

NOME:

RA:

BIS0003-15 - BASES MATEMÁTICAS

**Prova 1**

1. **(2 pts)** Há quatro pessoas numa festa. Cada uma delas recebe um cartão que informa a bebida que está tomando em uma das faces e a sua idade na outra.

Os cartões são dispostos sobre uma mesa, de modo que o que se vê é:

vinho	15	29	água
-------	----	----	------

Quais cartões devem ser virados para nos certificarmos de que a afirmação *se uma pessoa está consumindo bebida alcoólica, então ela tem pelo menos 18 anos* é verdadeira? Justifique sua resposta explicando, para cada um dos quatro cartões, por que é preciso ou não virá-lo.

2. Decida se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas, justificando sua resposta por meio de uma demonstração, exemplo ou contraexemplo.

(a) **(1 pt)**  $\forall n \in \mathbb{Z}$  ( $n$  é par se, e somente se,  $n^2$  é divisível por 4)

(b) **(0,5 pt)**  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} (x + y = 1)$

(c) **(0,5 pt)**  $\exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} (x + y = 1)$

3. **(1 pt)** Negue a seguinte afirmação:

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} [x < y \rightarrow (\exists z \in \mathbb{Q} x < z < y)]$$

**Lembrete:**  $x < z < y$  é uma abreviação para  $(x < z) \wedge (z < y)$ .

4. (a) **(1 pt)** Construa as tabelas-verdade de  $p \wedge (q \wedge r)$  e de  $(p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$ .

(b) **(0,5 pt)** Use o item anterior para concluir que

$$x \in A \text{ e } (x \notin B \text{ e } x \notin C) \Leftrightarrow (x \in A \text{ e } x \notin B) \text{ e } (x \in A \text{ e } x \notin C)$$

(c) **(1 pt)** Prove que  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ .

5. (a) **(0,5 pt)** Calcule  $\sum_{i=1}^n (2i - 1)^3$  para  $n = 1$ ,  $n = 2$  e  $n = 3$ .

(b) **(2 pts)** Use o PIF para mostrar que

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$$

para todo  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lembrete:**  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ .