ISSN 1984-820X
Anais do CNMAC v.3
PUBLICAÇÃO DA SBMAC
CNMAC2010
XXXIII CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

Formas Diferenciais e Aplicações

Igor L. Freire **Priscila L. da Silva***
Universidade Federal do ABC - Centro de Matemática, Computação e Cognição,
09210-170, Santo André, SP
E-mail: igor.freire@ufabc.edu.br, priscila.silva@ufabc.edu.br.

RESUMO

No século XIX Maxwell unificou fenômenos elétricos e magnéticos, além de ópticos. A síntese do trabalho de Maxwell são suas bem conhecidas equações da eletrodinâmica

$$\nabla\cdot \vec{D}= \rho, \tag{1}$$

$$\nabla\cdot \vec{B}= 0, \tag{2}$$

$$\nabla\times \vec{E} +\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \tag{3}$$

$$\nabla\times \vec{H} -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} =\vec{J}, \tag{4}$$

onde $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{E}$ e $\vec{H}$ denotam, respectivamente, os campos deslocamento elétrico, indução magnética, elétrico e magnético, ρ é a densidade de carga elétrica e $\vec{J}$ é a corrente livre.

Os campos $\vec{E}$, $\vec{D}$ e $\vec{B}$, $\vec{H}$ são relacionados por meio das relações constitutivas

$$\vec{D}= \varepsilon \vec{E}$$

e

$$\vec{H}= \mu \vec{B},$$

onde ε e μ denotam, respectivamente, a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do meio.

Além disso, temos a conhecida equação da continuidade, que correlaciona a corrente livre com a densidade de carga elétrica, dada por

$$\nabla\cdot \vec{J} +\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0. \tag{5}$$

O objetivo deste trabalho é usar métodos algébricos e geométricos no estudo do eletromagnetismo. Para isso fazemos uso da álgebra exterior, desenvolvida por Grassmann (veja [2]), bem como a formas diferenciais e o isomorfismo de Hodge (veja [3, 1]), a fim de construirmos o tensor de Faraday

$$F = E_1dx \wedge dt + E_2dy \wedge dt + E_3dz \wedge dt + B_1dy \wedge dz + B_2dz \wedge dx + B_3dx \wedge dy, \tag{6}$$

onde E_i, B_i, $1 \leq i \leq 3$, são as componentes dos campos elétrico e indução magnética, para então reduzir as equações (1) - (4) às seguintes:

$$dF = 0, \tag{7}$$

*bolsista de Iniciação Científica PIC/UFABC

ISSN 1984-820X
Anais do CNMAC
v.3
PUBLICAÇÃO DA SBMAC
CNMAC2010
XXXIII CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

$$d * F = *j, \tag{8}$$

onde j corresponde à quadricorrente $j = (\rho, \vec{J})$.

A equação (7) corresponde às equações de Maxwell homogêneas (2) e (3). Por sua vez, a equação (8) corresponde às equações não-homogêneas (1) e (4).

Palavras-chave: *Álgebra exterior, formas diferenciais, equações de Maxwell*

Referências

[1] I. L. Freire, "Aplicação de formas diferenciáveis à eletrodinâmica de meios anisotrópicos", dissertação de mestrado em matemática aplicada, IMECC-Unicamp, (2004).

[2] E. L. Lima, "Álgebra exterior", Coleção Matemática Universitária, 2005.

[3] M. Spivak, "Calculus on manifolds". New York: Benjamin, 1965.