua**. Você **move** o **ponto observado** na **superfície** da **Lua** com uma **velocidade angular** ω .

A **velocidade** deste **ponto** será



$v = \omega \cdot d_{T-L}$, onde d_{T-L} é a distância Terra-Lua. Com $d_{T-L} = 384\,399$ km, se ω for **maior** que $c/d_{T-L} = 0.78$ rad/s = $45^\circ/\text{s}$, **$v > c$** .

Mas sabemos que "**nada**" pode viajar **mais rapidamente** que c . Como explicar isto?

Paradoxos Relativísticos

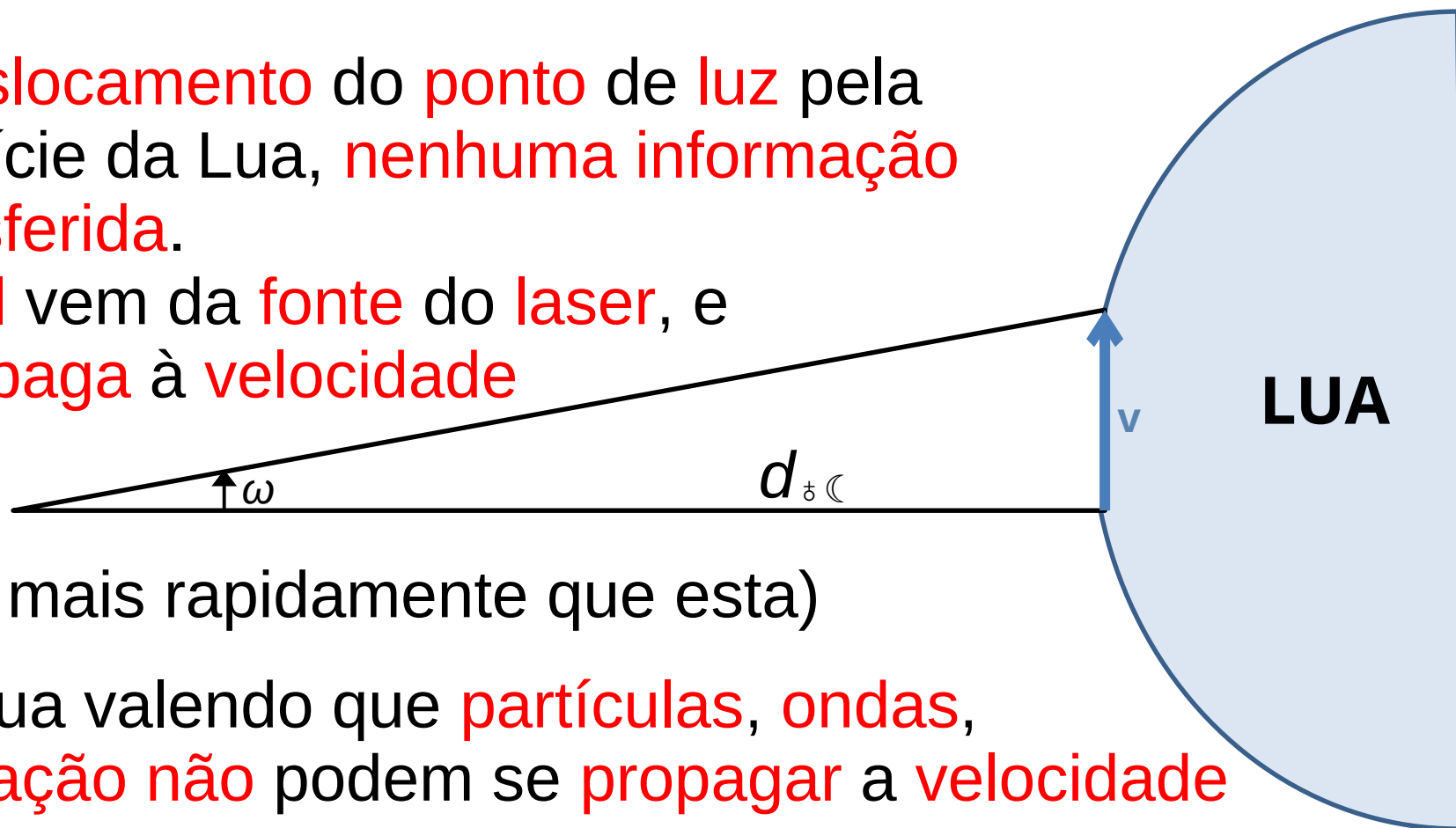
Viagem mais Rápida que a Velocidade da Luz

No deslocamento do ponto de luz pela superfície da Lua, nenhuma informação é transferida.

O sinal vem da fonte do laser, e se propaga à velocidade da luz

(e não mais rapidamente que esta)

Continua valendo que partículas, ondas, informação não podem se propagar a velocidade superior a c .



Paradoxos Relativísticos

Velocidades "Superluminosas" de Jatos em Galáxias Ativas

Algo engraçado pode acontecer, se o **jato** emitido pelo **núcleo** (Buraco Negro) de uma **galáxia ativa** viaja a um **ângulo pequeno** com a **linha de visada**:

A **velocidade** dos **nós projetada** no **plano** do **quasar** pode ser **maior** que a da **luz**.

Mas isto é só um **efeito** de **projeção**, como ilustra o exemplo ao lado.

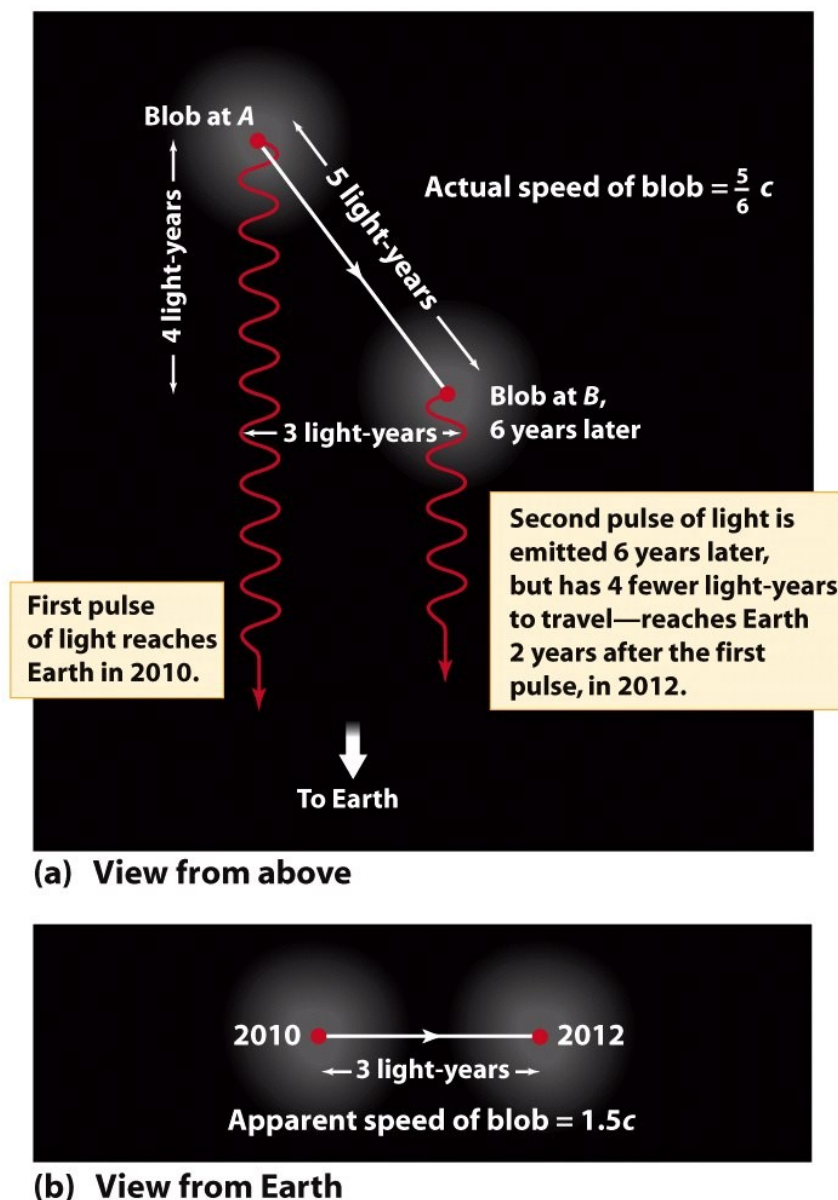


Figure 25-14
Universe, Eighth Edition
© 2008 W. H. Freeman and Company

Paradoxos Relativísticos

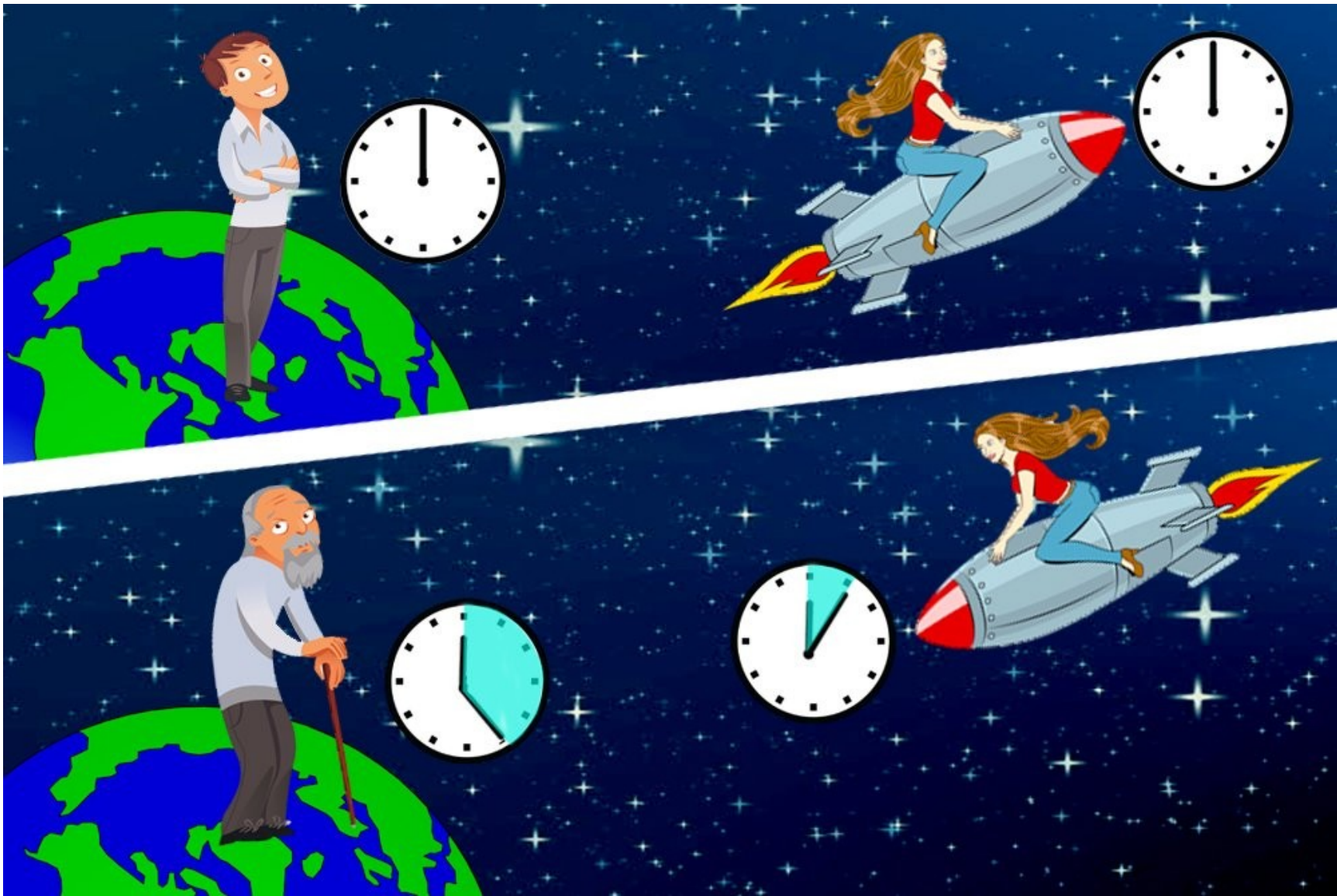
O Paradoxo dos Gêmeos

Um de dois **gêmeos** (o **viajante**) embarca em uma **nave espacial** e viaja a uma **velocidade** muito **próxima** à da **luz** para uma **estrela distante** e **retorna** à **Terra**. O **outro gêmeo** (o que fica na Terra) permanece em **repouso**.

O aparente **paradoxo**: Pela **dilatação** do **tempo**, o **tempo** passa mais **lentamente** para o gêmeo **viajante** em relação ao gêmeo na Terra. Então, quando o gêmeo viajante **retorna**, ele deveria estar **mais jovem**. No entanto, do ponto de vista do gêmeo **viajante**, seria a **Terra** que se **moveu** em relação a ele, então ele poderia argumentar que o **gêmeo** na **Terra** deveria ser o **mais jovem**. Com explicar isto?

Paradoxos Relativísticos

O Paradoxo dos Gêmeos

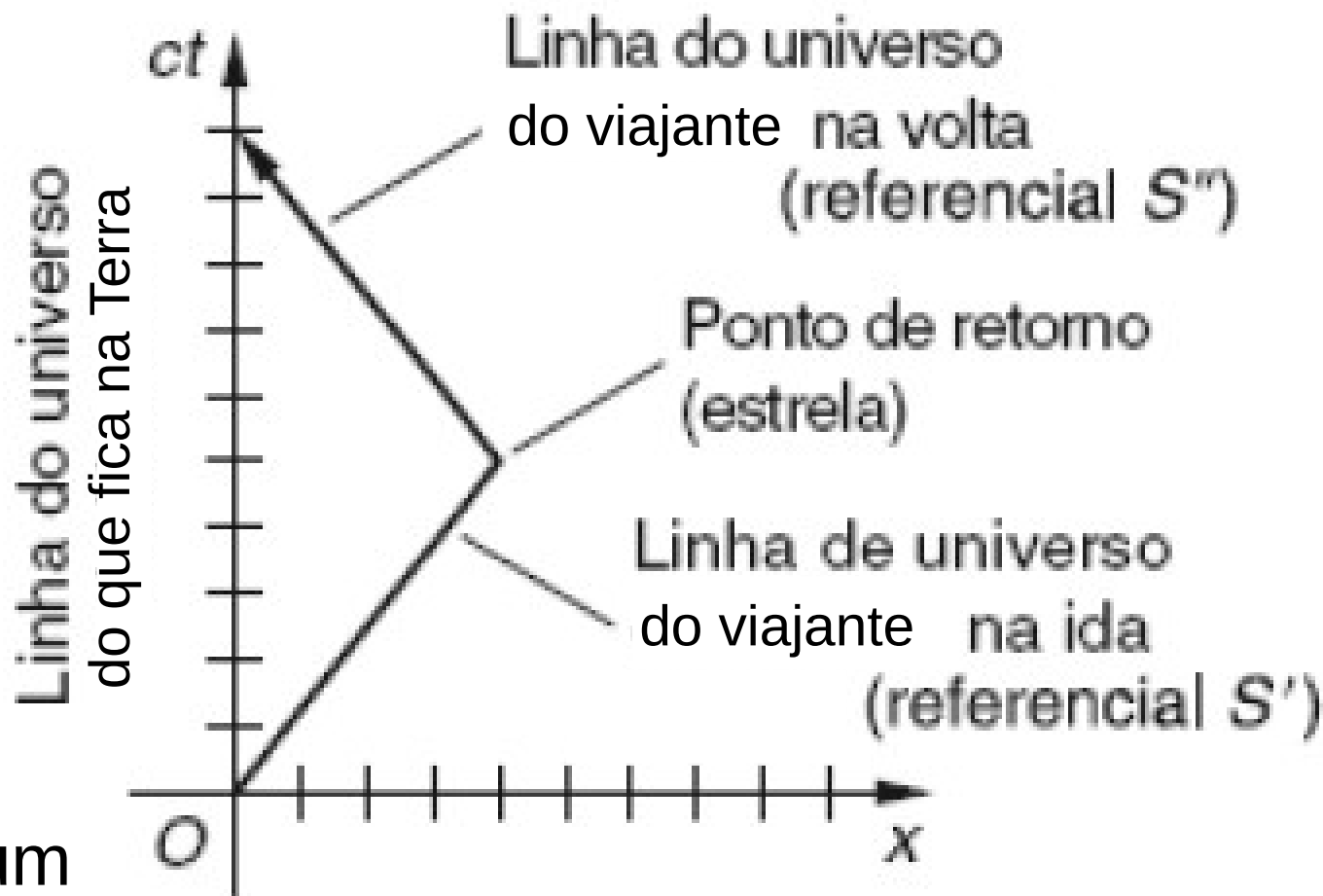


Paradoxos Relativísticos

O Paradoxo dos Gêmeos

Resolução: A situação **não** é **simétrica**!

O gêmeo **viajante muda** abruptamente de **referencial** (acelera) no meio da viagem (no ponto de retorno), enquanto o gêmeo na **Terra permanece** em um referencial inercial (**não acelerado**) durante o **tempo todo**.



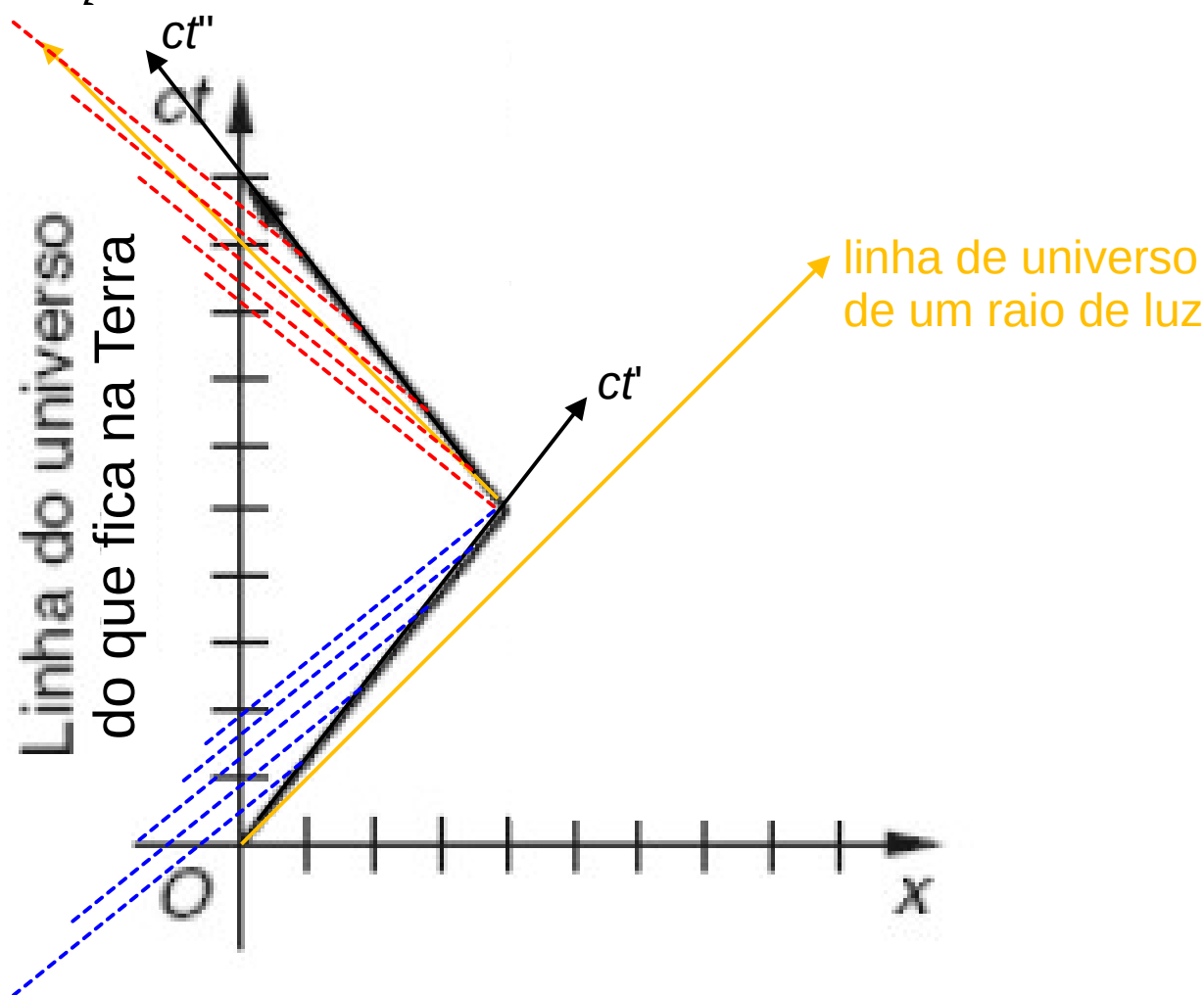
Paradoxos Relativísticos

O Paradoxo dos Gêmeos

Resolução: A situação não é simétrica!

Em azul:
linhas de
simultaneidade
do viajante na
ida

Em vermelho:
na volta



Paradoxos Relativísticos

O Paradoxo dos Gêmeos

É a **mudança de referencial (aceleração)** que **quebra a simetria**, fazendo com que o gêmeo **viajante** realmente **envelheça menos**.

A **Relatividade Geral** (que lida com aceleração e gravidade) pode ser usada para uma **análise mais completa**, mas a **Relatividade Restrita** (ou Especial) já oferece a **base** para a **resolução** ao considerar os **diferentes referenciais** e as **mudanças de eixos de tempo e simultaneidade**.

Paradoxos Relativísticos

Paradoxo da Barra no Celeiro (*the bar into the barn*)
(ou do trem no túnel, mas a gente cansou de trens)

Um **poste** muito longo e um **celeiro** têm o **mesmo comprimento** quando ambos estão em **repouso**.

Um **corredor** pega o poste, o **alinha** com o **celeiro**, e corre com **velocidade** muito alta (**relativística**), **atravessando** o **celeiro** como na imagem.

Para o **corredor** (em **repouso** em relação ao **poste**), o **poste** tem seu **comprimento original**,

mas o **celeiro** sofre uma **contração de comprimento**, tal que, certa hora, o **poste** se **estende** para **fora** do **celeiro** nos **dois lados**.

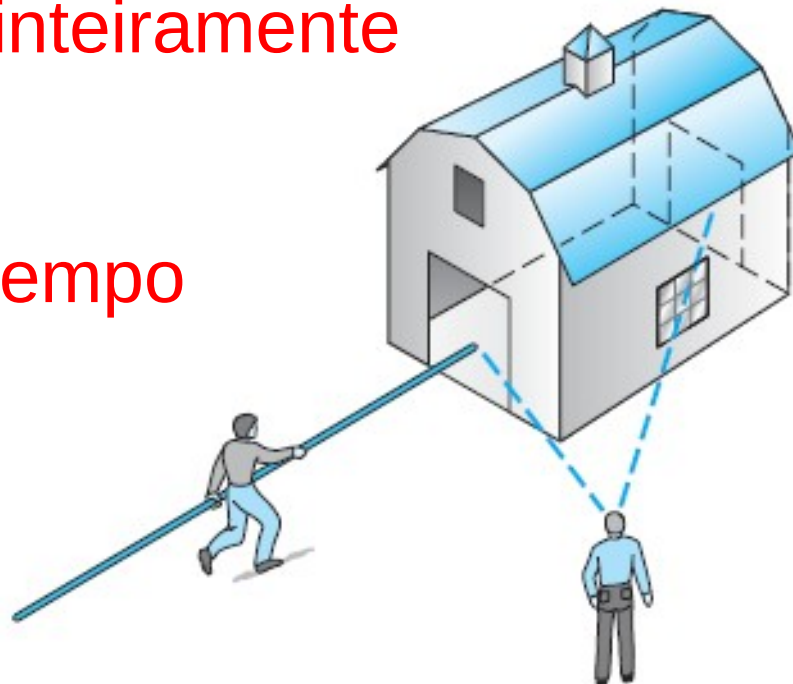


Paradoxos Relativísticos

Paradoxo da Barra no Celeiro

Para um **observador parado** em relação ao **celeiro**, é o **poste** quem sofre a **contração de comprimento**, tal que, certa hora, o **poste** se encontra **inteiramente** dentro do **celeiro**.

Como o poste pode **ao mesmo tempo** **caber** e **não caber** no **celeiro**?

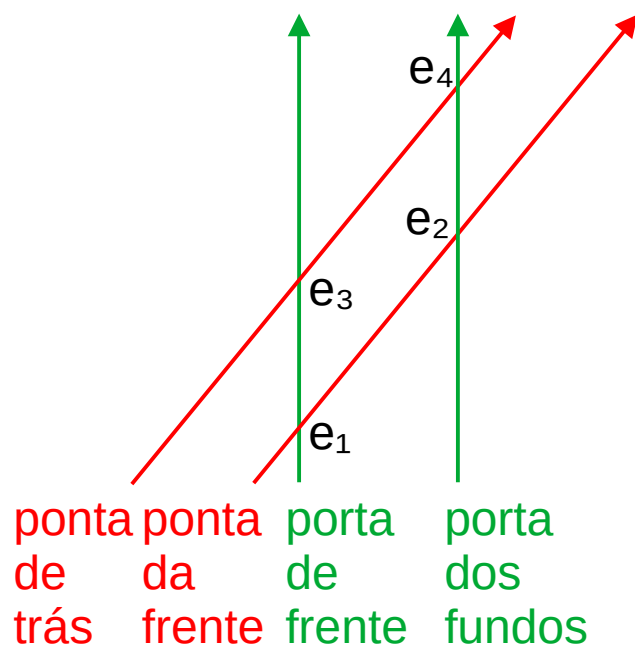


Paradoxos Relativísticos

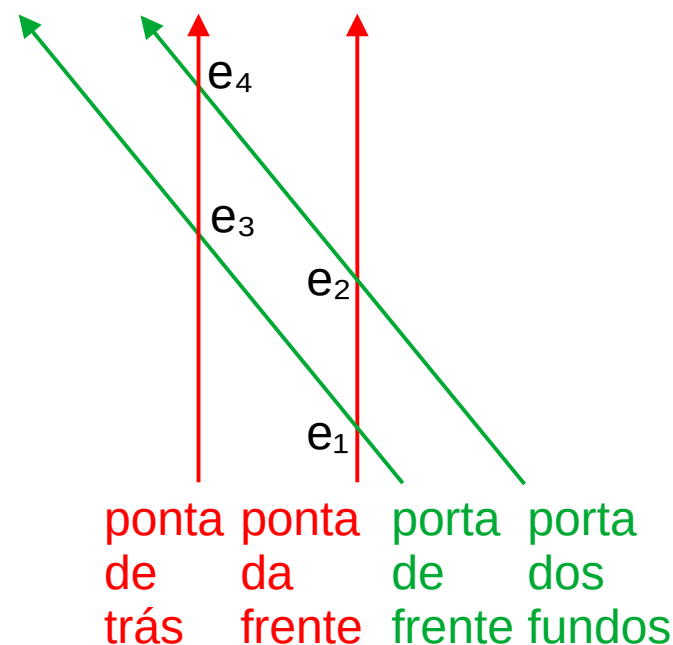
Paradoxo da Barra no Celeiro: eventos

- e_1 – a ponta da frente do poste chega à porta da frente do celeiro;
 e_2 – a ponta da frente do poste chega à porta dos fundos do celeiro;
 e_3 – a ponta de trás do poste chega à porta da frente do celeiro;
 e_4 – a ponta de trás do poste chega à porta dos fundos do celeiro.

ct
 ct'
No referencial do celeiro (S)



ct
 ct'
No referencial da barra (S')



Paradoxos Relativísticos

Paradoxo da Barra no Celeiro

Resolução: Está na **relatividade** da **simultaneidade**.

Para o **observador** no **referencial** do **celeiro**, a ponta de trás do poste chega a porta da frente do celeiro (e_3) **antes** que a ponta da frente do poste chega à porta dos fundos do celeiro (e_2).

Para o **corredor**, estes dois eventos acontecem **na ordem oposta**.

Paradoxos Relativísticos

Outros Paradoxos Relativísticos

Existem **muitos** paradoxos elaborados ao longo dos anos, todos devidamente **explicados**. Em geral, eles são **variações** dos **paradoxos apresentados** anteriormente.

Um artigo interessante da Revista de Ensino de Física, que **lista** alguns destes paradoxos e suas **explicações** pode ser encontrado em:

<https://www.scielo.br/j/rbef/a/ZRPgcJSdFfp5Bs9J8QyRQBr/>



Universidade Federal do ABC

Ótica e Relatividade

FIM PRA HOJE

