## Unidades e Constantes

$\pi = 3.14159$
$e = 2.71828$
Constante gravitacional: $G = 6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$
Permissividade do vácuo: $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
Permeabilidade do vácuo: $\mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$
Velocidade da luz no vácuo: $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2.9979 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Massa do elétron: $m_e = 9.10939 \cdot 10^{-31}$ kg $= 0.0005486$ u $= 511.0\ \frac{\mathrm{keV}}{c^2}$
Massa do próton: $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$ kg $= 1.007276$ u $= 938.27\ \frac{\mathrm{MeV}}{c^2}$
Massa do néutron: $m_n = 1.6749 \cdot 10^{-27}$ kg $= 1.0087$ u $= 939.57\ \frac{\mathrm{MeV}}{c^2}$
Carga elementar: $e = 1.602177 \cdot 10^{-19}$ C
Constante de Planck: $h = 6.626076 \cdot 10^{-34}$ Js
Constante de Planck reduzida: $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05457 \cdot 10^{-34}$ Js
Constante de Avogadro: $N_\mathrm{A} = 6.022141 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann: $k_\mathrm{B} = 1.38065 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
Constante Universal dos Gases Perfeitos: $R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8.314462\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}}$
Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.6704 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}$
Constante de Radiação: $a = \frac{4\sigma}{c} = 7.565767 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{J\,m^{-3}K^{-4}}$
Energia de Bohr: $E_0 = \frac{m_e e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} = 2.18 \cdot 10^{-18}$ J $= 13.6$ eV

## Fórmulas Gerais

Identidades Trigonométricas Úteis:
$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen}\beta$
$\cos^2\theta = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos 2\theta)$
$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2\theta)$
$\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta = 1$
$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

Números complexos: $z = a + bi$, $a = \mathrm{Re}\{z\}$, $b = \mathrm{Im}\{z\}$
Complexo conjugado: $z^*$ ou $\bar{z} = a - bi$
$\mathrm{Re}\{z\} = \frac{1}{2}(z + z^*)$, $\mathrm{Im}\{z\} = \frac{1}{2i}(z - z^*)$
Módulo de $z$: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{zz^*}$
Fórmula de Euler: $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \cdot \operatorname{sen} x$
$\cos x = \mathrm{Re}\{e^{ix}\} = \frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$ e $\operatorname{sen} x = \mathrm{Im}\{e^{ix}\} = \frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$
Número complexo na forma polar: $z = |z|(\cos\varphi + i\operatorname{sen}\varphi) = |z|e^{i\varphi}$, $\varphi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\mathrm{Im}\{z\}}{\mathrm{Re}\{z\}}$

## Ótica Geométrica

Lei da reflexão: $\theta_\mathrm{i} = \theta_\mathrm{r}$
Lei da refração, ou de Snell: $n_1 \mathrm{sen}\, \theta_1 = n_2 \mathrm{sen}\, \theta_2$; $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$
Velocidade da luz num meio com índice refratório $n$: $c_n = \frac{c}{n}$
Princípio de Fermat: $\delta \int n \, ds = 0$
Ângulo crítico para reflexão total: $\theta_\mathrm{c} = \mathrm{sen}^{-1} \frac{n_2}{n_1}$
Espelhos curvos: $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$
magnificação ou aumento lateral: $m = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p}$
Lentes delgadas: $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = (n_{12} - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$
magnificação ou aumento lateral: $m = \frac{y'}{y} = -\frac{q}{p}$
Potência ou grau de uma lente: $D = \frac{1}{f}$

## Oscilador Harmônico

Força restauradora de uma mola: $F = -kx$
Energia potencial: $V(x)$ ou $U(x) = \frac{1}{2} k x^2$
Frequência angular: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Frequência: $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$
Período: $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$
Equação do Oscilador Harmônico: $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}(t) = -\mathrm{const.} \cdot x(t)$
Solução: $x(t) = a \cdot \cos \omega t + b \cdot \mathrm{sen}\, \omega t$, com $\omega = \sqrt{\mathrm{const.}}$
Valor médio da grandeza $f$: $\bar{f} = < f > = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f(t) \, dt$
Centro de massa de duas partículas acopladas: $x_\mathrm{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$
Massa reduzida: $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$
Amplitude do Oscilador Submetido a uma Oscilação Externa $F = F_0 \cdot \mathrm{sen}\, \omega t$: $\frac{F_0}{m\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (b\omega/m)^2}}$

## Ondas

Equação de onda: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$
Solução geral: $y(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt)$
Ondas harmônicas: $y = y_0 \cdot \cos(kx - \omega t + \varphi)$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $T = \frac{\lambda}{v}$
Ondas estacionárias numa região do tamanho $L$: $\lambda_n = \frac{2L}{n}$, $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{L}$,
$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} = \frac{2\pi v}{\lambda_n} = \frac{n\pi v}{L}$
Análise de Fourier: $T(t) = \frac{a_0}{2} + \Sigma_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \mathrm{sen}\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \right]$,
$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L T(t) \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$, $b_n = \frac{2}{L} \int_0^L T(t) \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$
Equação de onda 2D ou 3D: $\nabla^2 y = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$
Ondas planas: $y(\vec{r}, t) = y_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi) = \mathrm{Re}\{e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi)}\}$
Ondas circulares: $y(\vec{r}, t) = y(r, t) = \frac{y_0}{\sqrt{r}} \cdot \cos(kr - \omega t + \varphi)$
Ondas esféricas: $y(\vec{r}, t) = y(r, t) = \frac{y_0}{r} \cdot \cos(kr - \omega t + \varphi)$

## Ondas Sonoras

Velocidade do som: $c_{\mathrm{s}} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$
Intensidade do som: $\beta = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}$ dB
Efeito Doppler: $\nu = \frac{1 \pm v_{\mathrm{o}}/c_{\mathrm{s}}}{1 \mp v_{\mathrm{f}}/c_{\mathrm{s}}} \cdot \nu_0$ ($v_{\mathrm{o}}$: vel. do observador, $v_{\mathrm{f}}$ da fonte,
sinais superiores p. aproximação, inferiores p. afastamento)
velocidade da fonte fazendo um ângulo $\theta$ com a linha fonte-observador:
substituir $v_{\mathrm{f}}$ por $v_{\mathrm{r}} = v_{\mathrm{f}} \cdot \cos\theta$
Cone de Mach: $v_{\mathrm{f}} > c_{\mathrm{s}}$, $\cos\theta_0 = \frac{c_{\mathrm{s}}}{v_{\mathrm{f}}}$

## Ondas Eletromagnéticas

Equações de Maxwell (forma integral):
Lei de Gauss para o campo elétrico: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$
Lei de Gauss para o campo magnético: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
Lei de Faraday-Lenz: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
Lei de Ampère-Maxwell: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$
Equações de Maxwell (forma diferencial):
Lei de Gauss para o campo elétrico: $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_q}{\epsilon_0}$
Lei de Gauss para o campo magnético: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
Lei de Faraday-Lenz: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Lei de Ampère-Maxwell: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
Força de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{r} \times \vec{B})$
Equações de onda eletromagnética: $\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t}^2 = \nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t}^2 = 0$,
$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t}^2 = \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t}^2 = 0$
Onda harmônica plana: $\vec{E} = E_{\mathrm{max}} \hat{\varepsilon} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi) = E_{\mathrm{max}} \hat{\varepsilon} \mathrm{Re}\{e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi)}\}$,
onde $\hat{v} = \frac{\vec{k}}{k}$, $\hat{\varepsilon} = \frac{\vec{E}}{E}$, $\hat{\varepsilon} \cdot \hat{v} = 0$,
$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{v} \times \vec{E}$
Densidade de energia em um campo elétrico: $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$
Densidade de energia em um campo magnético: $u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$
Vetor de Poynting (onda plana): $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$
Intensidade ou fluxo de uma onda eletromagnética: $I = \frac{<U>}{At} =< |\vec{S}| >= \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_{\mathrm{max}}^2$
Momento linear de radiação eletromagnética: $p = \frac{U}{c}$
Pressão de radiação eletromagnética: $P_{\mathrm{r}} = \frac{I}{c}$
Caso a radiação é refletida: $P_{\mathrm{r}} = \frac{2I}{c}$

## Polarização

Polarização de uma onda propagando-se na direo $z$: $E_x = a \cdot \mathrm{Re}\{e^{i\varphi_x} e^{i(kz-\omega t)}\} = c \cdot B_y$,
$E_y = b \cdot \mathrm{Re}\{e^{i\varphi_y} e^{i(kz-\omega t)}\} = -c \cdot B_x$
$\left(\frac{E_y}{b}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{a}\right)\left(\frac{E_y}{b}\right)\cos\delta + \left(\frac{E_x}{a}\right)^2 = \mathrm{sen}^2\delta, \qquad$ onde $\delta = \varphi_y - \varphi_x$
Base horizontal/vertical: $\hat{e}_\mathrm{H} = (1,0)$, $\hat{e}_\mathrm{V} = (0,1)$
Base diagonal/antidiagonal: $\hat{e}_\mathrm{D} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$, $\hat{e}_\mathrm{A} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$
Base circularmente polarizada a esquerda/direita: $\hat{\varepsilon}_+ = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{i}{\sqrt{2}})$, $\hat{\varepsilon}_- = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{i}{\sqrt{2}})$
$\vec{E} = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x - iE_y)\hat{\varepsilon}_+ + \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x + iE_y)\hat{\varepsilon}_-$
Lei de Malus (polarização fazendo ângulo $\theta$ com polarizador): $I_\theta = I_0 \cos^2\theta$
Lei de Brewster (ângulo para onda reletida ser totalmente polarizada): $\frac{n_2}{n_1} = \mathrm{tg}\,\theta_\mathrm{B}$

## Interferência e Difração

Interferência de duas ondas na posição $\vec{r}$: $I(\vec{r}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$,
onde $\varphi_{1,2}$ são as fases chegando em $\vec{r}$
Difração em uma Fenda Simples de largura $a$: $I = I_\mathrm{max}\left(\frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\alpha}\right)^2$, onde $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\mathrm{sen}\,\theta$
Experimento de Young (Fenda Dupla, $d =$ distância entre as fendas):
Espaçamento angular dos máximos: $\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{d}$
Com difração pelas fendas: $I = 4I_0 \cos^2\frac{2\pi d\theta}{\lambda} \cdot \left(\frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\alpha}\right)^2$
Difração em uma Abertura Circular de diâmetro $d$: $I = I_\mathrm{max} \cdot 4\left(\frac{J_1((\pi d/\lambda)\cdot \mathrm{sen}\,\theta)}{(\pi d/\lambda)\cdot \mathrm{sen}\,\theta}\right)^2$,
onde $J_1 =$ uma função de Bessel
Critério de Rayleigh (separação mínima detectável após passar pela abertura):
$\mathrm{sen}\,\theta = 1.22\frac{\lambda}{d}$
Grades de Difração (largura $W$, $N$ fendas de espaçamento $d$ e largura $a$):
$I(\theta) \propto \cos^2\frac{2\pi d}{\lambda}\theta \cdot \cos^2\frac{2N\pi d}{\lambda}\theta \cdot \left(\frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\alpha}\right)^2$
Largura de um pico mais estreito: $\delta_\theta \approx \frac{\lambda}{Nd}$
Comprimento de onda pelo $m$-ésimo máximo principal: $\lambda = \frac{d}{m}\mathrm{sen}\,\theta$
Densidade linear de fendas: $n_\perp = \frac{N}{W} = \frac{1}{d}$
Dispersão da grade: $D := \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$
Resolução: $R := \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$
Lei de Bragg (distância entre planos cristalinos $d$; ângulos dos máximos de reflexão $\theta$):
$n\lambda = 2d\,\mathrm{sen}\,\theta$, $n = 1, 2, ...$