

Exercícios da aula 3

1. Tendo em vista o modelo de competição de Lotka-Volterra, você concorda com a seguinte afirmação: “os valores de taxas intrínsecas de crescimento de duas populações em competição podem influenciar o resultado desta interação competitiva”? Discorra.

2. O que acontece se uma das espécies competidoras exibir um efeito Allee? Antes de resolver o próximo exercício, especule brevemente sobre o que você esperaria dessa dinâmica, principalmente sobre como ela poderia diferir da dinâmica resultante do modelo de competição Lotka-Volterra.

3. Vamos construir passo a passo um modelo de competição em que uma espécie (digamos a 1) tem efeito Allee. Vamos começar pelo modelo visto na lista de exercícios anterior, com uma pequena modificação (exercício extra! Verifique que o resultado – os pontos de equilíbrio estáveis e o limiar de crescimento – não se altera por causa disso):

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1}{K_1} \right) \frac{N_1 - a}{K_1},$$

onde a é um valor que mede o limiar de crescimento da população da espécie 1. Agora vamos escrever os fatores à direita com K_1 no denominador:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\frac{(K_1 - N_1) \frac{N_1 - a}{K_1}}{K_1} \right),$$

e finalmente acrescentamos o termo de competição como na equação de Lotka-Volterra:

$$\boxed{\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\frac{(K_1 - N_1) \frac{N_1 - a}{K_1} - \alpha N_2}{K_1} \right)}$$

Já a espécie 2 tem sua taxa de crescimento influenciada pelos mesmos fatores de antes, sem alterações, que levaram à equação de competição de Lotka-Volterra, portanto a equação diferencial para N_2 não muda:

$$\boxed{\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\frac{K_2 - N_2 - \beta N_1}{K_2} \right)}$$

Esse sistema de 2 equações diferenciais (nas caixas) define nosso modelo. Vamos escolher os parâmetros $r_1 = r_2 = 1 \text{ dia}^{-1}$, $K_1 = 100$, $K_2 = 160$, $a = 10$ e $\alpha = 0.25$. Observe que, na ausência da espécie 2, a dinâmica da espécie 1 é idêntica ao exercício 2 da lista anterior.

- Calcule as isóclinas das espécies 1 e 2 (dica: a da espécie 2 não mudou nada)
- Esboce o diagrama de fases para 3 valores de β : 1, 1.5 e 2.
- Quais são os pontos de equilíbrio estáveis em cada caso? Ou seja, quais possibilidades o modelo prevê para esse sistema? Justifique.
- Os resultados anteriores estão de acordo com sua intuição inicial, descrita no exercício 2? Explique.