

## Lista de exercícios 1: Física Quântica 2014.3

### Radiação do corpo negro.

1. Em termos da frequência  $\nu$  a lei de Planck para a radiação do corpo negro é

$$\rho_T(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}.$$

Mostre que em termos do comprimento de onda  $\lambda$  a lei de Planck tem a seguinte forma

$$\rho_T(\lambda) = 8\pi hc \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1}.$$

Use que  $\lambda\nu = c$ , ou seja que  $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda$ .

2. A partir da lei de Planck,  $\rho_T(\lambda)$ , obtenha a lei de Wien  $\lambda_{max}T \approx 2,89777 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ , em que  $\lambda_{max}$  é o comprimento de onda no qual a distribuição espectral  $\rho_T(\lambda)$  é máxima. Use que  $x = 4,96536$  é uma solução aproximada da equação transcendental  $e^x = 5/(5-x)$ .
3. A temperatura de um corpo negro diminui de 800 K para 650 K. Determine como mudou o comprimento de onda que corresponde ao máximo de emissão do espectro de radiação deste corpo. **Resposta:** aumentou em 23%.
4. A radiância espectral  $R_T(\nu)$  está relacionada com a densidade  $\rho_T(\nu)$  da seguinte forma:  $R_T(\nu) = \frac{c}{4} \times \rho_T(\nu)$ . Calcule a radiância  $R_T = \int_0^\infty R_T(\nu) d\nu$  para mostrar a lei de Stefan-Boltzmann

$$R_T = \sigma T^4,$$

em que  $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}$ . Dica: você pode extrair fatores da integral e usar o resultado  $\int_0^\infty x^3/(e^x - 1) dx = \pi^4/15$ . Use os valores das constantes  $h$  e  $k_B$  para mostrar que  $\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ .

5. O máximo da distribuição espectral da potência irradiada por uma certa cavidade ocorre para o comprimento de onda de  $27,0 \mu\text{m}$  (na região do infravermelho). A temperatura da cavidade é aumentada até que a potência total irradiada se torne duas vezes maior. (a) Determine a nova temperatura da cavidade. (b) Determine a nova posição do máximo da distribuição espectral. **Resposta:** (a) 128 K; (b)  $23 \mu\text{m}$ .

### Fótons, efeito fotoelétrico, efeito Compton.

6. A temperatura de um filamento de lâmpada incandescente de 40 W é  $T = 3300 \text{ K}$ . Supondo que o filamento se comporte como um corpo negro, responda os seguintes itens: (a) determine a frequência  $\nu_{max}$  na qual a distribuição  $\rho_T(\nu)$  é máxima (para determinar essa frequência encontre o ponto de máximo de  $\rho_T(\nu)$  utilizando que  $x = 2,82144$  é uma solução aproximada da equação  $e^x = 3/(3-x)$ , o que deve fornecer o resultado  $\nu_{max}/T \approx 5,882 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ); (b) supondo que a frequência  $\nu_{max}$  seja uma boa aproximação para a frequência média dos fótons emitidos pela lâmpada, determine o número de fótons produzidos por segundo (use a relação  $E = h\nu$ , sendo  $E$  a energia do fóton associado à onda de frequência  $\nu$ ); (c) se um observador está olhando para a lâmpada a 5 m de distância, quantos fótons penetram por segundo em sua pupila? (O diâmetro da pupila humana é de aproximadamente  $5,0 \text{ mm}$ .) **Resposta:** (a)  $1,94 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ; (b)  $3,1 \times 10^{20} \text{ s}^{-1}$ ; (c)  $1,9 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ .
7. Considere uma estação de rádio que transmite na frequência de 1 MHz ( $10^6 \text{ Hz}$ ) e com uma potência emitida de 5 kW. (a) Calcule o comprimento de onda das ondas de rádio emitidas. (b) Calcule a energia correspondente dos fótons, em eV. (c) Quantos fótons são emitidos por segundo? **Resposta:** (a) 300 m; (b)  $4,1 \times 10^{-9} \text{ eV}$ ; (c)  $7,5 \times 10^{30}$ .
8. O molibdênio metálico tem de absorver radiação com a frequência mínima de  $1,09 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$  antes que ele emita um elétron de sua superfície via efeito fotoelétrico. (a) Qual é a energia mínima necessária para produzir esse efeito? (b) Qual comprimento de onda de radiação fornecerá um fóton com essa energia? (c) Se o molibdênio é irradiado com luz com comprimento de onda de 120 nm, qual seria a energia cinética máxima dos elétrons emitidos? **Resposta:** (a) 4,51 eV; (b) 275 nm; (c) 5,82 eV.

9. Numa experiência fotoelétrica na qual se usa luz monocromática e um fotocátodo de sódio, é encontrado um potencial de corte de 1,85 V para  $\lambda_1 = 300$  nm, e de 0,82 V para  $\lambda_2 = 400$  nm. Determine com esses dados: (a) o valor da constante de Planck, (b) a função trabalho do sódio em eV, e (c) o comprimento de onda limite para o sódio. **Resposta:** (a)  $4,12 \times 10^{-15}$  eVs; (b) 2,27 eV; (c) 544 nm.
10. Um fóton de 200 MeV colide com um próton em repouso. Calcule a perda máxima de energia que o fóton pode sofrer. **Resposta:** 59,8 MeV.
11. Os fótons difratados pelos elétrons de uma amostra de carbono apresentam uma variação de comprimento de onda de 0,4 pm (1 pm =  $10^{-12}$ m). Determine o ângulo de difração. **Resposta:** 33,3°.
12. Um aparelho de raio X funciona com uma tensão de 95 kV para aceleração dos elétrons emitidos por um cátodo. Suponha que os elétrons são emitidos com energia cinética inicial desprezível. Determine o comprimento de onda mínimo dos raios X produzidos por esse aparelho. Justifique sua resposta explicando como se dá a produção de raios X. **Resposta:** 0,13Å

### Espéctros atômicos, modelo de Bohr, dualidade onda particula.

13. O comprimento de onda de uma certa linha da série de Balmer é 434,2 nm. A que transição corresponde essa linha? **Resposta:** de  $n = 5$  para  $n = 2$
14. Um átomo de hélio uma vez ionizado,  $\text{He}^+$ , tem um espéctro análogo ao do hidrogênio, mas seu núcleo tem o dobro da carga do de hidrogênio. (a) desenvolva a teoria de Bohr para o  $\text{He}^+$ , calculando os níveis de energia  $E_n$  em função das constantes físicas  $e$ ,  $m_e$ ,  $c$ ,  $h$ ,  $\epsilon_0$ . (b) Qual é a previsão para a energia do fóton emitido numa transição de  $n = 2$  para  $n = 1$ . (c) Calcule a energia de ionização do  $\text{He}^+$ . (d) Obtenha uma estimativa da distância entre o núcleo e o elétron desse átomo calculando o raio da primeira órbita de Bohr. **Resposta:** (a)  $E_n = -2m_e \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \right)^2 \frac{1}{n^2}$ ; (b) 40,8 eV; (c) 54,4 eV; (d) 0,264 Å
15. (a) Calcule a energia de um elétron na órbita  $n = 1$  do tungstênio, tomando  $Z - 1$  como carga efetiva do núcleo. (b) O valor experimental dessa energia é 69,5 keV. Suponha que a carga nuclear efetiva é  $(Z - \sigma)$ , onde  $\sigma$  é a chamada *constante de blindagem*, e calcule o valor de  $\sigma$  a partir do resultado experimental. **Resposta:** (a) 72,4 keV; (b) 2,5.
16. Determine o menor potencial que deve ser aplicado entre o catodo e o alvo em um tubo de raios X para se observar: (a) a linha  $K_\alpha$  do molibdênio; (b) a linha  $K_\alpha$  do cobre e (c) a linha  $L_\alpha$  do cobre. **Resposta:** a) 17,15 kV; b) 8 kV; c) 0,88 kV.
17. (a) Determine a energia, o momento e o comprimento de onda de um fóton emitido por um átomo de hidrogênio quando o elétron faz uma transição direta do estado  $n = 4$  para o estado fundamental ( $n = 1$ ). (b) Obtenha a velocidade de recuo do átomo neste processo. **Resposta:** a) 12,75 eV;  $6,8 \times 10^{-27}$  kg m/s ; 97,25 nm; b) 4,07 m/s
18. (a) Qual o comprimento de onda de Broglie para uma bola de massa  $m = 0,4$  kg se movimentando com uma velocidade de 5,0 m/s? (b) E para um objeto muito pequeno, porém macroscópico de massa  $3,0 \times 10^{-9}$  g (a massa do elétron é de  $9 \times 10^{-29}$  g!) que se move com a velocidade  $10^{-3}$  m/s? Com base nesses resultados, explique porque não observamos efeitos de difração e interferência para tais objetos utilizando fendas. (c) Qual o comprimento de onda de Broglie para um elétron com energia cinética de 50 eV? Compare com os resultados anteriores. **Resposta:** (a)  $3,31 \times 10^{-34}$  m; (b)  $2,21 \times 10^{-19}$  m; (c) 0,17 nm
19. Num aparelho de televisão os elétrons são acelerados por um potencial de 20 kV. Qual é o comprimento de onda de Broglie desses elétrons? **Resposta:** 0,0087 nm.
20. Para uma partícula cuja energia cinética é muito maior do que sua energia de repouso, vale a aproximação  $E = pc$ . Calcule o comprimento de onda de Broglie de um elétron de 200 MeV de energia usando essa aproximação. **Resposta:**  $0,62 \times 10^{-5}$  nm