

Lista de Exercícios 1 Parametrização de curvas, coordenadas polares, cilíndricas e esféricas

Exercício 1. Parametrize as curvas abaixo e faça um esboço das respectivas curvas.

- a. $x^2 = y + 1$;
- b. $x^2 = 4 - y^2$;
- c. $x^2 = 4y - 2y^2$;
- d. $x^2 = y^2 + 1$;
- e. $y^2 - 8y = 6x - 16$;
- f. $y^2 + 2y = 4x^2 + 3$;
- g. $4x^2 + 4x + y^2 = 0$.

Exercício 2. Mostre que

$$x = \cosh t =: \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \quad y = \sinh t =: \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

parametriza a hipérbole $x^2 - y^2 = 1$.

Exercício 3. Encontre no plano cartesiano os pontos cujas coordenadas polares são dadas. A seguir, encontre as coordenadas cartesianas dos pontos.

- a. $(1, \pi)$;
- b. $(2, -2\pi/3)$;
- c. $(\sqrt{2}, 5\pi/4)$;
- d. $(1, 5\pi/2)$.

Exercício 4. Dadas as coordenadas cartesianas dos pontos, encontre as coordenadas polares (r, θ) com $r > 0$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

- a. $(2, -2)$;
- b. $(-1, \sqrt{3})$;
- c. $(3\sqrt{3}, 3)$;
- d. $(1, -2)$.

Exercício 5. Esboce a região no plano que consiste em pontos cujas coordenadas polares satisfazem as condições dadas.

- a. $1 \leq r \leq 2$;
- b. $0 \leq r < 2, \pi \leq \theta \leq 3\pi/2$;

Lista de Exercícios 1 Parametrização de curvas, coordenadas polares, cilíndricas e esféricas

c. $r \geq 0, \pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$;

d. $2 < r < 3, 5\pi/3 \leq \theta \leq 7\pi/3$.

Exercício 6. Encontre a distância entre os pontos com coordenadas polares $(2, \pi/3)$ e $(4, 2\pi/3)$.

Exercício 7. Encontre a equação cartesiana para a curva descrita pela equação polar dada.

a. $r = 2$;

b. $r \cos \theta = 2$;

c. $r = 2 \cos \theta$;

d. $\theta = \pi/3$.

Exercício 8. Encontre uma equação polar para a curva representada pelas equações cartesianas dadas.

a. $y = 2$;

b. $y = x$;

c. $4y^2 = x$;

d. $x^2 + y^2 = 2x$.

Exercício 9. Encontre as coordenadas cartesianas do ponto dado em coordenadas cilíndricas.

a. $(4, \pi/3, -2)$;

b. $(2, -\pi/2, 1)$;

c. $(\sqrt{2}, 3\pi/4, 2)$;

d. $(1, \pi, 1)$.

Exercício 10. Mude de coordenadas cartesianas para cilíndricas.

a. $(-1, 1, 1)$;

b. $(-2, 2\sqrt{3}, 3)$;

c. $(2\sqrt{3}, 2, -1)$;

d. $(4, -3, 2)$.

Exercício 11. Escreva a equação em coordenadas cilíndricas.

a. $x^2 - x + y^2 + z^2 = 1$;

Lista de Exercícios 1 Parametrização de curvas, coordenadas polares, cilíndricas e esféricas

b. $z = x^2 - y^2$.

Exercício 12. Encontre as coordenadas cartesianas do ponto dado em coordenadas esféricas.

a. $(6, \pi/3, \pi/6)$;

b. $(3, \pi/2, 3\pi/4)$;

c. $(2, \pi/2, \pi/2)$;

d. $(4, -\pi/4, \pi/3)$.

Exercício 13. Mude de coordenadas cartesianas para esféricas.

a. $(0, -2, 0)$;

b. $(-1, 1, -\sqrt{2})$;

c. $(1, 0, \sqrt{3})$;

d. $(\sqrt{3} - 1, 2\sqrt{3})$.

Exercício 14. Escreva a equação em coordenadas esféricas.

a. $z^2 = x^2 + y^2$;

b. $x^2 + z^2 = 9$.