Gabarito da Terceira Lista (parte B) de Cálculo Numérico

Primeiro Trimestre de 2012

Rodrigo Fresneda

Monitores Responsáveis: Eduardo Jabes e Gregory de Oliveira

1) **a.** A matriz de iteração será:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -0{,}1 & 0{,}1 \\ -0{,}2 & 0 & -0{,}8 \\ -0{,}7 & -0{,}1 & 0 \end{pmatrix}$$

O raio espectral da matriz (S(B), que é o maior autovalor da matriz B) é de aproximadamente 0,4, que é menor que 1, portanto, o método converge.

b. $x_1 = 1{,}21$
$x_2 = 0{,}04$
$x_3 = 2{,}15$

2) Dica: matriz estritamente diagonal dominante tem como característica, o valor de a_{ii} ser maior do que a somatória de todos os outros valores da mesma linha i. Com isso, é possível mostrar que $\beta_1 < 1$, e assim, provar para os demais.

3) A princípio, o método não converge(S(B) ~ 2,3 > 1, onde B é a matriz de iteração). Porém, se permutarmos as linhas a fim de obter o sistema:
$4x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$
$-1x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3$
$4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1$
Obtemos uma matriz estritamente diagonal dominante, e portanto, o critério de Sassenfeld é satisfeito (provado no item anterior), e o método convergirá.

4) **a.** A matriz de coeficientes é estritamente diagonal dominante, portanto, o método de Gauss Seidel converge.

b. $x_1 = 1{,}00$
$x_2 = 1{,}35$
$x_3 = -0{,}71$

5) Obtendo a matriz iteração:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ \alpha & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

Calculando os autovalores de B, concluimos que o raio espectral S(B) = $\sqrt{2}|\alpha|$(maior dos autovalores). Para convergir, S(B) < 1, portanto, $|\alpha| < 1/\sqrt{2} \rightarrow |\alpha| < 0{,}707$.