MCTA003-17 -- Análise de Algoritmos

Prof. Ronaldo C. Prati

lista compilada pela Profa. Carla Negri Lintzmayer

Lista 1

1. Dada uma lista de adjacências de um digrafo, quanto tempo demora para calcular o grau de saída de cada vértice?
    - E o grau de entrada?
    - E se o digrafo for dado por matriz de adjacências?
2. Considere um grafo $G = (V, E)$.
   Em que casos um algoritmo que executa em tempo $\Theta(|V(G)|^2)$ similar do que um algoritmo que executa em tempo $\Theta(|V(G)| + |E(G)|)$? Justifique.
3. Considere o grafo $G = (V, E)$ definido por $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ e $E(G) = \{ad, de, ea, ba, bf, fg, gb, cb, ch, hi, ic\}$.
    - Execute a busca em largura sobre G a partir do vértice e.
    - Execute a busca em profundidade sobre G a partir do vértice e.
4. Utilize o algoritmo de busca em largura para criar um outro algoritmo que verifica se um grafo $G = (V, E)$ é conexo ou não em tempo $O(|V(G)| + |E(G)|)$.
5. Modifique o algoritmo de busca em profundidade para verificar se existe um ciclo em um grafo $G = (V, E)$.
    - Qual o tempo de execução desse algoritmo?
6. O digrafo transposto de um digrafo $G = (V, E)$ é o digrafo $G^T = (V, E)$ onde $E(G^T) = \{(v, u) \colon (u, v) \in E(G)\}$. Assim, G^T é G com todas as arestas invertidas.
    - Descreva um algoritmo para computar G^T a partir de G.
    - Analise o tempo de execução se o algoritmo for implementado usando listas de adjacências e se for usando matriz de adjacências.
7. Um grafo $G = (V, E)$ é bipartido se for possível dividir seu conjunto de vértices em dois conjuntos S e $V(G) \setminus S$ tais que $uv \in E(G)$ se e somente se $u \in S$ e $v \in V(G) \setminus S$.
    - Faça um algoritmo para verificar se um dado grafo $G = (V, E)$ é bipartido em tempo $O(|V(G)| + |E(G)|)$.
    - Prove que a busca em largura quando aplicada em um grafo $G = (V, E)$ a partir de um vértice $s \in V(G)$ calcula de fato a distância mínima entre s e os vértices alcançáveis a partir dele.
8. Escreva um algoritmo que recebe um grafo $G = (V, E)$ e dois vértices u e v e retorna a sequência de vértices de um uv-caminho. O algoritmo todo deve levar tempo $O(|V(G)| +$

$|E(G)|)$. Justifique corretamente o tempo de execução do seu algoritmo.

9. Seja $G = (V, E)$ um digrafo. O grafo de componentes fortemente conexos de G é $G^C = (V, E)$ tal que existe um vértice em $V(G^C)$ para cada componente fortemente conexo de G e existe uma aresta $uv \in E(G^C)$ se e somente se existe uma aresta $xy \in E(G)$ onde x pertence ao componente representado por u e y pertence ao componente representado por v.
   - Faça um algoritmo que receba G e devolva G^C e execute em tempo $O(|V(G)| + |E(G)|)$. Tenha certeza que o grafo G^C não possui arestas paralelas.