NOME: RA:

BIS0003-15 - Bases Matemáticas

Prova 3

1. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4-4x+3}{x^3-3x+2} & \text{se} \quad x < 1 \\ b & \text{se} \quad x = 1 \\ \frac{\operatorname{sen}(a(1-x))}{|1-x|} & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$$

   (a) **(2 pts)** Calcule $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

   (b) **(1 pt)** Determine a e b para que f seja contínua em 1. Justifique sua resposta.

2. (a) **(1 pt)** Justifique por que não existe o limite de $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)$ quando $x \to +\infty$.

   (b) **(1 pt)** Justifique por que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right) = 0$.

3. Calcule os seguintes limites, caso existam, e justifique (inclusive caso não exista):

   (a) **(1 pt)** $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(2\pi + x)}{2\pi + x}$

   (b) **(1 pt)** $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{2x\cos(x)}$

   (c) **(1 pt)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-3x^5 + 2x - 8}{\sqrt{x^6 + x + 1}}$

   (d) **(1 pt)** $\lim\limits_{x\to-\infty} (\sqrt{x^2 + 9} + x - 1)$

   (e) **(1 pt)** $\lim\limits_{x\to -1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

   (f) **(1 pt)** $\lim\limits_{x\to 0^-} (1 - 3x)^{-\frac{1}{3x}}$

4. **(1 pt)** Mostre que a equação $\operatorname{arctg} x = 1 - x$ tem uma solução real. [**Sugestão:** considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \operatorname{arctg} x - 1 + x$ e aplique o Teorema do Valor Intermediário.]