



Matrizes



Objetivos

- Conceituação de Vetores Bidimensionais
- Manipulação de Vetores Bidimensionais
- Entender como manipular entrada, saída e índices de vetores bidimensionais
- Resolver problemas que requeiram o uso de matrizes bidimensionais



Relembrando



Vetores (No Portugol Studio)

- Permite a declaração de **variáveis do tipo CONJUNTO**
- Uma variável do tipo CONJUNTO pode armazenar **mais de um valor**.
- No ato da declaração da variável deve-se informar o seu **tamanho**.
- Para o problema de armazenar **10 notas**, pode-se definir uma variável de **tamanho 10** do tipo real.
 - Declaração:

real nota[10]

	nota									
conteúdo	5.5	6.5	8.0	3.0	7.5	2.5	7.5	6.0	4.5	10.0
índice	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9



Vetores (No Portugol Studio)

- Declaração:

real **nota**[10]

- A declaração acima cria em memória uma variável chamada **NOTA** com **10 posições** do tipo REAL
- As **10 posições** são numeradas de **0 a 9 (índice)**

	nota									
conteúdo	5.5	6.5	8.0	3.0	7.5	2.5	7.5	6.0	4.5	10.0
índice	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Acesso a variável:

Para acessar cada posição deve-se usar o nome da variável e a sua posição **ou índice** (entre colchetes)

A instrução abaixo imprime O TERCEIRO ELEMENTO da variável NOTA.

- escreva(“ A TERCEIRA NOTA = ” , **nota [2]**)

O índice pode ser uma variável:
Ex. nota [x]



```
funcao inicio()  
{
```

Mostrar as notas acima da média da turma

```
    real nota[10], soma=0, media  
    inteiro ind=0, qacima = 0
```

```
    enquanto (ind <10) {  
        escreva("Digite a nota : " )  
        leia (nota[ind])  
        soma = soma + nota[ind]  
        ind = ind+1  
    }
```

```
    media = soma/10  
    escreva ("\nMedia = ", media)
```

Lê as notas via
teclado e guarda
no vetor

?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Vetor no Portugol Studio

```
ind = 0
enquanto (ind<10) {
    se (nota[ind] > media) {
        qacima = qacima + 1
    }
    ind = ind + 1
}
escreva ("\nExistem ", qacima , " notas acima da media ")
}
```

Verifica se cada nota
armazenada está
acima da média

	nota									
conteúdo	5.5	6.5	8.0	3.0	7.5	2.5	7.5	6.0	4.5	10.0
índice	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

media

6.1



PROBLEMA



Problema

- **Escreva um programa para armazenar as notas de 20 alunos em 5 disciplinas.**

Matrizes

Escreva um programa para armazenar as notas de 20 alunos em 5 disciplinas.

ALUNOS	DISC01	DISC02	DISC03	DISC04	DISC05
1	5,5	8,3	6,5	10,0	9,5
2	8,0	7,5	8,5	6,5	10,0
3
4
5
6
7	7,5	8,0	9,0	8,0	8,5
...	6,5	3,5	6,5	4,5	9,0
18
19
20	8,0	9,0	8,0	10,0	9,0

Matrizes

Escreva um programa para armazenar as notas de 20 alunos em 5 disciplinas.

ALUNOS	DISC01	DISC02	DISC03	DISC04	DISC05
1	5,5	8,3	6,5	10,0	9,5
2	8,0	7,5	8,5	6,5	10,0
3
4
5
6
7	7,5	8,0	9,0	8,0	8,5
...	6,5	3,5	6,5	4,5	9,0
18
19
20	8,0	9,0	8,0	10,0	9,0

Poderíamos enxergar essa estrutura como:

- 5 vetores de 20 posições
- 20 vetores de 5 posições

Ou

1 matriz de 20 x 5



MATRIZES



Matrizes

- Podem ser definidas como vários vetores agrupados em uma só variável
- Uma matriz é muito semelhante a uma tabela contendo linhas e colunas
- As matrizes, como os vetores, são capazes de guardar várias informações de um mesmo tipo de dado
- Para manipular os dados de uma matriz será necessário usar **dois laços** ao invés de um
 - Um laço para caminhar pelas **linhas** da matriz e
 - Outro para caminhar pelas **colunas** da matriz



MATRIZES

**Matrizes são estruturas
MULTIDIMENSIONAIS (mais de uma
dimensão) capazes de armazenar dados**

**A figura abaixo representa uma matriz
BIDIMENSIONAL de números inteiros**

10	5	33	41
53	20	-10	0
29	17	30	8



Declaração de uma variável matriz

- **tipo identificador** [linhas] [colunas];
- Exemplo:
 - inteiro A [3] [4] // declara a matriz A : 3 linhas e 4 colunas

	0	1	2	3
0	10	5	33	41
1	53	20	-10	0
2	29	17	30	8

▪ Acesso a elementos da matriz

A

	0	1	2	3
0	10	5	33	41
1	53	20	-10	0
2	29	17	30	8

- `escreva (A [2] [1]) //` imprime o valor 17
- inteiro $i = 0, j = 2$
- `escreva (A [i] [j]) //` imprime o valor **33**
- `escreva (A [j] [i]) //` imprime o valor **29**

- **Para acessar TODOS os elementos da matriz é necessário que os índices assumam todas as combinações possíveis**

- (i, j)
- $(0,0), (0,1), (0,2), (0,3) \leftarrow i = 0 \text{ e } j = 0, 1, 2, 3$
- $(1,0), (1,1), (1,2), (1,3) \leftarrow i = 1 \text{ e } j = 0, 1, 2, 3$
- $(2,0), (2,1), (2,2), (2,3) \leftarrow i = 2 \text{ e } j = 0, 1, 2, 3$

A

	0	1	2	3
0	10	5	33	41
1	53	20	-10	0
2	29	17	30	8



Entrada de Dados



- **Declarando uma Matriz de 3 linhas e 3 colunas (vetor de duas dimensões)**

```
1.   Algoritmo "Matriz"  
2.   VAR  
3.   VALORES : VETOR [1..3,1..3] DE REAL
```

- **Lê uma Matriz de duas dimensões**

```
Para i de 1 ate 3 faca  
  Para j de 1 ate 3 faca  
    Escreva("Digite um valor para a matriz")  
    Leia (VALORES[i,j])  
  fimpara  
fimpara
```

- **Imprime uma Matriz de duas dimensões**

```
Para i de 1 ate 3 faca  
  para j de 1 ate 3 faca  
    escreval (VALORES[i,j])  
  fimpara  
fimpara
```



Problema

- **Escreva um programa para LER (via teclado) uma matriz de 3 x 4**



Entrada de Dados

```
const inteiro LIN = 3, COL = 4 // declara duas constantes
inteiro A[LIN][COL] // cria a matriz A

inteiro l, c // l para percorrer linha e c para coluna

l = 0
enquanto (l < LIN) {
    c = 0
    enquanto(c < COL) {
        escreva ("Digite o elemento ", l, " ,", c, " : ")
        leia (A[l][c])
        c++
    }
    l++
}
```

Entrada de Dados – para

```
para(l=0; l < LIN; l++) {  
    para (c=0; c< COL; c++) {  
        escreva ("Digite o elemento ", l, " ,", c, " : ")  
        leia (A[l][c])  
    }  
}
```

```
l = 0  
enquanto (l < LIN) {  
    c = 0  
    enquanto(c < COL) {  
        escreva ("Digite o elemento ", l, " ,", c, " : ")  
        leia (A[l][c])  
        c++  
    }  
    l++  
}
```



Saída de Dados

Matrizes

Problema

- Escreva um programa para **EXIBIR na tela** uma matriz de 3 x 4. Considere que a matriz já está na memória.

A		0	1	2	3
	0	10	5	33	41
	1	53	20	-10	0
	2	29	17	30	8



Matrizes

■ Saída de Dados

```
// SAÍDA DE DADOS
```

```
l = 0  
enquanto (l < LIN) {  
    c = 0  
    enquanto(c < COL) {  
        escreva (A[l][c], " ;")  
        c++  
    }  
    escreva ("\n")  
    l++  
}
```

A

	0	1	2	3
0	10	5	33	41
1	53	20	-10	0
2	29	17	30	8



Matrizes

■ Saída de Dados: Para - Até

```
// SAÍDA DE DADOS
```

```
para(l=0; l < LIN; l++) {  
    para (c=0; c < COL; c++) {  
        escreva (A[l][c], " ;")  
    }  
    escreva ("\n")  
}
```

	0	1	2	3
0	10	5	33	41
1	53	20	-10	0
2	29	17	30	8

```
// SAÍDA DE DADOS
```

```
l = 0  
enquanto (l < LIN) {  
    c = 0  
    enquanto(c < COL) {  
        escreva (A[l][c], " ;")  
        c++  
    }  
    escreva ("\n")  
    l++  
}
```



Coisas para não esquecer:

- **MATRIZ** permite declarar vetores **BIDIMENSIONAIS (multidimensionais)**
- Sintaxe para declaração de matriz (bidimensional):
tipo identificador [quantidade linhas] [quantidade colunas]
- Sintaxe para acesso ao vetor:
identificador [indice_linha] [indice_coluna]



Matrizes em Java



Vetor bidimensional em Java

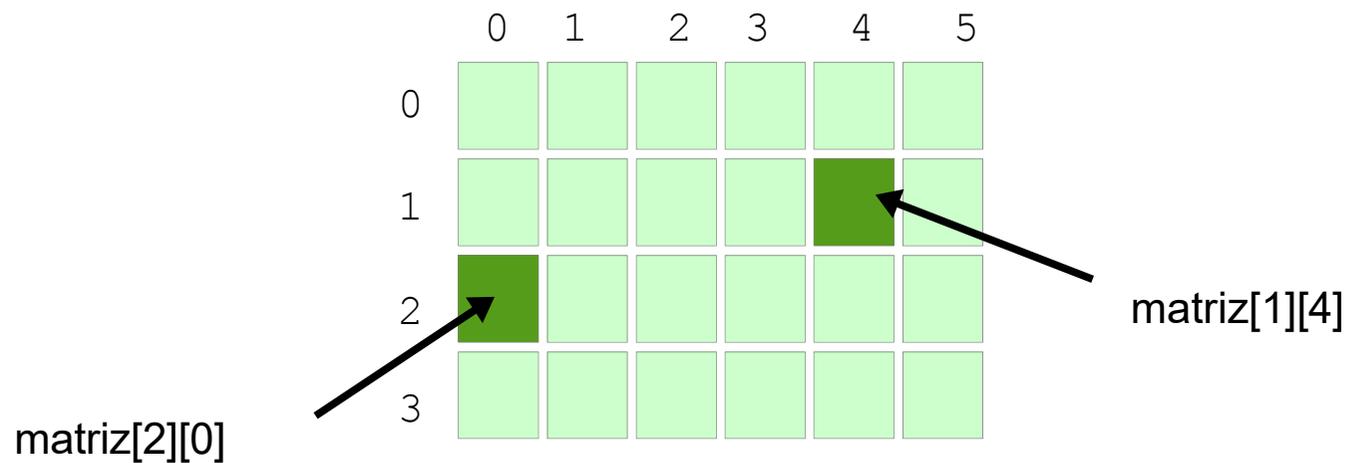
Declaração de
uma variável que
representa uma
**matriz de
inteiros**
10 linhas,
20 colunas

```
int matriz[][];  
matriz = new int[10][20];
```

```
int matriz[][] = new int[10][20];
```



Matriz bidimensional em Java



Matrizes

		Colunas (j)				
		0	1	2	3	4
Linhas (i)	0					
	1					
	2					
	3					
	4					
	5					
	6					
	7					

No exemplo ao lado temos uma matriz de

8 linhas por 5 colunas

- **Sintaxe:**

```
tipo nome[][] = new tipo[linhas][colunas];
```



Alguns padrões para manipulação de Matriz (java)



Matrizes

- Lendo valores para uma Matriz

```
int mat[][] = new int [2][2];
int soma = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++)
    for(j=0;j<2;j++) {
mat[i][j] = in.nextInt();
    }
```

- Imprimindo valores

```
int mat[][] = new int [2][2]; int soma
    = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++) for(j=0;j<2;j++) {
System.out.println("Elemento[" + i
+ "][" + j + "]: " + mat[i][j]);
    }
```



Matrizes - Manipulação

- Modificando valores

```
int mat[][] = new int [2][2];
int soma = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++)
    for(j=0;j<2;j++) {
mat[i][j] = i*3;
    }}

```



Bacharelado em Ciência e Tecnologia

Processamento da Informação

Matrizes

```
int mat[][] = new int [2][2]; int soma = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++) for(j=0;j<2;j++) {
System.out.println("Elemento[" + i + "][" + j + "]: "); mat[i][j] =
in.nextInt();
soma = soma + mat[i][j];
}}
System.out.println("Soma dos elementos da Matriz: "+ soma);
```



Matrizes

- Carregando valores

```
int mat[][] = new int [2][2];
int soma = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++)
    for(j=0;j<2;j++) {

System.out.println("Elemento
    [" + i + "][" + j + "]: ");
mat[i][j] = in.nextInt();
}
```

- Imprimindo valores

```
int mat[][] = new int [2][2];
int soma = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++)
    for(j=0;j<2;j++) {

System.out.println("Elemento
    [" + i + "][" + j + "]: "+
mat[i][j]);
}
```

Entradas = 10, 20, 4, 5, 7, 10, 11, 8, 50, 60, 50, 23, 89, 100, 1, 0, 34, 6, 20, 24

```
for (int i = 0; i < 5; i++)  
    for (int j = 0; j < 4; j++)  
        A[i][j] = in.nextInt();
```

	0	1	2	3
0	10	20	4	5
1	7	10	11	8
2	50	60	50	23
3	89	100	1	0
4	34	6	20	24

Passo	i	j	A[i,j]
1	0	0	A[0,0] = 10
2	0	1	A[0,1] = 20
3	0	2	A[0,2] = 4
4	0	3	A[0,3] = 5
5	1	0	A[1,0] = 7
6	1	1	A[1,1] = 10
7	1	2	A[1,2] = 11
8	1	3	A[1,3] = 8
9	2	0	A[2,0] = 50
...			
19	4	2	A[4,2] = 20
20	4	3	A[4,3] = 24



Matrizes - Manipulação

- Modificando valores

```
int mat[][] = new int [2][2];  
int soma = 0;  
int i, j;  
  
for(i=0;i<2;i++) for(j=0;j<2;j++) {  
mat[i][j] = i*3;  
}
```



Matrizes

```
int soma = 0;
int i, j;

for(i=0;i<2;i++) for(j=0;j<2;j++) {
System.out.println("Elemento[" +
    mat[i][j] = in.nextInt();           i + "][" + j + "]: ");
soma = soma + mat[i][j];

}
System.out.println("Soma dos elementos da Matriz:
"+ soma);
```




Exercício: Triângulo de Pascal

Crie um programa que permita calcular os valores para as **10** primeiras linhas do triângulo de Pascal.

```
int i, j;  
int M[][] = new int[10][10];
```

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0	0	0	0	0	0	0
1	3	3	1	0	0	0	0	0	0
1	4	6	4	1	0	0	0	0	0
1	5	10	10	5	1	0	0	0	0
1	6	15	20	15	6	1	0	0	0
1	7	21	35	35	21	7	1	0	0
1	8	28	56	70	56	28	8	1	0
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

Exercício: Triângulo de Pascal

```
int i, j;  
int M[][] = new int[10][10];  
  
for (i=0; i<10; i=i+1) {  
    for (j=0; j<=i; j=j+1) {  
        if (j==0 || i==j )  
            M[i][j] = 1;  
        else  
            M[i][j] = M[i-1][j] + M[i-1][j-1];  
    }  
}
```

1	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	

Tamanho dinâmico

```
int i, j;  
  
Scanner sc = new Scanner(System.in);  
int n = sc.nextInt();  
int m = sc.nextInt();  
  
int M[][] = new int[n][m];  
  
for (i=0; i<n; i=i+1) {  
    for (j=0; j<m; j=j+1) {  
        M[i][j] = 10;  
    }  
}  
  
for (i=0; i<n; i=i+1) {  
    for (j=0; j<m; j=j+1) {  
        System.out.print(M[i][j]+" ");  
    }  
    System.out.print("\n");  
}
```

```
3  
7  
10 10 10 10 10 10 10  
10 10 10 10 10 10 10  
10 10 10 10 10 10 10
```

Número de linhas e colunas

M:=

	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							

M.length → 4
M[0].length → 7
M[1].length → 7
M[2].length → 7
M[3].length → 7
M[4].length → erro

Matriz como parâmetro em função

```
static void imprimirMatriz(int M[][]) {  
    int i, j;  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            System.out.print(M[i][j]+" ");  
        }  
        System.out.print("\n");  
    }  
}
```

```
10 10 10 10 10 10 10  
10 10 10 10 10 10 10  
10 10 10 10 10 10 10
```



Matrizes

```
static void imprimirMatriz(int M[][]) {
    int i, j;

    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {
            System.out.print(M[i][j]+" ");
        }
        System.out.print("\n");
    }
}
```

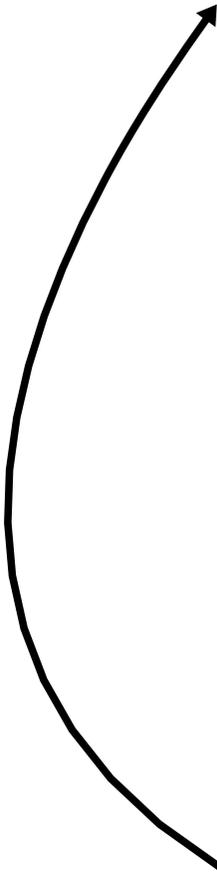
```
public static void main(String []args) {
    int i, j;

    Scanner sc = new Scanner(System.in);
    int n = sc.nextInt();
    int m = sc.nextInt();

    int M[][] = new int[n][m];

    for (i=0; i<n; i=i+1) {
        for (j=0; j<m; j=j+1) {
            M[i][j] = 10;
        }
    }

    imprimirMatriz(M);
}
```



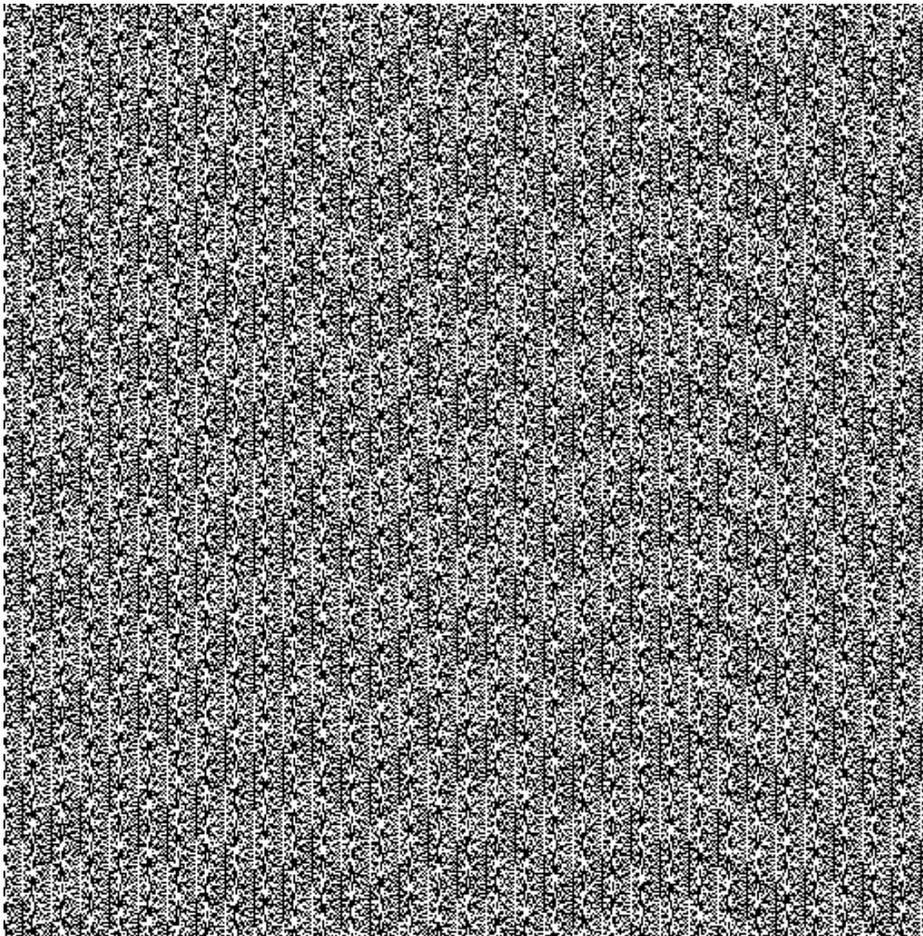


Números aleatórios

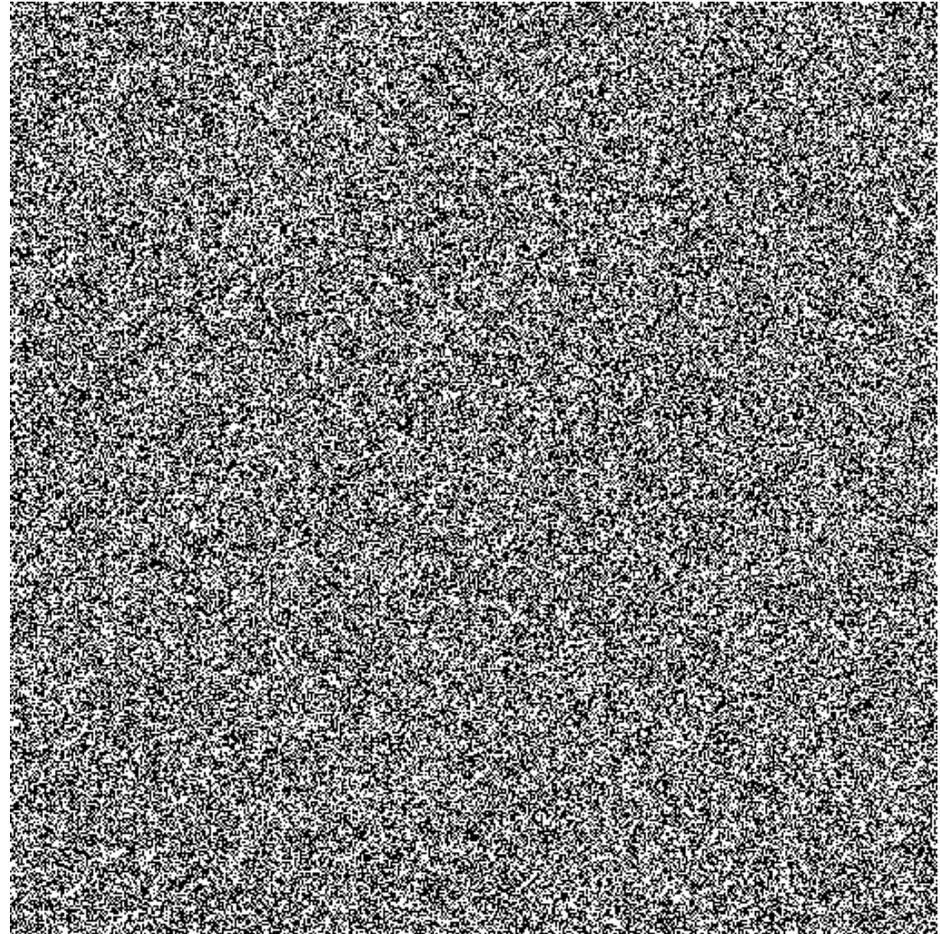
```
double x;  
int y;  
  
x = Math.random(); // gera um numero real aleatorio [0, 1)  
  
x = Math.random()*30; // gera um numero real aleatorio [0, 30)  
  
y = (int) (Math.random()*30); // gera um numero inteiro aleatorio [0, 30)  
  
y = (int) (Math.random()*30)+10; // gera um numero inteiro aleatorio [10, 40)  
  
y = (int) (Math.random()*60)-30; // gera um numero inteiro aleatorio [-30, 30)
```

Números pseudo-aleatórios

Pseudo-random



True-random



Matriz com números aleatórios

```
Scanner sc = new Scanner(System.in);
int n = sc.nextInt();
int m = sc.nextInt();

int M[][] = new int[n][m];

for (i=0; i<n; i=i+1) {
    for (j=0; j<m; j=j+1) {
        M[i][j] = (int) (Math.random()*5)+6;
    }
}
```

```
3
7
6 8 8 10 10 8 7
10 7 7 8 10 9 6
10 6 6 6 6 7 10
```

Exemplo: Primeiro menor

```
static int primeiroMenor (int M[][]) {  
    int i, j;  
    int menor = M[0][0];  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            if (menor>M[i][j]) {  
                menor = M[i][j];  
            }  
        }  
    }  
    return menor;  
}
```

**Qual o custo
Computacional?**

6	6	7	7	7	9	9
8	10	7	7	9	7	8
9	9	10	10	7	10	9

Exemplo: Primeiro menor

```
static int primeiroMenor (int M[][]) {  
    int i, j;  
    int menor = M[0][0];  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            if (menor>M[i][j]) {  
                menor = M[i][j];  
            }  
        }  
    }  
    return menor;  
}
```

Qual o custo Computacional?

Algo relacionado com o número de elementos:
 $n*m$ (#linhas * #colunas)

$$T(n,m) = O(nm)$$

6	6	7	7	7	9	9
8	10	7	7	9	7	8
9	9	10	10	7	10	9



Bacharelado em Ciência e Tecnologia Processamento da Informação

Matrizes

**AGORA É
PRATICAR!!!**



Atividade 01: Matriz quadrada

Dada uma matriz M, crie uma função que permita verificar se a matriz é quadrada.

Assinatura: `static boolean matrizQuadrada(int M[][])`

A função devolve 'true' se for quadrada, caso contrário devolve 'false'.



Atividade 01: Matriz quadrada

```
static boolean matrizQuadrada(int M[][]) {  
    if (M.length==M[0].length)  
        return true;  
    else  
        return false;  
}
```



Atividade 02: Índices

O que faz a seguinte função?

Considere M uma matriz de dimensão (3,5)

```
static void indices(int M[][]) {  
    int i, j;  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            System.out.println(i+" "+j);  
        }  
    }  
}
```

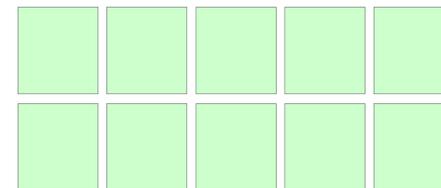


Atividade 02: Índices

Imprime a seguinte sequência de pares:

```
0 0
0 1
0 2
0 3
0 4
1 0
1 1
1 2
1 3
1 4
2 0
2 1
2 2
2 3
2 4
```

(0,0) (0,1) (0,2) (0,3) (0,4)





Atividade 03: Índices

O que faz a seguinte função?

Considere M uma matriz de dimensão (3,5)

```
static void indices2(int M[][]) {  
    int i, j;  
  
    for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
        for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
            System.out.println(i+" "+j);  
        }  
    }  
}
```

Atividade 03: Índices

Imprime a seguinte sequência de pares:

```
0 0
1 0
2 0
0 1
1 1
2 1
0 2
1 2
2 2
0 3
1 3
2 3
0 4
1 4
2 4
```

(0,0)				
(1,0)				
(2,0)				

Quantidade de elementos não nulos

Dada uma matriz M, crie uma função que permita devolva a quantidade de elementos não nulos contidos na matriz.

Assinatura: `static int contaNaoNulos(int M[][])`

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Número de não nulos = 3



Atividade 04:

Matrizes

```
static int contaNaoNulos(int M[][]) {  
    int i, j, cont=0;  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            if (M[i][j]!=0)  
                cont = cont+1;  
        }  
    }  
  
    return cont;  
}
```

Atividade 05:

Diagonal principal

- Dada uma matriz M, crie uma função que determine a somatória de todos os números presentes na sua diagonal principal.

- Assinatura: `static int somaDiagonal(int M[][])`


$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

Somatória da diagonal = 21

```
static int somaDiagonal(int M[][]) {
    int i, j, soma=0;

    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {
            if (i==j)
                soma = soma+M[i][j];
        }
    }

    return soma;
}
```



Diagonal principal

Solução mais eficiente:

```
static int somaDiagonal2(int M[][]) {  
    int i, soma=0;  
  
    for (i=0; i<M.length && i<M[0].length; i=i+1) {  
        soma = soma + M[i][i];  
    }  
  
    return soma;  
}
```



Matriz identidade

Dada uma matriz quadrada M , crie uma função que permita verificar se a matriz é identidade.

Assinatura: `static boolean matrizIdentidade (int M[][])`

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Matrizes

```
static boolean matrizIdentidade (int M[][]) {  
    int i, j;  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            if ( (i==j && M[i][j]!=1) || (i!=j && M[i][j]!=0) )  
                return false;  
        }  
    }  
  
    return true;  
}
```



Matriz simétrica

Dada uma matriz quadrada M, crie uma função que permita verificar se a matriz é simétrica.

Assinatura: `static boolean matrizSimetrica (int M[][])`

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$



```
static boolean matrizSimetrica (int M[][]) {  
    int i, j;  
  
    for (i=0; i<M.length; i=i+1) {  
        for (j=0; j<M[0].length; j=j+1) {  
            if ( M[i][j]!=M[j][i] )  
                return false;  
        }  
    }  
  
    return true;  
}
```



Exercícios



Exercícios

1 – Ler duas matrizes A e B 5×3 . Construir uma matriz C de mesma dimensão, sendo que C é formada pela soma dos elementos da matriz A com os elementos da matriz B . Apresentar os elementos da matriz C .

2 – Ler dois vetores A e B com 12 elementos inteiros. Construir uma matriz C 12×2 , sendo que a primeira coluna da matriz C deve ser formada pelos elementos do vetor A multiplicados por 2, e a segunda coluna deve ser formada pelos elementos do vetor B subtraídos de 5. Apresentar os elementos da matriz C