Lista de problemas 1: Física Quântica 2016.3

Radiação do corpo negro.

1. A temperatura de sua pele é de aproximadamente 35 °C.
a) Considerando que a pele seja um corpo negro, qual é o comprimento de onda corresponde ao pico de emissão de radiação?
b) Considerando uma área superficial total de 2 m^2, qual é a potencia total emitida por sua pele?
c) Baseado em sua resposta ao item anterior, por que você não brilha tão intensamente quanto uma lâmpada incandescente?
Respostas: a) 9,42 micrometros; b) 1 kW.

2. Considere uma cavidade, mantida à temperatura de 2000 K, com um pequeno orifício através do qual a radiação eletromagnética em seu interior pode escapar. Em qual comprimento de onda a cavidade irradia com maior intesidade? **Resposta:** 1449 nm.

3. Considere que o Sol é um corpo negro de temperatura 5700 K. O diâmetro do Sol é aproximadamente $1,4 \times 10^9$m e sua massa é $2,0 \times 10^{30}$Kg:
a) Use a Lei de Stefan para calcular a energia total radiada pelo Sol em um ano.
b) A fonte de energia solar são fusões termonucleares. Utilizando a expressão $E = mc^2$, calcule a massa transformada por segundo em radiação pelo Sol.
c) Qual a fração da massa do Sol perdida a cada ano no processo de fusão?
Resposta: a) $1,2 \times 10^{34}$ J; b) $4,1 \times 10^9$kg; c) $6,5 \times 10^{-14}$

4. O máximo da distribuição espectral da potência irradiada por uma certa cavidade ocorre para o comprimento de onda de $24,0\,\mu$m (na região do infravermelho). A temperatura da cavidade é aumentada até que a potência total irradiada se torne duas vezes maior. (a) Determine a nova temperatura da cavidade. (b) Determine a nova posição do máximo da distribuição espectral. **Resposta:** (a) $143,6\,$K; (b) $20,2\,\mu$m.

5. A temperatura de um corpo negro diminui de 800 K para 650 K. Determine o quanto mudou o comprimento de onda que corresponde ao máximo de emissão do espectro de radiação deste corpo. **Resposta:** aumentou em 23%.

6. A radiância espectral $R_T\left(\nu\right)$ está relacionada com a densidade $\rho_T\left(\nu\right)$ da seguinte forma: $R_T\left(\nu\right) = \frac{c}{4} \times \rho_T\left(\nu\right)$. Calcule a radiância $R_T = \int_0^\infty R_T\left(\nu\right) d\nu$ para mostrar a lei de Stefan-Boltzmann

$$R_T = \sigma\, T^4,$$

em que $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2h^3}$. Dica: você pode extrair fatores da integral e usar o resultado $\int_0^\infty x^3/\left(e^x - 1\right) dx = \pi^4/15$. Use os valores das constantes h e k_B para mostrar que $\sigma = 5,6704 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$.

Fótons, efeito fotoelétrico, efeito Compton.

7. Uma estação de rádio transmite em uma frequência de 1 MHz (10^6Hz) com uma potência radiada total de 5000 W.

a)Qual o comprimento de onda da radiação?
b) Qual a energia de cada fóton individual sendo emitido?
c) Quantos fótons são emitidos por segundo?
d) A antena de um aparelho de rádio deve receber pelo menos 2 μW (2×10^{-6}W) de potência para conseguir funcionar corretamente. Qual o número mínimo de fótons a antena deve receber por segundo em uma frequência de 1 MHz?
e) Os resultados das partes c) e d) indicam que o fenômeno de transmissão e recepção de rádio deve considerar a radiação como ondas ou partículas? Justifique.**Resposta:** (a) 300 m; (b) E = $6,6.10^{-28}$J; (c) $7,5 \times 10^{30}$ fotons/s; d)3×10^{21} fotons/s;

8. O molibdênio metálico tem de absorver radiação com a frequência mínima de $1,09 \times 10^{15}\mathrm{s}^{-1}$ antes que ele emita um elétron de sua superfície via efeito fotoelétrico. (a) Qual é a energia mínima necessária para produzir esse efeito? (b) Qual comprimento de onda de radiação fornecerá um fóton com essa energia? (c) Se o molibdênio é

irradiado com luz com comprimento de onda de 120 nm, qual seria a energia cinética máxima dos elétrons emitidos? **Resposta:** (a) 4,51 eV; (b) 275 nm; (c) 5,82 eV.

9. Ilumina-se uma superfície de alumínio com luz de comprimento de onda 2000 $\overset{o}{A}$ ($\overset{o}{A} = 10^{-10} m$). No alumínio são necessários 4,2 eV para remover um elétron.
a) Qual a energia cinética do elétron mais rapido?
b) Qual a energia cinética elétron mais lento?
c) Qual o potencial de corte?
d) Qual a frequência de corte para o alumínio?
e) Se a intensidade da luz incidente for $2,0\,\mathrm{W/m^2}$, qual o número médio de fótons por unidade de tempo por unidade de área que atinge a superfície? **Resposta:** a) 2 eV b) 0 eV c) 2 V d) 10^{15} Hz e) $2 \times 10^{18}\ \frac{\text{fótons}}{m^2 s}$

10. O potencial de corte para foto-elétrons emitidos por uma superfície iluminada por luz com λ =4910 $\overset{o}{A}$ é 0,71 V . Quando o comprimento de luz é mudado para λ_1, o potencial de corte passa a ser 1,43 V . Qual o valor de λ_1? **Resposta:** λ_1 =3821 $\overset{o}{A}$

11. Um aparelho de raio X funciona com uma tensão de 95 kV para aceleração dos elétrons emitidos por um cátodo. Suponha que os elétrons são emitidos com energia cinética inicial desprezível. Determine o comprimento de onda mínimo dos raios X produzidos por esse aparelho. Justifique sua resposta explicando como se dá a produção de raios X. **Resposta:** $0,13\overset{o}{A}$

12. Fótons com $\lambda = 0.024\overset{o}{A}$ incidem sobre elétrons livres: a)Encontre o comprimento de onda de um fóton espalhado a 30^o em relação à direção de incidência e também a energia cinética transferida ao elétron.b)Faça o mesmo para a direção 120^o . **Resposta:** a) λ =0,0272 $\overset{o}{A}$ e E = 61,6 keV b) λ =0,0604 $\overset{o}{A}$ e E = 312 keV

13. Raios-X de comprimento de onda 0.25 nm realizam espalhamento Compton com elétrons, que podem ser considerados no estado inicial de repouso, em uma folha metática. Para o feixe observado de raios-X espalhados a um ângulo de 60.0^o em relação ao feixe incidedente determine:
a) O comprimento de onda dos raios-X espalhados.
b) A energia dos raios-X espalhados.
c) A energia cinética dos elétrons espalhados.
d) A direção de propagação dos elétrons espalhados.
Respostas: a) 0.2512 nm; b) 4936 eV; c) 24 eV; d) 59.7^o.

Espectros atômicos, modelo de Bohr, dualidade onda particula.

14. Usando o modelo de Bohr:
a) Mostre que a frequência de revolução de um elétron no átomo de hidrogênio é dada por $\nu = 2|E|/hn$, onde E é a energia total do elétron no orbital n.

b) Calcule a velocidade do elétron para $n = 1$ e mostre que ela pode ser escrita como

$$v = \alpha c, \text{ onde } \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c}$$

c) Calcule numericamente o valor de α. Podemos ignorar efeitos relativísticos no átomo de hidrogênio? Justifique.
d) Compare a força gravitacional entre um elétron e um próton no estado fundamental do átomo de hidrogênio ($n = 1$) com a força elétrica. Podemos desprezar a força gravitacional neste caso?

15. Um átomo de hélio uma vez ionizado, He^+, tem um espéctro análogo ao do hidrogênio, mas seu núcleo tem o dobro da carga do de hidrogênio. (a) desenvolva a teoria de Bohr para o He^+, calculando os níveis de energia E_n em função das constantes físicas e, m_e, c, h, ϵ_0. (b) Qual é a previsão para a energia do fóton emitido numa transição de $n = 2$ para $n = 1$. (c) Calcule a energia de ionização do He^+. (d) Obtenha uma estimativa da distância entre o núcleo é o elétron desse átomo calculando o raio da primeira órbita de Bohr. **Resposta:** (a) $E_n = -2m_e\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar}\right)^2\frac{1}{n^2}$; (b) 40,8 eV; (c) 54,4 eV; (d) $0,264\,\overset{o}{A}$

16. Qual o comprimento de onda mais curto que pode ser emitido pelo hélio uma vez ionizado? **Resposta:** 23 nm

17. A serie de Pfund resulta da emissão/absorção de fótons em transições do elétron no hidrogênio de (ou para) níveis mais altos para (ou do) nível $n = 5$. Quais são os comprimentos de onda mais curtos e mais longo dos fótons emitidos que correspondem à serie de Pfund? Algum deles é visível? **Respostas:** 2279 nm; 7460nm

18. a) Determine a energia, o momento e o comprimento de onda de um fóton emitido por um átomo de hidrogênio quando o elétron faz uma transição direta do estado $n = 4$ para o estado fundamental ($n = 1$). b) Obtenha a velocidade de recuo do átomo neste processo. **Resposta:** a) 12,75 eV; 6,8 $\times$ 10^{-27} kg m/s ; 97,25 nm; b) 4,07 m/s

19. Um critério aproximado para determinarmos quando a física clássica (newtoniana) pode ser usada é quando o comprimento de onda de de Broglie (λ) é muito menor que alguma dimensão típica (l) do seu experimento. Porém, quando $l \gtrsim \lambda$ devemos usar física quântica. Considere o elétron no primeiro nível de energia do átomo de hidrogênio.
a)Qual o comprimento de onda do elétron?
b) Qual a razão entre o comprimento de onda e o raio de sua órbita?
c) Baseado no resultado acima, devemos usar física quântica ou clássica para descrevermos o comportamento do elétron no átomo de hidrogênio?

20. Um nêutron possui uma energia cinética de 10 MeV. Que tamanho de objeto é necessário para observar efeitos de difração com nêutrons. Existe algo na natureza desse tamanho que pudesse servir como um alvo a fim de demonstrar a natureza ondulatória deste nêutron. **Resposta:** 9 fm

21. a) Qual o comprimento de onda de Broglie para uma bola de massa $m = 0,3$ kg se movimentando com uma velocidade de 5,0 m/s? b) E para um objeto muito pequeno, porém macroscópico de massa $2,0 \times 10^{-9}$ g (a massa do elétron é de 9×10^{-29} g!) que se move com a velocidade 10^{-3} m/s? Com base nesses resultados, explique porque não observamos efeitos de difração e interferência para tais objetos utilizando fendas. c) Qual o comprimento de onda de Broglie para um elétron com energia cinética de 50 eV? Compare com os resultados anteriores. **Resposta:** a) $4,41 \times 10^{-34}$ m; b) 3,31 $\times$ 10^{-19} m; c) 0,17 nm

22. Num aparelho de televisão os elétrons são acelerados por um potencial de 20 kV. Qual é o comprimento de onda de Broglie desses elétrons? Se o potencial for duplicado, qual será o novo comprimento de onda? **Resposta:** 0,0087 nm; 0,0061nm.

23. O postulado de quantização de Bohr para seu modelo atômico pode ser derivado da hipótese de de Broglie. Considere um elétron no átomo de hidrogênio em uma órbita circular com um raio r qualquer.
a)Calcule o momento do elétron em função de seu raio r. b)Calcule seu comprimento de onda (λ) em função de r.
c) Se o elétron for considerado como uma onda, esta onda deve estar localizada em sua órbita. Considere que o tamanho circular da órbita ($2\pi r$) seja igual à um múltiplo inteiro de λ. d) Calcule os valores possíveis de r. Este valor concorda com os valores possíveis obtidos utilizando-se os postulados de Bohr?

Princípio da incerteza.

24. Considere um elétron livre com energia 0,5 keV que terá sua posição e momento determinados no mesmo instante. Se a posição for determinada com uma precisão de 4 $\overset{o}{A}$, qual será a porcentagem de incerteza em seu momento? 1 eV $\approx 1,6 \times 10^{-19}$ J, $m \approx 9,1 \times 10^{-31}$ kg. **Resposta:** $1,1\,\%$

25. Os núcleos atômicos são também sistemas quânticos com níveis de energia discretos. Um estado excitado de um certo núcleo tem uma meia vida de $0,5 \times 10^{-9}$ s, aproximadamente. Considerando que este tempo é a incerteza Δt para a emissão de um fóton, use a relação $\Delta E\,\Delta t \geq \hbar/2$ para calcular a menor incerteza na frequência, $\Delta\nu$, do fóton emitido. Calcule a incerteza relativa, $\Delta\nu/\nu$, quando o comprimento de onda dos fótons emitidos é $\lambda = 0.01$ nm. **Respostas:** $1,6 \times 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$, e $5,3 \times 10^{-12}$.

Função de onda

26. Considere a função de onda:

$$\Psi(x,t) = Ae^{-ax^2}e^{-ibt}$$

onde $a = \frac{\sqrt{Cm}}{2\hbar}$ e $b = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{C}{m}}$.
a) Calcule a densidade de probabilidade, $|\Psi|^2$. Esta densidade depende do tempo? Onde esta densidade é máxima?

b) Calcule $|A|$ para que a probabilidade de encontrar a partícula em qualquer lugar do espaço seja 1. *Dica: Use* $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta x^2} dx = \sqrt{\pi/\beta}$

c) A função de onda acima **não** é uma solução da equação de Schroedinger para a partícula livre. Para qual potencial ($V(x)$) Ψ satisfaz a equação de Schroedinger?

27. Verifique que a função

$$\Psi(x,\, t) = \begin{cases} A\, sin\frac{4\pi x}{a}\, e^{-iEt/\hbar} & -a/2 \leq x \leq a/2 \\ 0 & x < -a/2 \; ou \; x > a/2 \end{cases}$$

é uma solução da equação de de Schrödinger na região $-a/2 \leq x \leq a/2$ para uma partícula que se move livremente, mas esta confinada nessa região. Determine a energia associada ao estado cuja a função de onda é $\Psi(x,t)$ acima. Encontre a constante de normalização A. **Resposta:** $E = \frac{8\pi^2\hbar^2}{m\, a^2}$; $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$