



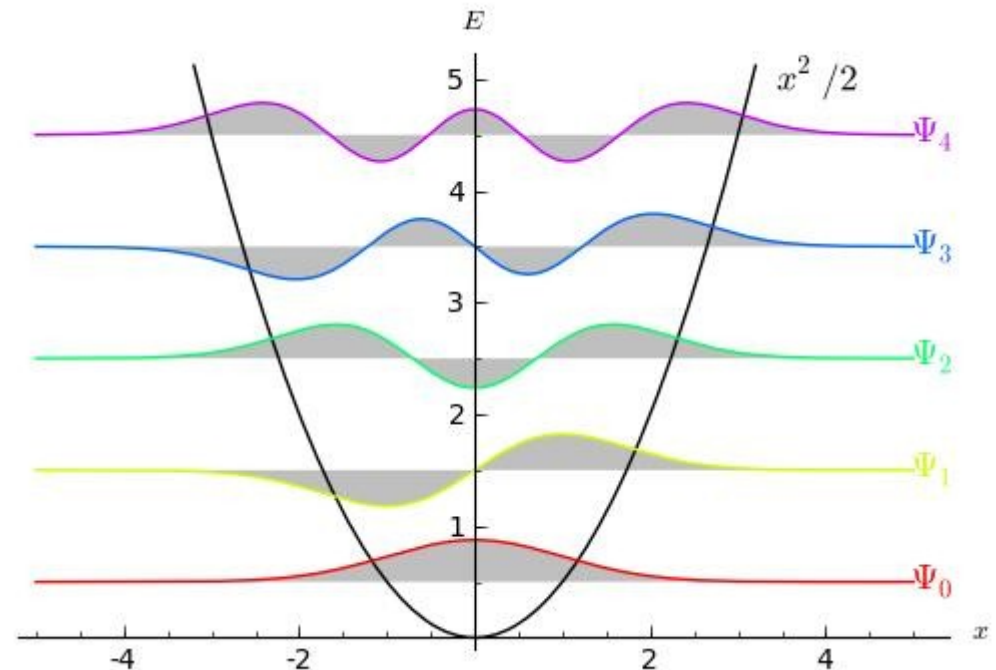
Universidade Federal do ABC

# Física Quântica

## Aula 2: Evidências experimentais da teoria quântica II

Pieter Westera

[pieter.westera@ufabc.edu.br](mailto:pieter.westera@ufabc.edu.br)

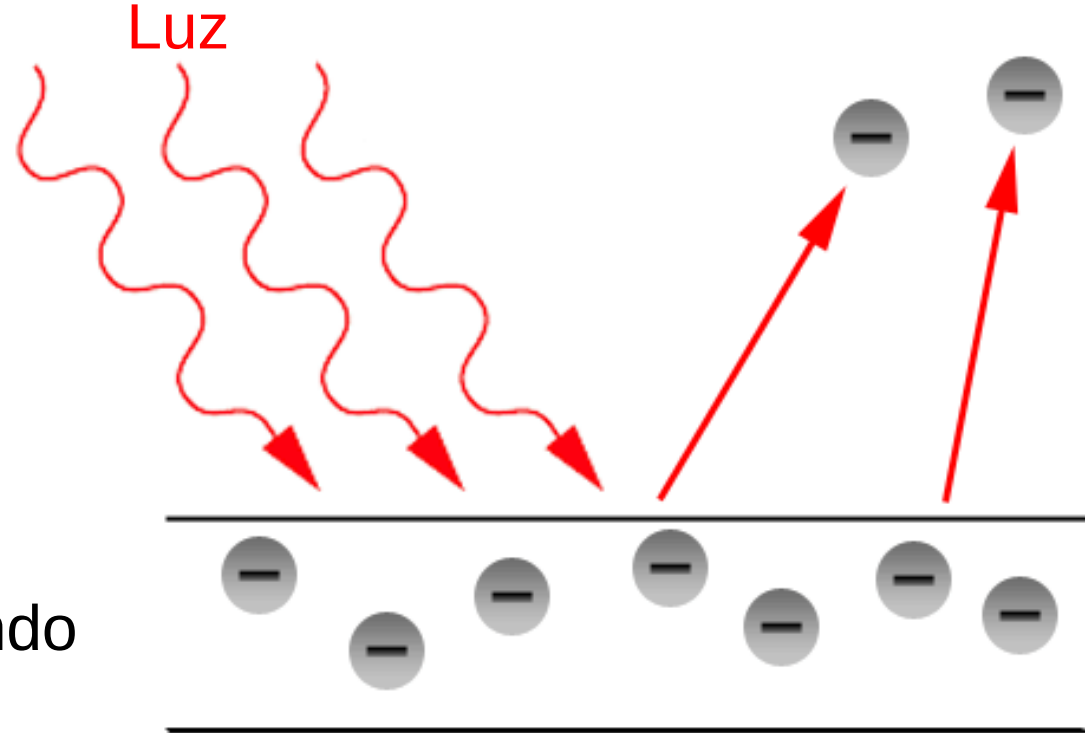


<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Quantica.html>

# O Efeito Fotoelétrico

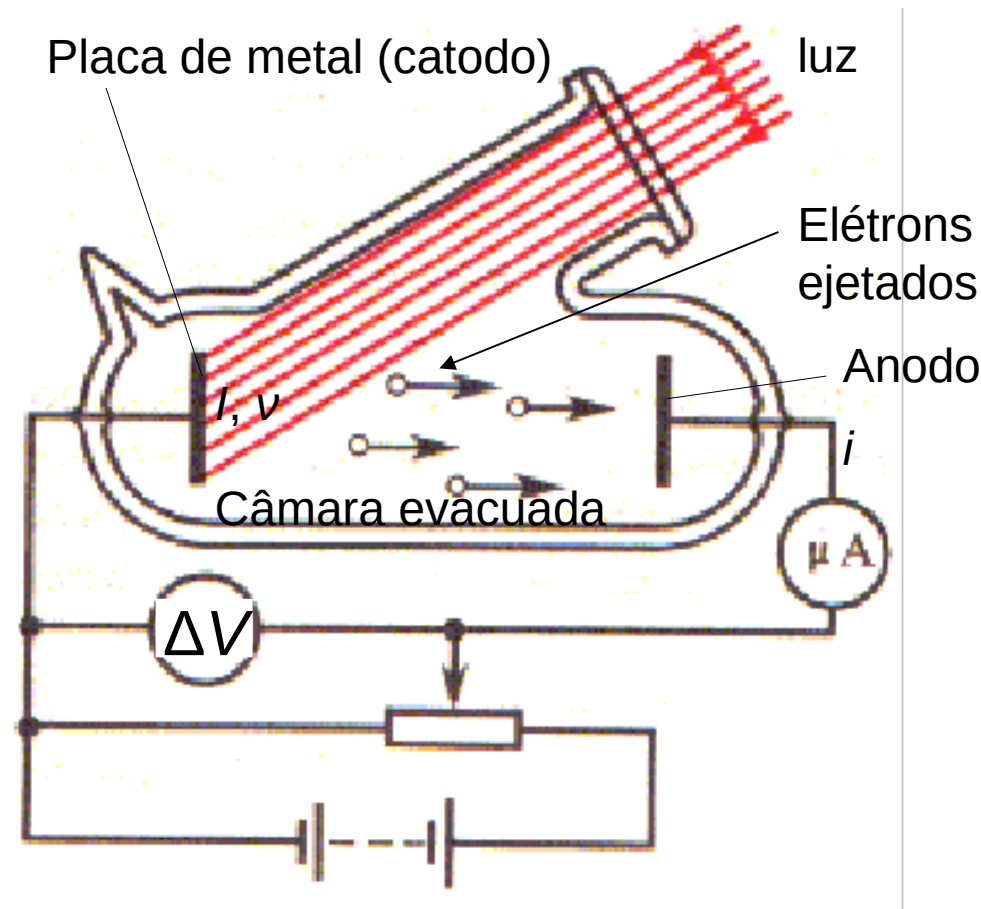
O **efeito fotoelétrico** é a **emissão** de **elétrons** por um **material**, geralmente metálico, quando exposto a uma **radiação eletromagnética** (como a luz) suficientemente energética, ou seja, de frequência suficientemente alta, que depende do material.

Ele pode ser observado quando a luz incide numa placa de metal, literalmente arrancando elétrons da placa!



# O Efeito Fotoelétrico

## O experimento de Hertz (1887)



1. **Luz** (frequência  $\nu$ , intensidade  $I$ ) **incide** numa placa de **metal**.
  2. **Elétrons** são **ejetados** da placa.
  3. Parte dos elétrons chega no **anodo** e constitui a **corrente**  $i$ .  
Quando  $\Delta V$  **aumenta**, mais elétrons chegam no anodo  
 $\Rightarrow$   **$i$  aumenta**.
- De baixo de um certo valor (negativo) de  $\Delta V$ , o **potencial de corte** (ou de frenamento)  $V_0$ , os elétrons não conseguem mais superar a barreira de potencial. Eles “recaem” no catodo  
 $\Rightarrow$   **$i$  é zero**.

# O Efeito Fotoelétrico

## O experimento de Hertz (1887)

O que Hertz esperava (usando a hipótese que luz é uma onda)

- A luz **esquenta** a placa com uma **taxa** que depende apenas da **intensidade**  $I$  (potência por unidade de área) da luz, e **não** da sua **frequência**.

=> **Após** um **tempo**, o metal alcança temperatura suficiente (ou seja, os elétrons ganham energia cinética suficiente) para expulsar os elétrons. A **corrente**  $i$  deve **começar** a **fluir**.

- Após **mais** um **tempo** alcança-se um **equilíbrio**: A energia levada pelos elétrons expulsos é igual à energia da luz incidente.

=> Já que o **potencial de corte** é proporcional à energia cinética máxima dos elétrons **após** serem **expulsos**:

$$e \cdot V_0 = \left( \frac{1}{2} \cdot m_e v^2 \right)_{\max},$$

ele deve **aumentar** quando a **intensidade** da luz incidente **aumenta**:

$V_0$  deve **depende** (apenas) de  $I$ .

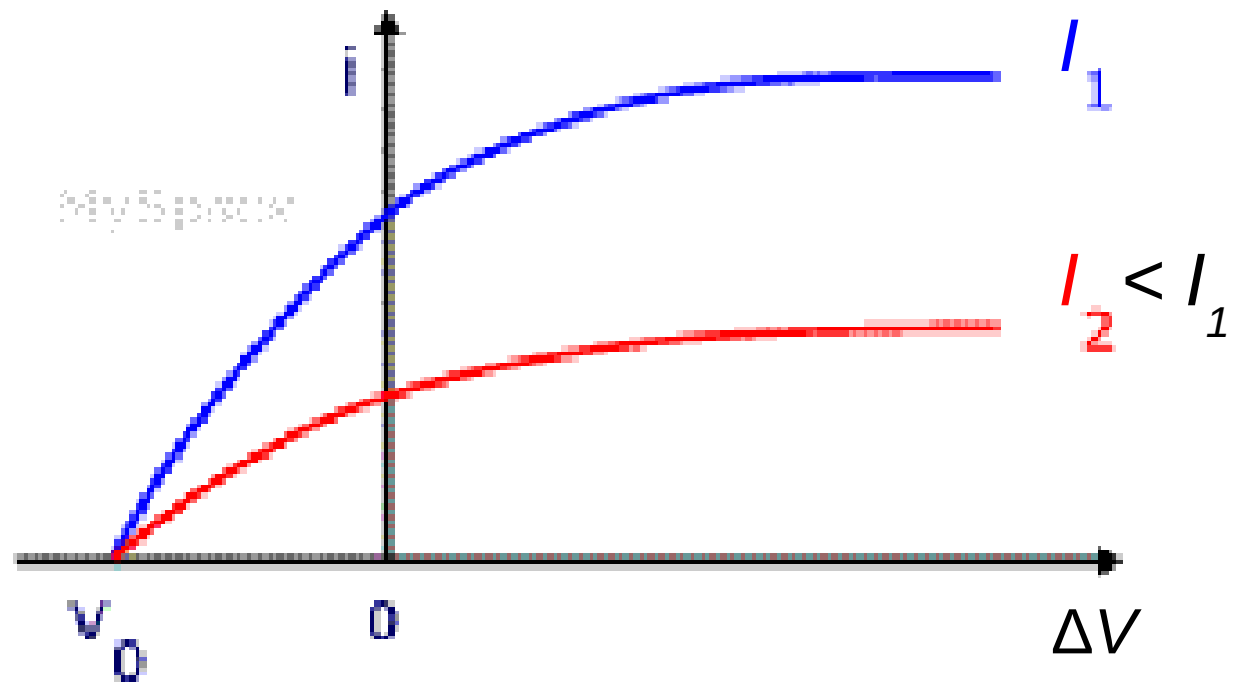
# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- A **corrente  $i$  flui**, ou seja, elétrons são ejetados da placa, **instantaneamente** quando se liga a luz incidente.

- O **potencial de corte  $V_0$** , e, então, a **energia cinética máxima** dos fotoelétrons, **não depende da intensidade da luz**, mas **sim**, da **frequência  $\nu$**  (mas a corrente  $i$  depende, sim, da intensidade)



# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- O **potencial de corte**, e, então, a energia cinética máxima dos fotoelétrons **aumenta com a frequência!**

Equação do efeito fotoelétrico:

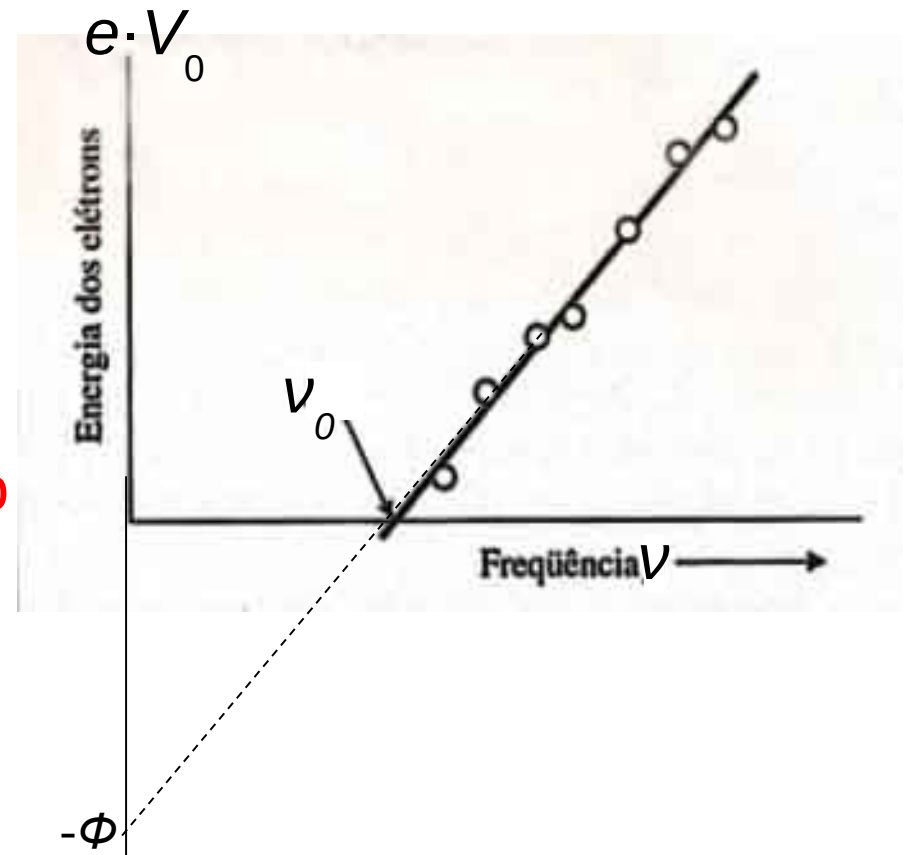
$$e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} \cdot m_e v^2\right)_{\max} = h \cdot \nu - \Phi$$

onde

$h$  = constante de Planck

$\Phi$  := **função de trabalho**, constante que é **característica do material**, corresponde à **energia de ionização**

Debaixo de uma certa **frequência de corte**  $\nu_0 = \Phi/h$ , **não há ejeção de elétrons**.



# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

Como explicar isto?

Einstein (1905):

- A luz consiste de “pacotes/partículas” de energia  $E = h \cdot \nu$ , os fótons.  
=> Quantização da luz.
- A energia necessária para arrancar um elétron de um material corresponde à função de trabalho  $\phi$ .
- Quando um fóton com energia suficiente para arrancar um elétron,  $h \cdot \nu \geq \phi$ , ou seja  $\nu \geq \nu_0$ , incide na placa, ele é absorvido, e a sua energia é usada para expulsar um elétron.  
A energia cinética do elétron será  $h \cdot \nu - \phi$ .
- Se esta energia cinética é o suficiente para passar a barreira do potencial elétrico,  $h \cdot \nu - \phi \geq e \cdot \Delta V$ , os elétrons chegam no anodo, e corrente flui.

# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)


Como explicar isto?

=> A **energia cinética** dos **fotoelétrons**, e então o potencial de corte, depende apenas da **frequência** da **luz** incidente.

O **número** de elétrons emitidos, e então a corrente  $i$ , é proporcional ao número de fótons, ou seja à **intensidade** da luz incidente.

A hipótese dos **fótons** consegue **explicar** todas as **observações** do **Hertz**.

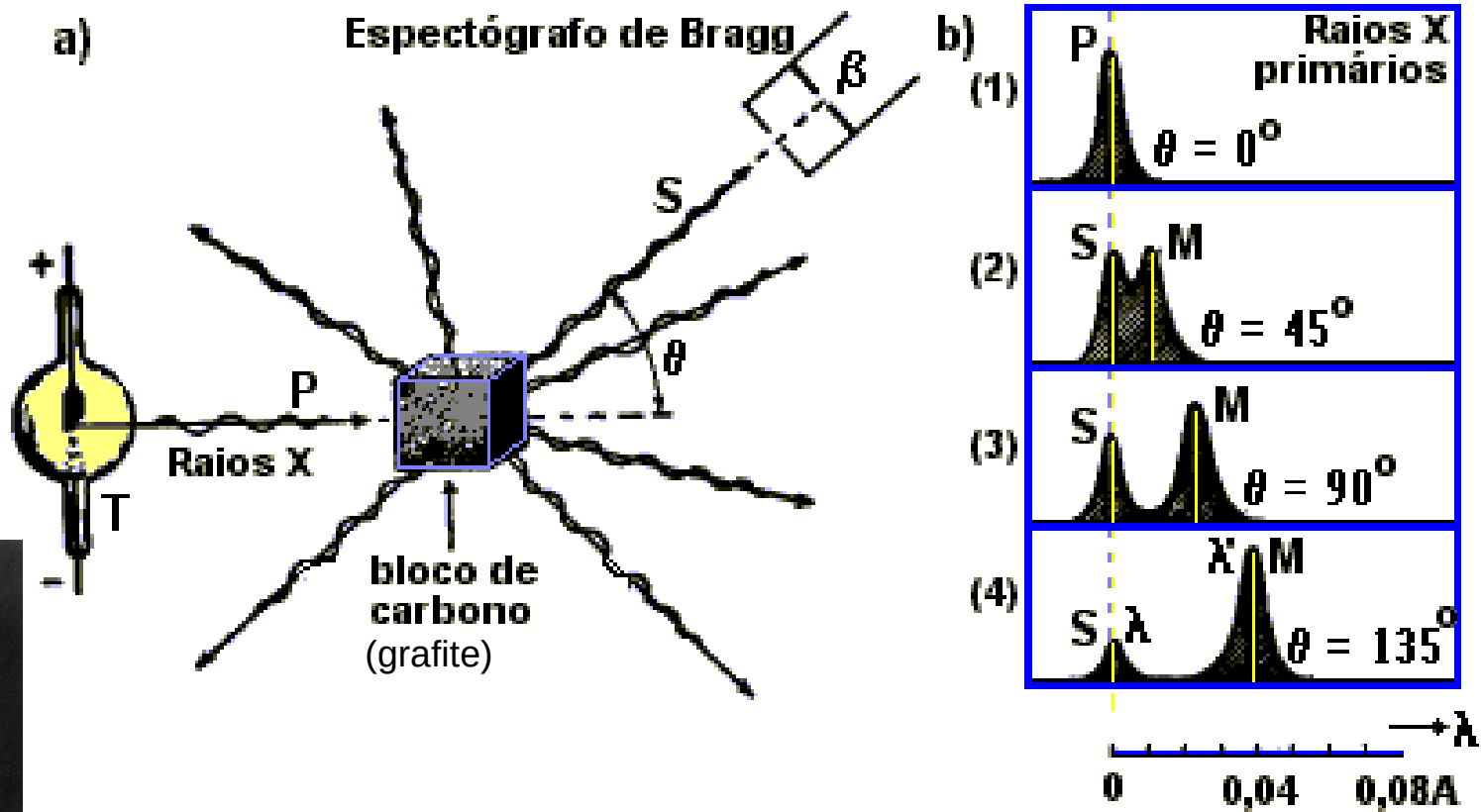
Obviamente, a **luz** tem propriedades de **partículas** também.

 Einstein ganhou o prêmio Nobel de física para esta explicação do efeito fotoelétrico.



# O Efeito Compton

1923: Compton fez incidir um feixe de **raios X** num bloco de carbono e mediu o **ângulo de espalhamento** e o **comprimento de onda** da radiação espalhada pelo carbono.



Arthur Holly Compton (1892-1962)

# O Efeito Compton

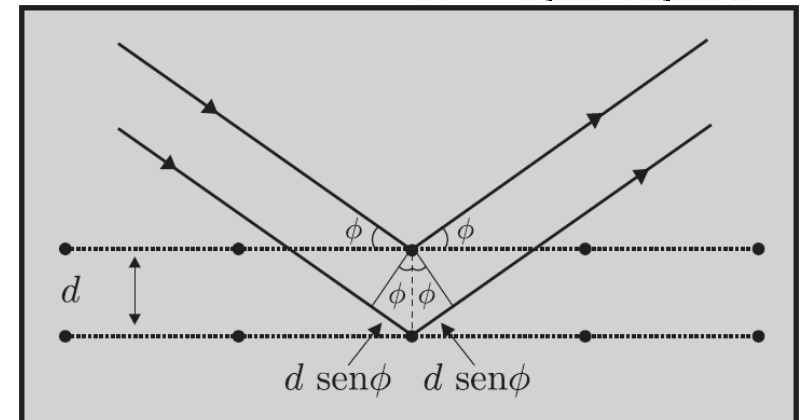
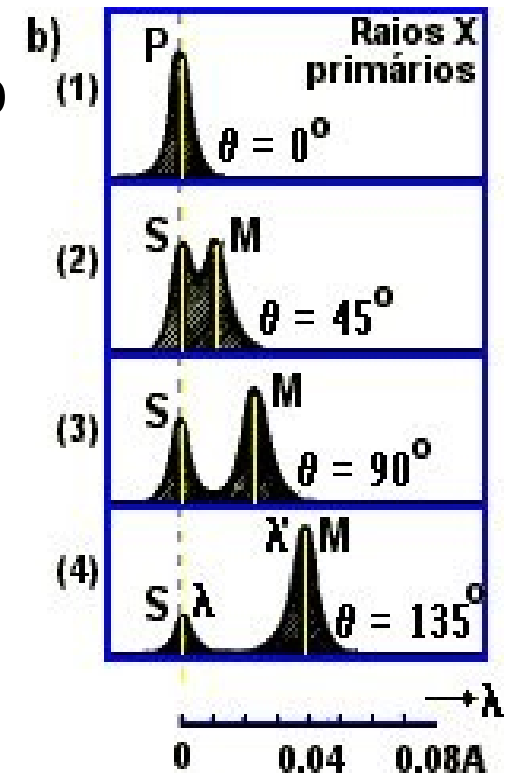
1º resultado: **Parte** dos raios X passa pelo bloco de carbono **sem** ser **espalhado** (os raios X primários), o resto é espalhado apenas em **certas direções** (por certos ângulos).

=> **Difração**

Fenômeno esperado se raios X são **ondas**:  
É a **interferência** da radiação espalhada pelos átomos das diferentes **camadas** do **crystal**, ocorre quando o comprimento de onda da luz incidente é da mesma ordem de tamanho do alvo, neste caso da **estrutura cristalina** do carbono.

Lei de Bragg:

$$2d \sin \varphi = n\lambda$$

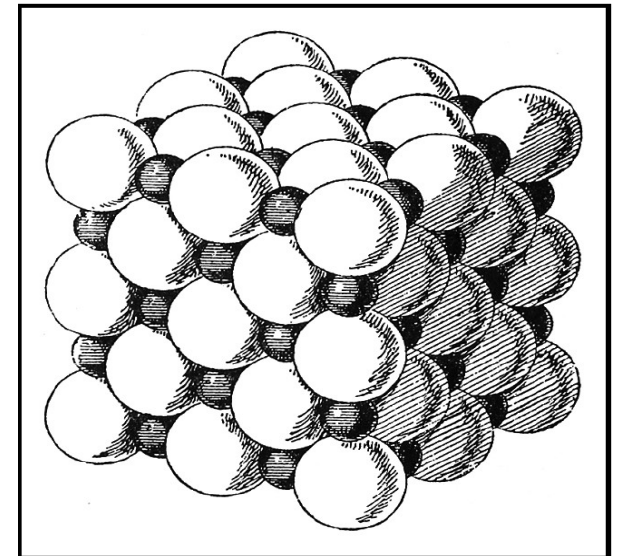
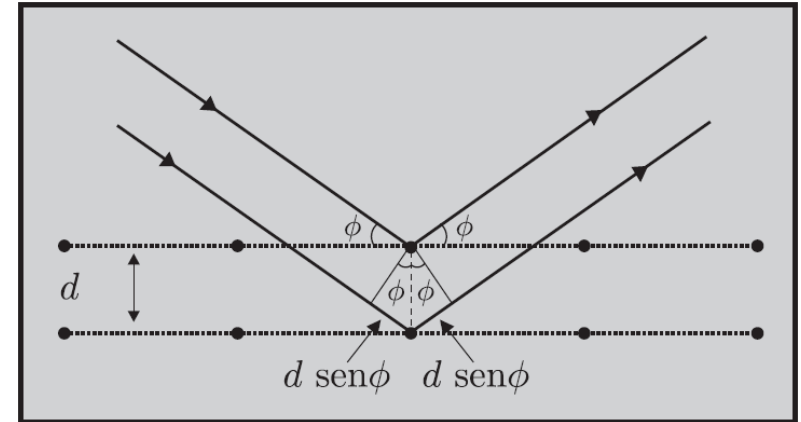


# O Efeito Compton

Raios X:  $\lambda \sim 10^{-9}$  cm, **estrutura cristalina** tem dimensões da ordem de  $10^{-8}$  cm.

Pelo espectro de ângulos de espalhamento pode-se determinar a estrutura cristalina do carbono.

Tudo bem, **raios X** são **ondas**, como já sabíamos.



# O Efeito Compton

Tudo bem?

**Não** tudo, ainda há um segundo resultado do experimento de Compton:

Os **comprimentos de onda** dos **raios espalhados** são **maiores**, resp. as **frequências/energias** são **menores**, do que aqueles do **raio incidente** (e dos raios X primários)!

Quanto maior o ângulo de espalhamento, tanto maior é o comprimento de onda, e tanto menor a frequência.

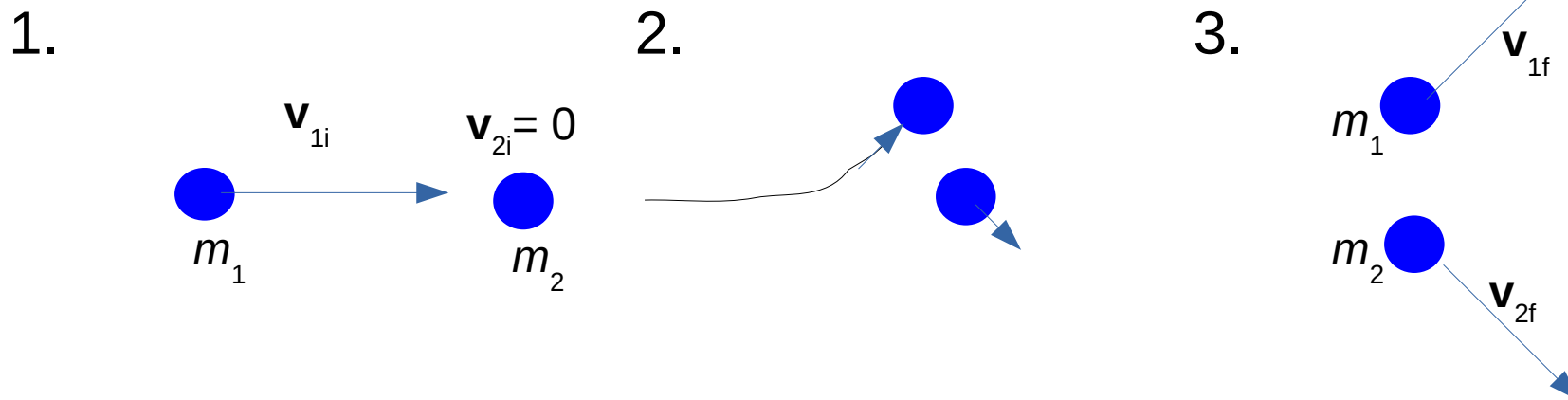
Isto **não** é esperado para **ondas** clássicas. Na teoria clássica, a onda incidente agita o material com a frequência  $\nu$ , e a radiação emitida teria a mesma frequência.

Obviamente, a frequência (ou **energia**) dos raios X é **reduzida** quando eles são **espalhados**.

# O Efeito Compton

Como explicar isto?

Poderia ser algo parecido como o espalhamento de duas partículas:



Conservação de energia ( $E_{2i} = \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = 0$ ):

$$E_{1i} + 0 = E_{1f} + E_{2f} \Rightarrow E_{1f} = E_{1i} - E_{2f} < E_{1i}$$

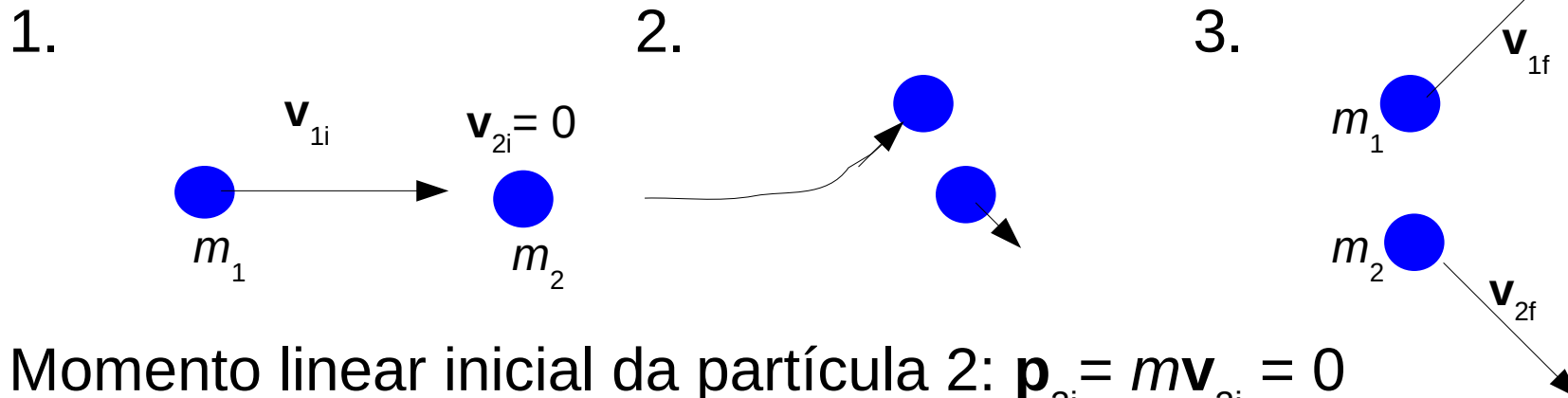
A partícula 1 perde energia cinética para a partícula 2 quando é espalhado por esta. A partícula 2 ganha energia  $\Rightarrow \mathbf{v}_{2f} \neq 0$ .

Análogo: No efeito Compton, os raios X perdem energia ( $h \cdot \nu$ ) para os elétrons do material quando são espalhados por estes. Isto só é possível, se os raios X consistem de partículas, ou fótons.

# O Efeito Compton

Como explicar isto?

Mas no espalhamento de partículas também há **conservação de momento linear!**



Momento linear inicial da partícula 2:  $\mathbf{p}_{2i} = m\mathbf{v}_{2i} = 0$

Momento linear final da partícula 2:  $\mathbf{p}_{2f} = m\mathbf{v}_{2f} \neq 0$

O momento linear da partícula 2 muda (aumenta).

=> **Momento linear é transferido** entre as partículas.

Análogo: No **efeito Compton**, **momento linear é transferido** entre os **fótons** e os **elétrons** do material.

# O Efeito Compton

Quanto é o momento linear de um fóton?

Teoria da relatividade:  $\mathbf{p} = E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda$  na direção da propagação do fóton/da onda (Não esqueçam que o momento linear é um vetor).

No efeito Compton, o elétron atinge velocidades perto daquela da luz => temos que usar os termos relativísticos para o seu momento linear e a sua energia (sem dedução):

$\mathbf{p} = \gamma m_e \mathbf{v}$ ,  $E_{\text{tot}} = \gamma m_e c^2 = \sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2}$ ,  $E_{\text{cin}} = E_{\text{tot}} - m_e c^2$ ,  
onde  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$  = fator de Lorentz,  $m_e$  = massa de elétron,  
 $m_e c^2$  = energia de repouso.

Para velocidades baixas,  $v \ll c$ , estas expressões se tornam as expressões newtonianas,  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ,  $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$ ;

Para partículas com massa zero, como o fóton, a fórmula se torna  $E = pc$ .

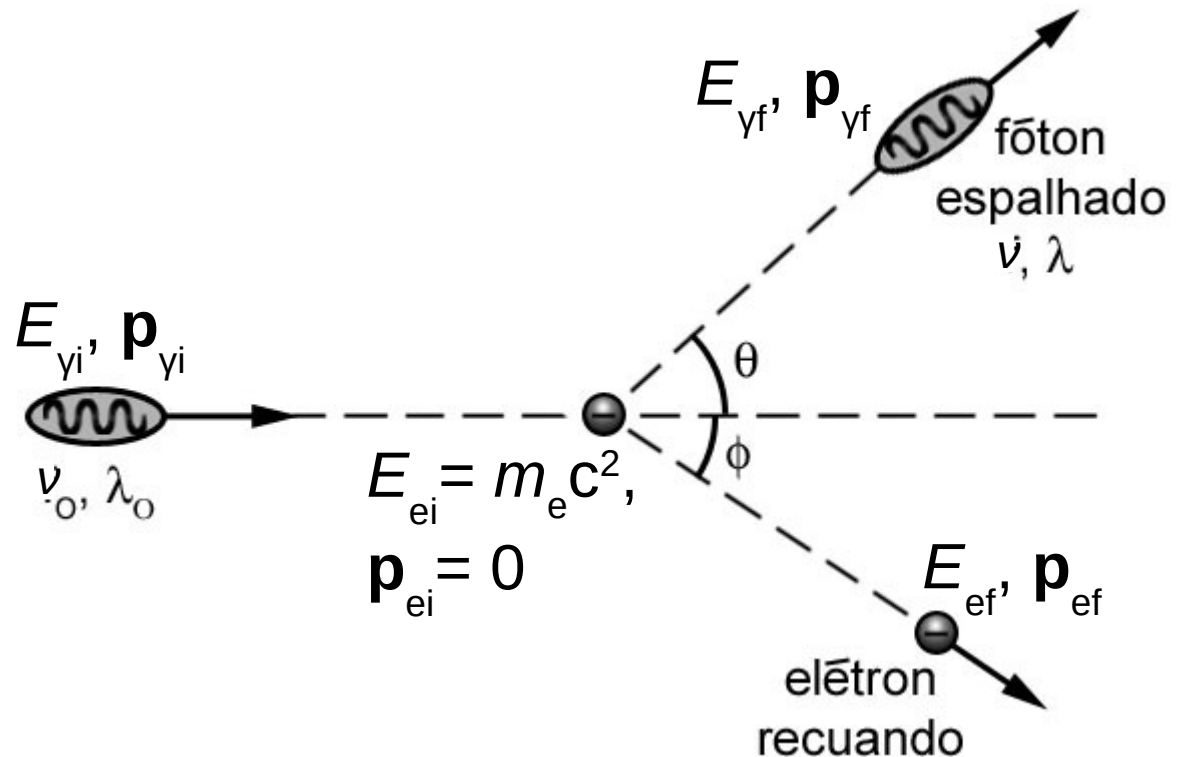
# O Efeito Compton

Usando estes termos para os **momentos lineares** e **energias** iniciais e finais do **fóton** e do **elétron**, e aplicando as **leis de conservação**:

$$E_{\gamma i} + E_{ei} = E_{\gamma f} + E_{ef}$$

$$\mathbf{p}_{\gamma i} + \mathbf{p}_{ei} = \mathbf{p}_{\gamma f} + \mathbf{p}_{ef}$$

pode se calcular a **variação** do **comprimento de onda** do **fóton** em função do **ângulo** de **espalhamento**  $\theta$ :





# O Efeito Compton

Conservação da energia:

$$p_{yi} c + m_e c^2 = p_{yf} c + \sqrt{(p_{ef} c)^2 + (m_e c^2)^2}$$

$$\Rightarrow (p_{yi} - p_{yf}) c + m_e c^2 = \sqrt{(p_{ef} c)^2 + (m_e c^2)^2} \quad | \cdot 2$$

$$\Rightarrow (p_{yi} - p_{yf})^2 c^2 + 2(p_{yi} - p_{yf}) m_e c^3 + (m_e c^2)^2 = p_{ef}^2 c^2 + (m_e c^2)^2$$

$$\Rightarrow (p_{yi} - p_{yf})^2 + 2(p_{yi} - p_{yf}) m_e c = p_{ef}^2$$

$$\Rightarrow p_{yi}^2 - 2p_{yi} p_{yf} + p_{yf}^2 + 2(p_{yi} - p_{yf}) m_e c = p_{ef}^2$$

$$\Rightarrow 2(p_{yi} - p_{yf}) m_e c - 2p_{yi} p_{yf} = p_{ef}^2 - p_{yi}^2 - p_{yf}^2$$

Conservação de  $\mathbf{p}$ :

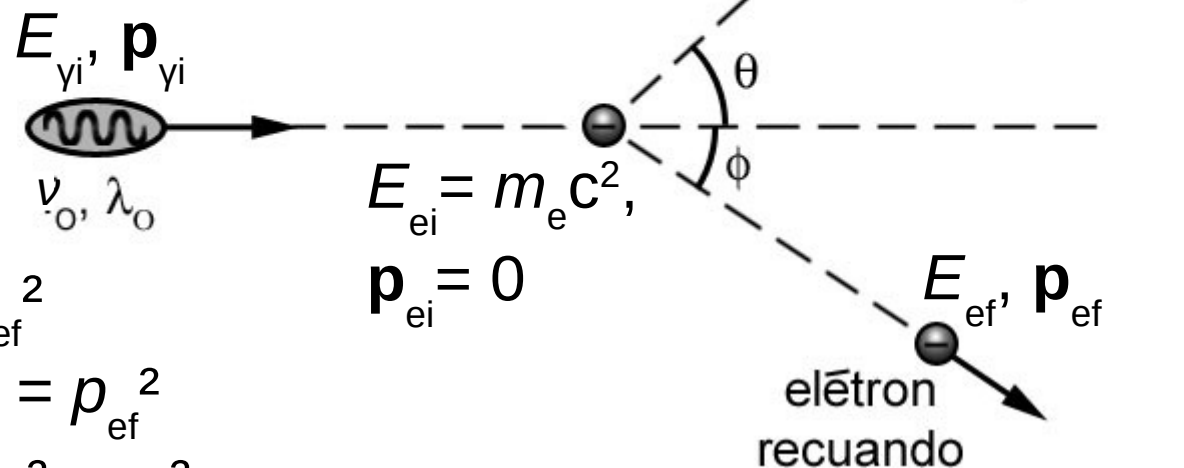
$$\mathbf{p}_{yi} + 0 = \mathbf{p}_{yf} + \mathbf{p}_{ef}$$

$$\Rightarrow \mathbf{p}_{yi} - \mathbf{p}_{yf} = \mathbf{p}_{ef} \quad | \cdot 2$$

$$\Rightarrow \mathbf{p}_{yi}^2 - 2\mathbf{p}_{yi} \cdot \mathbf{p}_{yf} + \mathbf{p}_{yf}^2 = \mathbf{p}_{ef}^2$$

$$\Rightarrow p_{yi}^2 - 2p_{yi} p_{yf} \cos\theta + p_{yf}^2 = p_{ef}^2$$

$$\Rightarrow -2p_{yi} p_{yf} \cos\theta = p_{ef}^2 - p_{yi}^2 - p_{yf}^2$$



# O Efeito Compton

Igualando as duas equações:

$$2(p_{\gamma i} - p_{\gamma f})m_e c - 2p_{\gamma i} p_{\gamma f} = -2p_{\gamma i} \cdot p_{\gamma f} \cos\theta$$

$$\Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f})m_e c = p_{\gamma i} p_{\gamma f} - p_{\gamma i} \cdot p_{\gamma f} \cos\theta = (1 - \cos\theta)p_{\gamma i} p_{\gamma f} \quad | \cdot h/m_e c p_{\gamma i} p_{\gamma f}$$

$$\Rightarrow (p_{\gamma i} - p_{\gamma f})h/p_{\gamma i} p_{\gamma f} = (1 - \cos\theta)h/m_e c \quad | \text{ usando } p = E/c = hv/c = h/\lambda$$

$$\Rightarrow (h/\lambda_{\gamma i} - h/\lambda_{\gamma f})h/(h^2/\lambda_{\gamma i} \lambda_{\gamma f}) = (1 - \cos\theta)h/m_e c$$

$$\text{Já que } \lambda_{\gamma i} = \lambda_0 \text{ e } \lambda_{\gamma f} = \lambda : (1/\lambda_0 - 1/\lambda)/(1/\lambda_0 \lambda) = (1 - \cos\theta)h/m_e c$$

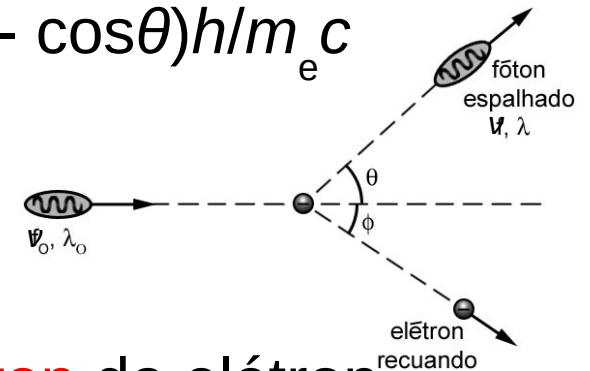
$$\Rightarrow \lambda - \lambda_0 = (1 - \cos\theta)h/m_e c, \text{ que é a}$$

**Equação de Compton:**  $\lambda - \lambda_0 = \lambda_c \cdot (1 - \cos \theta)$ ,

onde  $\lambda_c = h/(m_e c)$  **comprimento de onda Compton** do elétron,

o que bate com as medidas de Compton.

$\Rightarrow$  **Fótons** têm **momento linear** e podem trocá-lo com partículas ou outros fótons.



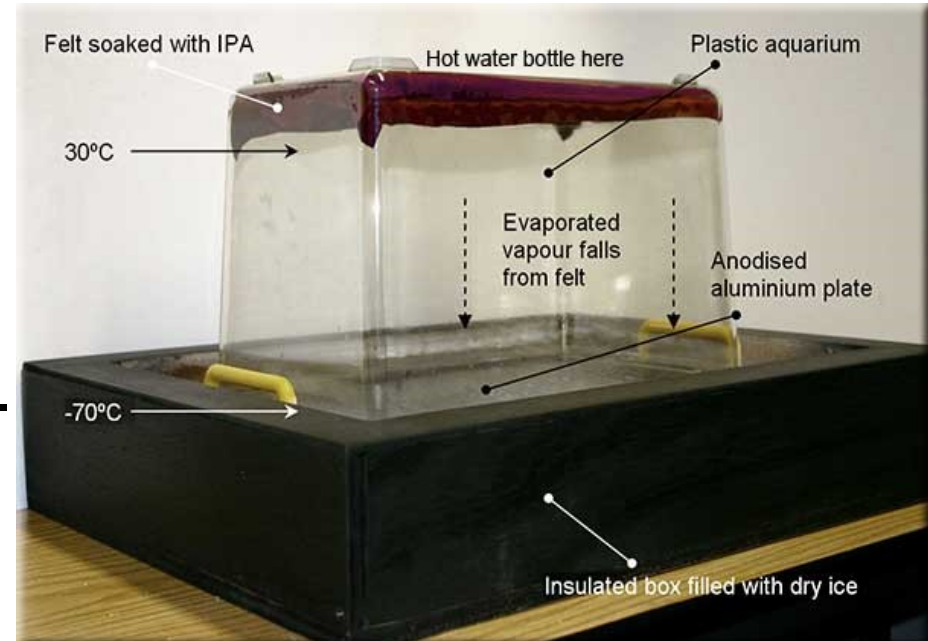
# O Efeito Compton

E os elétrons espalhados?

Com uma câmara de nuvens Wilson conseguiu verificar o **espalhamento** do **elétron**, de acordo com o efeito Compton

Essa explicação só faz sentido se considerarmos a **onda eletromagnética** como sendo uma **partícula (fóton)** com **energia cinética** ( $h \cdot \nu$ ) e **momento linear** ( $E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda$ ).

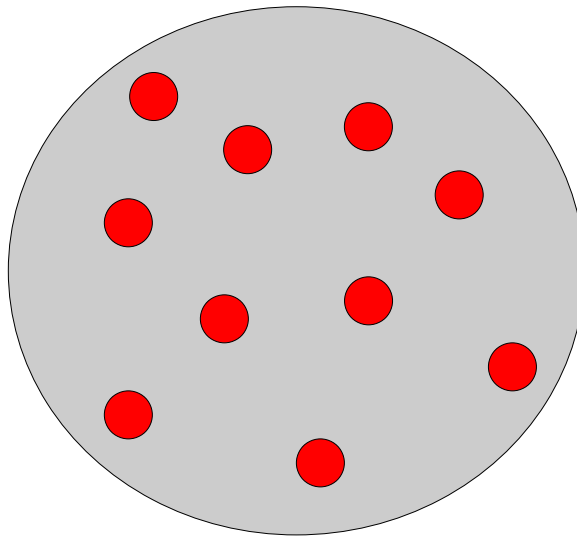
**Comprovação independente** do **postulado** de **Einstein**.



# O Átomo de Thomson

Modelo vigente depois que a descoberta do elétron e da sua massa inviabilizou o modelo da bola de bilhar do Dalton.

A **massa** dos **átomos** era muito **maior** do que a soma das **massas** dos seus **elétrons**.

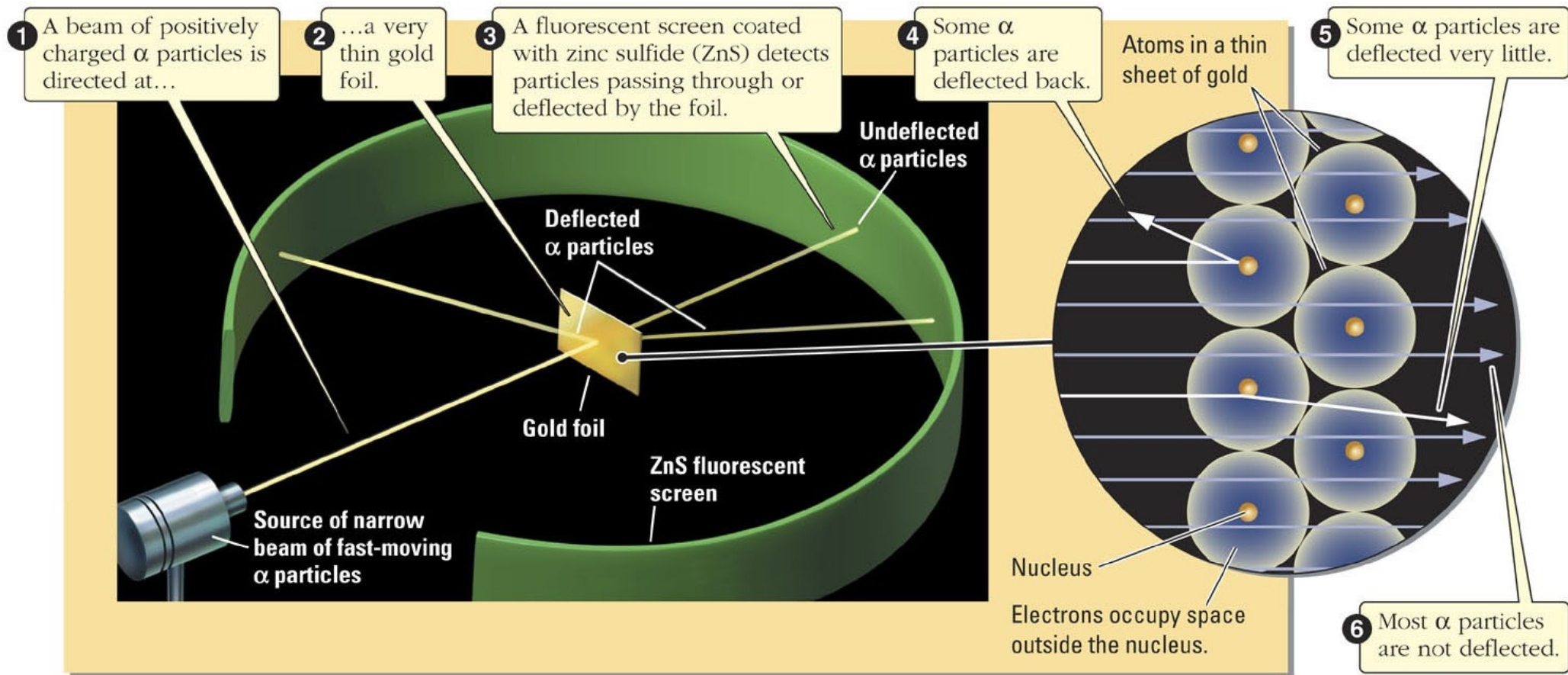


Uma **distribuição uniforme** dos **elétrons** no mar de massa e carga positiva garantia o **equilíbrio**.

=> Átomos {  
Elétrons (cargas negativas)  
Mar de massa e carga positiva

# O Experimento de Rutherford

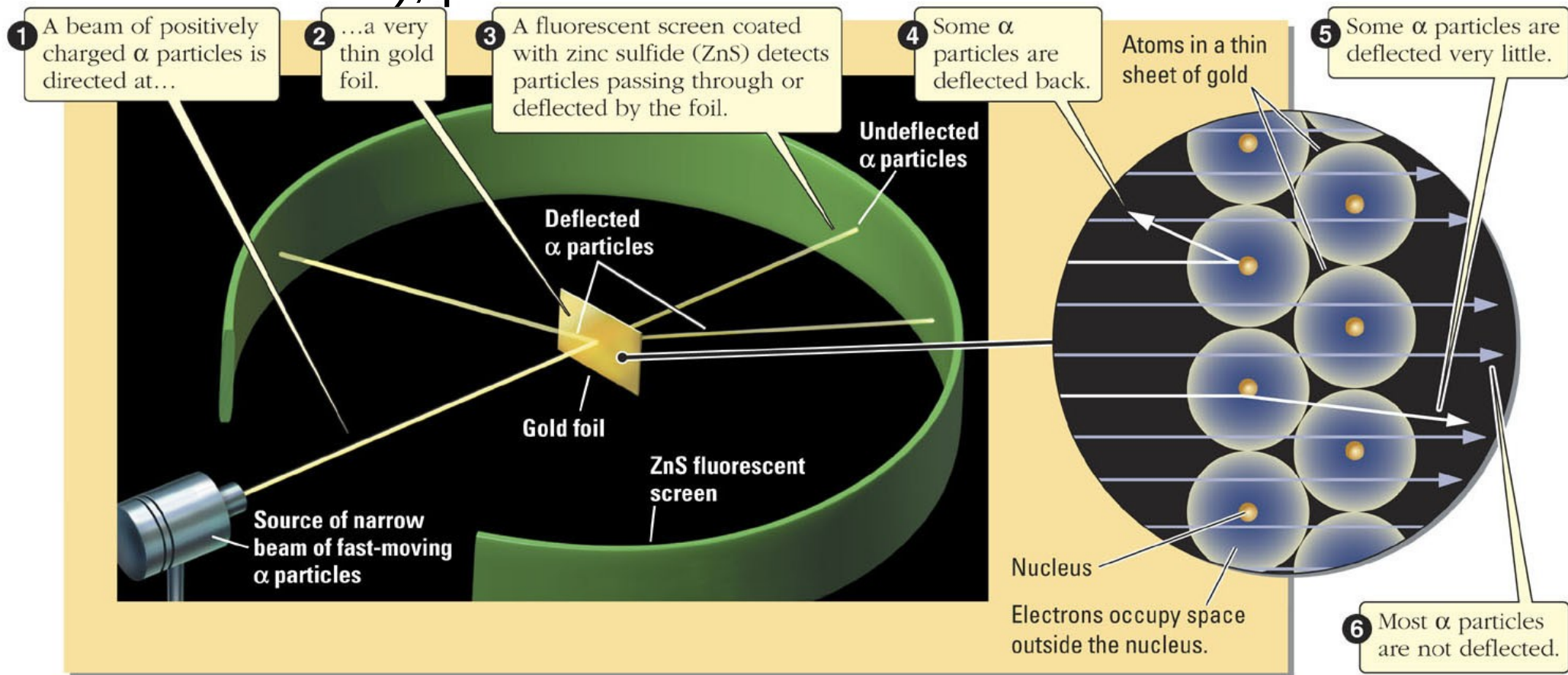
1908: O inglês Ernest Rutherford analisou a **distribuição** da **carga positiva** e da **massa** dentro dos **átomos**.





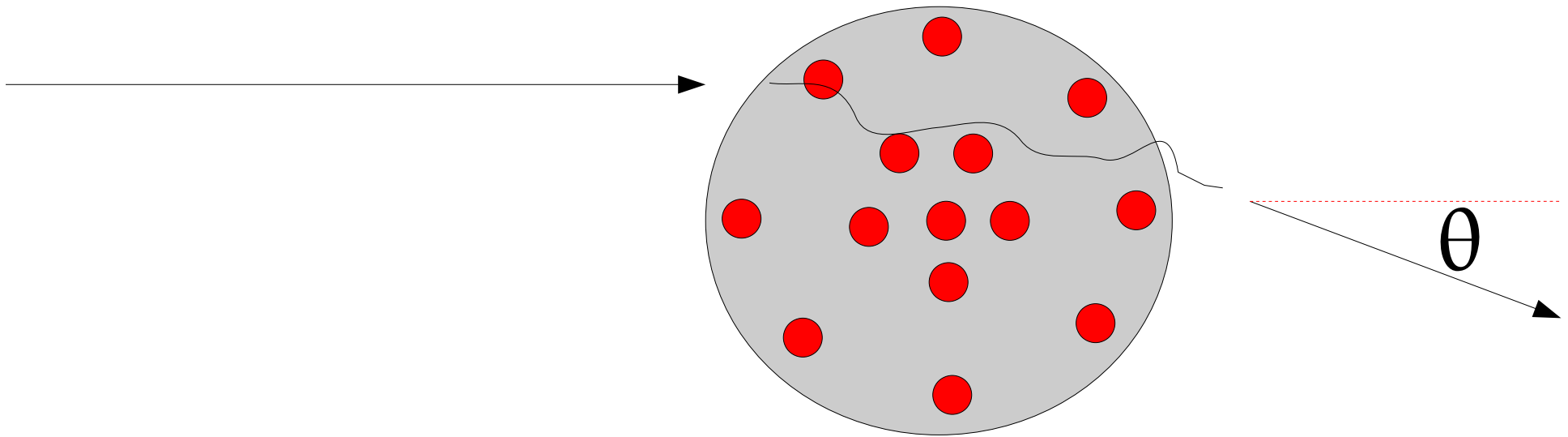
# O Experimento de Rutherford

Ele observou o **espalhamento** de **partículas  $\alpha$** , que basicamente são núcleos de átomos de He (dois prótons e dois nêutrons), pelos **átomos** de uma **folha fina** de ouro.



# O Experimento de Rutherford

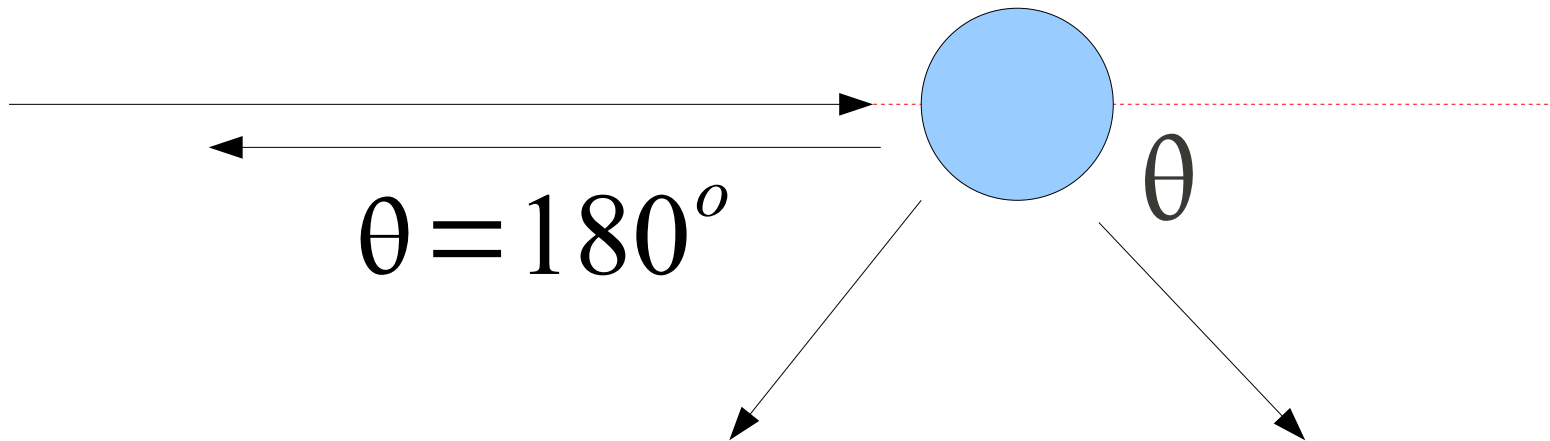
O que se **esperava**



**Espalhamento** das partículas  $\alpha$  por **pequenos ângulos**.

# O Experimento de Rutherford

O que se **obteve**



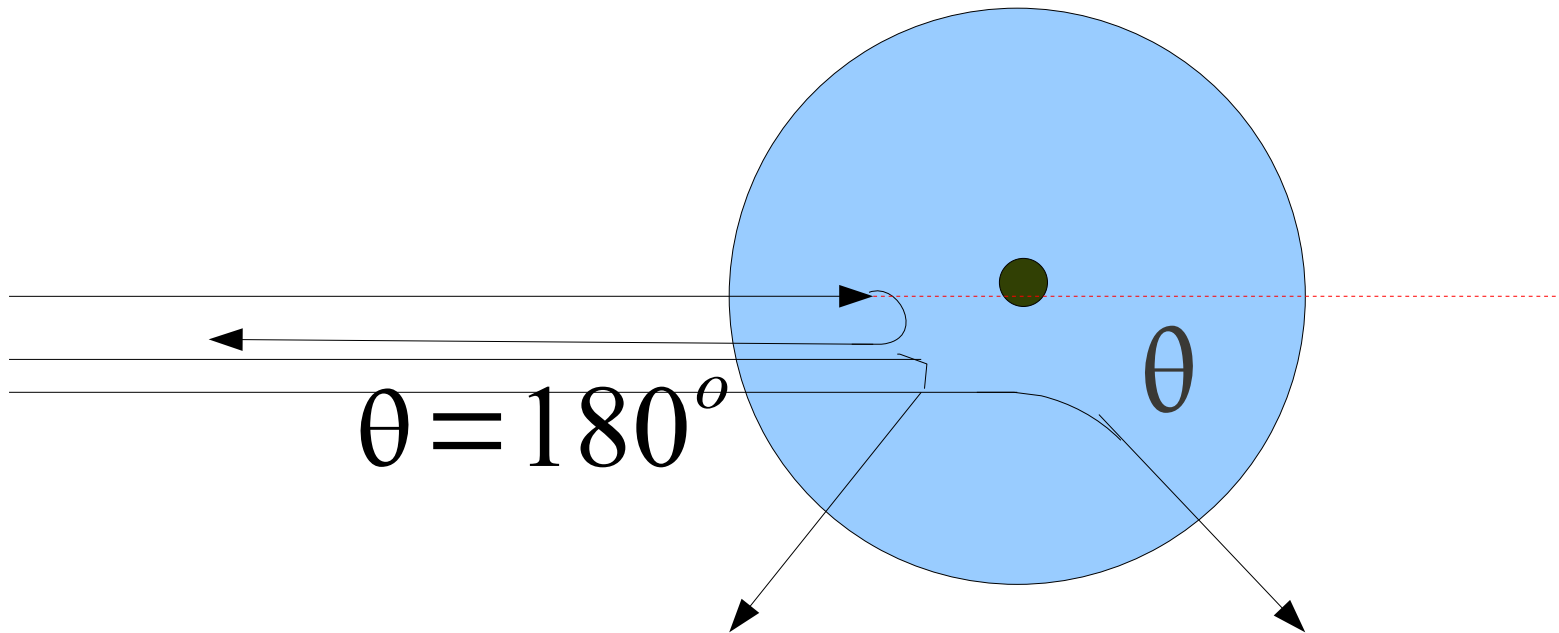
Espalhamento por **ângulos grandes**, até  $> 90^\circ$ .

Rutherford: “Foi o evento mais incrível da minha vida. Foi tão incrível quanto se você disparasse uma bala de canhão em um lenço de papel e ela voltasse para atingir você.”



# O Experimento de Rutherford

## A Explicação (mais de perto)



Toda a **massa** e **carga positiva** são concentradas num espaço muito pequeno, o **núcleo** do átomo.

# O Experimento de Rutherford

## A nova expectativa

Supondo uma **distribuição pontiforme** de **massa** e carga positiva pode se calcular o **número** de **partículas espalhadas** em função do **ângulo** de espalhamento  $\theta$ , ou seja a distribuição de ângulos de espalhamento:

$$\Delta N = \left( \frac{I_0 A_{ci} nt}{r^2} \right) \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2E_k} \right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4(\theta/2)}$$

O que foi **confirmado** no **experimento**.

=> A hipótese do **núcleo** deu certo, e este é tão **pequeno** que ele parece pontiforme para as partículas  $\alpha$ .

# O Experimento de Rutherford

## O Tamanho do núcleo

Quanto **maior** é a **energia cinética** (velocidade)  $\frac{1}{2}m_{\alpha}v^2$  das partículas  $\alpha$ , tanto mais fundo elas conseguem penetrar no campo elétrico do núcleo, ou seja, tanto **mais perto** do **núcleo** elas conseguem chegar.

As partículas  $\alpha$  que estão indo rumo **colisão frontal** chegam o **mais perto**.

Calculando a **distância**  $r_d$  do centro **do núcleo** com carga elétrica  $Q$ , até aquela estas chegam:

Chamando a carga das partículas  $\alpha$  de  $q_{\alpha} = +2e$

# O Experimento de Rutherford

## O Tamanho do núcleo

**Energia total** da partícula na distância  $r$  do núcleo:

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot,Coulomb}} = \frac{1}{2}m_{\alpha}v(r)^2 + q_{\alpha}Q / 4\pi\epsilon_0 r$$

No início ( $v(r) = v$ ,  $r \sim \infty$ ):  $E_{\text{tot,i}} = \frac{1}{2}m_{\alpha}v^2 + 0$

Chegando em  $r_d$  ( $v(r_d) = 0$ ):  $E_{\text{tot,f}} = 0 + q_{\alpha}Q / 4\pi\epsilon_0 r_d$

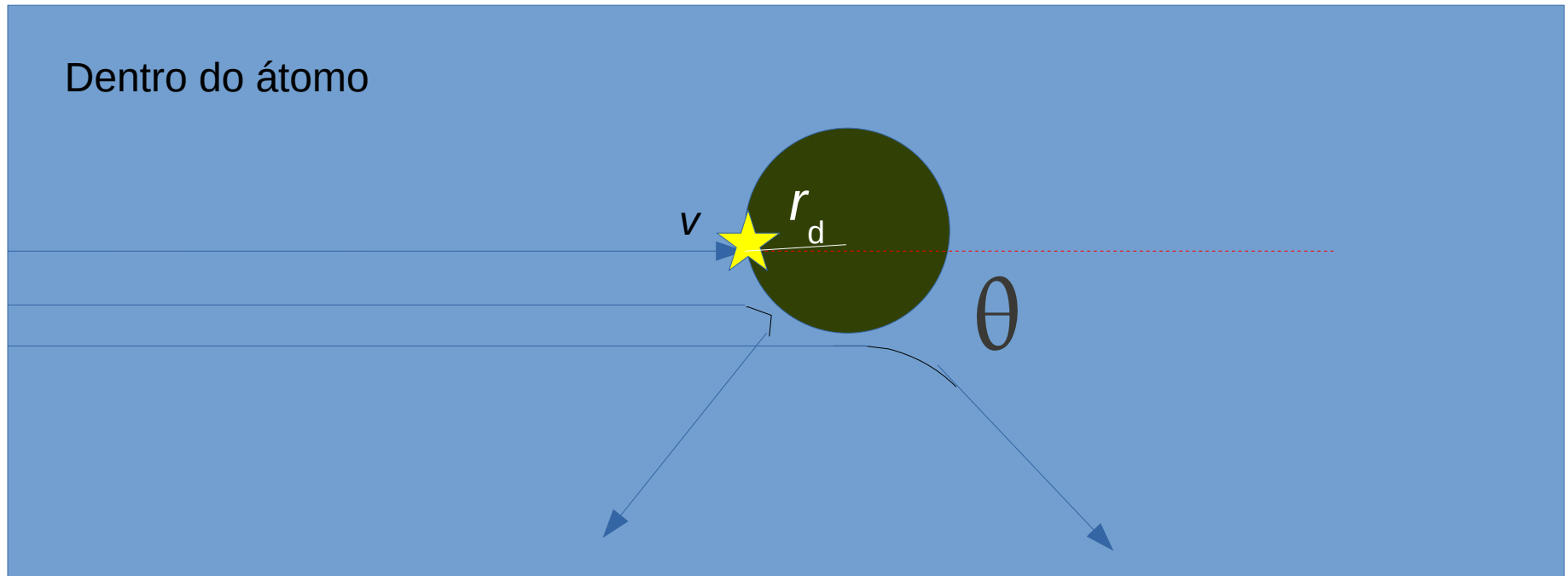
Conservação da energia:  $E_{\text{tot,i}} = E_{\text{tot,f}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_{\alpha}v^2 = q_{\alpha}Q / 4\pi\epsilon_0 r_d$$

$$\Rightarrow r_d = q_{\alpha}Q / 2\pi\epsilon_0 m_{\alpha}v^2$$

# O Experimento de Rutherford

## O Tamanho do núcleo (mais de perto ainda)

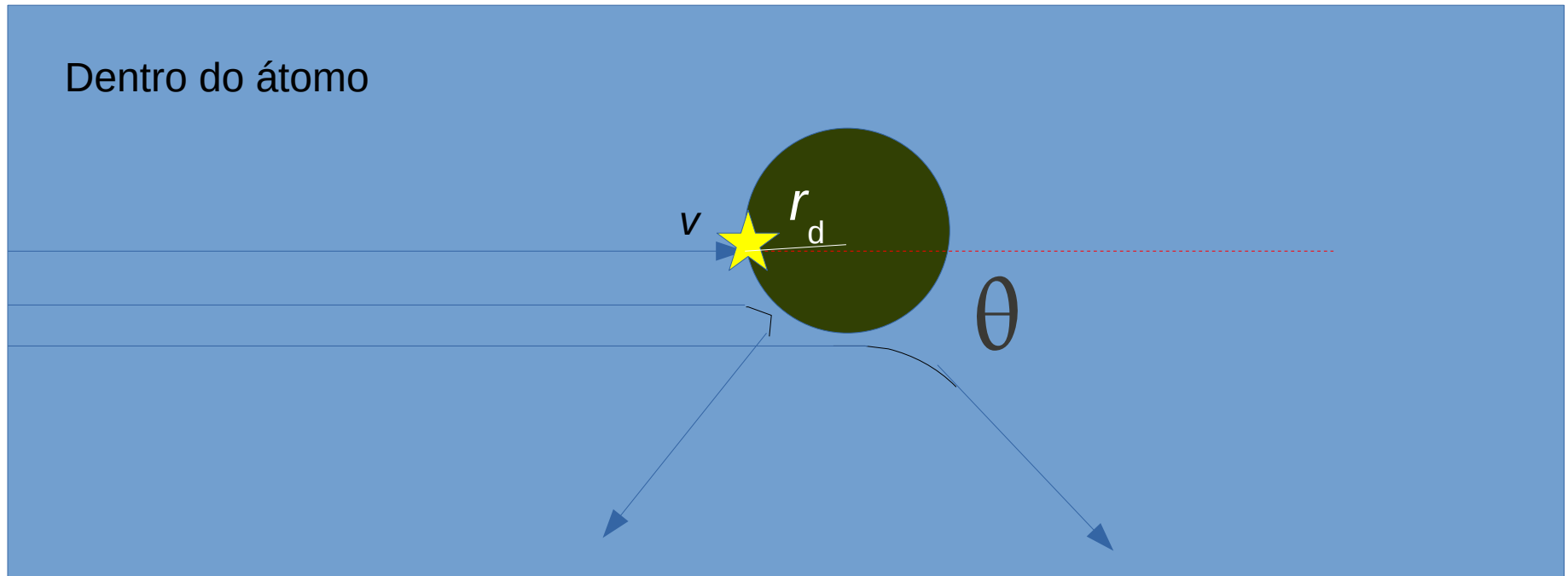


A partir de uma certa **velocidade**  $v$  das partículas  $\alpha$ , a distribuição de **ângulos** de **espalhamento** começa a **desviar** da **teoria**, começando pelos ângulos grandes.

=> Nesta velocidade, as partículas  $\alpha$  conseguem chegar até o núcleo e **bater** nele. => O  $r_d$  que corresponde a esta velocidade é o **raio do núcleo**.

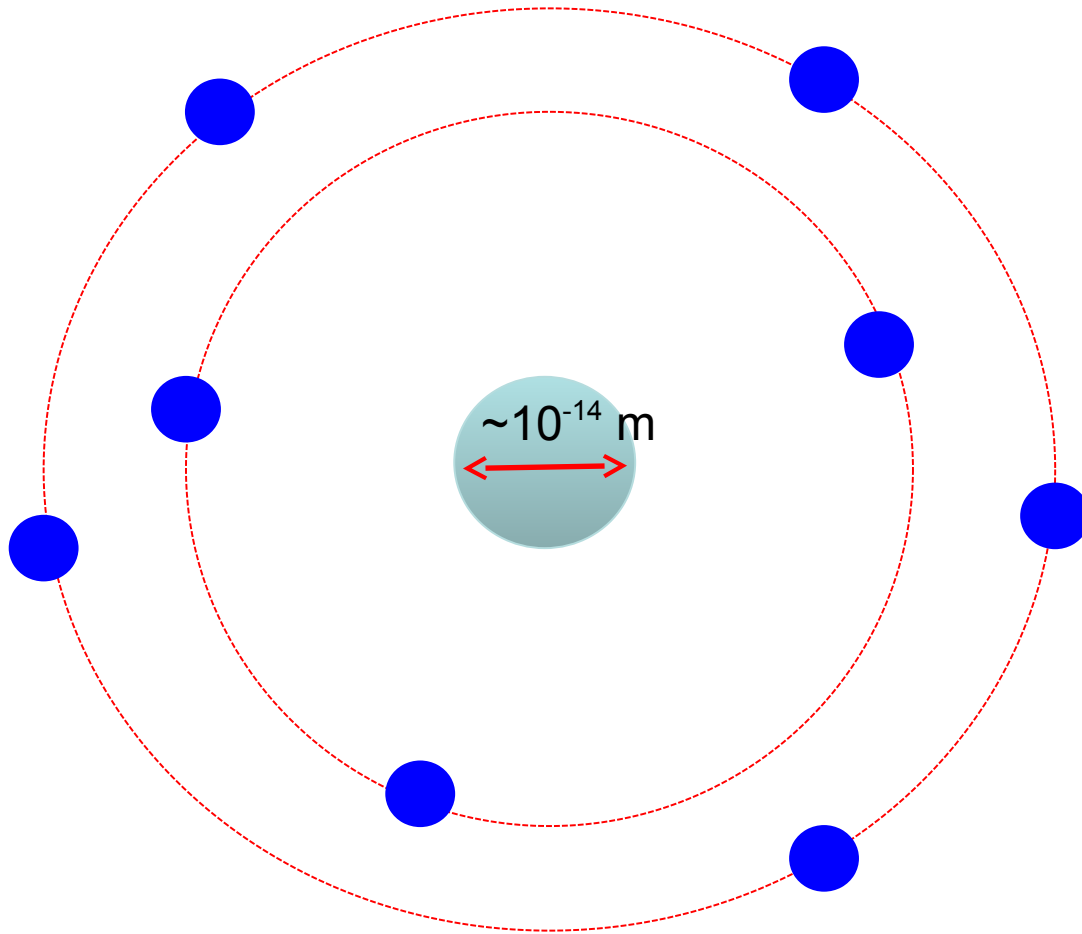
# O Experimento de Rutherford

## O Tamanho do núcleo (mais de perto ainda)



Rutherford encontrou, que o **tamanho** do núcleo é  $\sim 10^{-14}$  m, da ordem de cinco ordens de magnitude menor do que o átomo inteiro (“uma mosca no Maracanã”).

# O átomo de Rutherford



- **Núcleo** de carga  $+Ze$  rodeado por  $Z$  **elétrons** (modelo planetário).  $Z$  é chamado **número atômico** (H:  $Z = 1$ , He:  $Z = 2$ , etc.). O **número atômico** determina as **propriedades físicas** do átomo.
- Quase toda a massa é **concentrada** no **núcleo**
- Tamanho do núcleo  $\sim 10^{-14}$  m

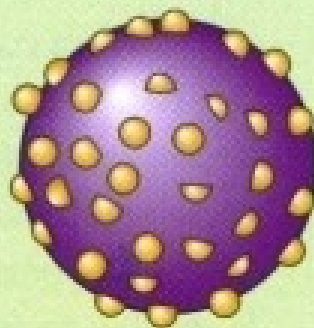
# Resumo: Os modelos atômicos

Dalton:  
"Bola de bilhar"



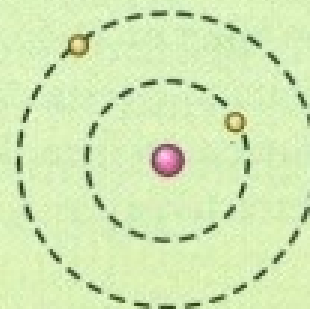
O átomo é uma esfera maciça, indivisível, neutra.

Thomson:  
"Pudim de passas"



O átomo é uma esfera maciça, positiva com elétrons encravados nela.

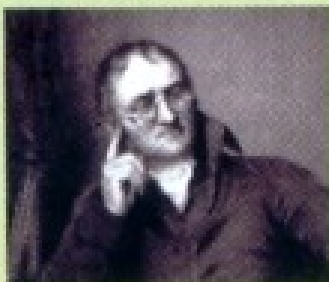
Rutherford:  
"Modelo planetário"



O átomo tem um núcleo positivo e muito pequeno ao redor do qual giram os elétrons.

Linha do tempo

1803



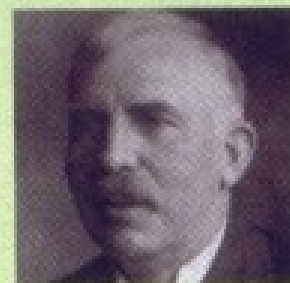
J. Dalton (1766-1844)

1897



J. J. Thomson (1856-1940)

1911



E. Rutherford (1871-1937)

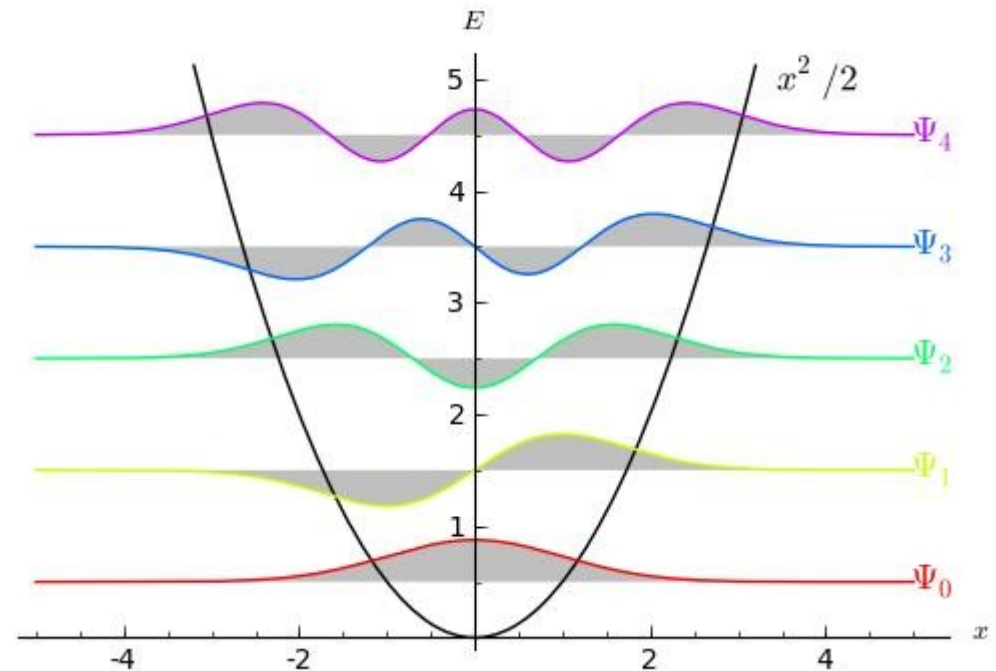


Física Quântica

FIM PARA HOJE



Universidade Federal do ABC



<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Quantica.html>