MCTA003-17 -- Análise de Algoritmos

Prof. Ronaldo C. Prati

lista compilada pela Profa. Carla Negri Lintzmayer

Lista 3

1. O algoritmo guloso para o problema da Mochila Fracionária sempre escolhe frações do item com maior razão $valor/peso$, enquanto couber na mochila.
   Prove que essa estratégia gera um algoritmo ótimo.
2. O problema da Mochila Inteira é semelhante ao da Mochila Fracionária (temos itens com valores e pesos e uma capacidade de mochila), mas só é permitido adicionar à mochila itens por inteiro.
   A estratégia gulosa de escolher sempre o item com maior $valor/peso$ encontra uma solução ótima para o problema da Mochila Inteira?
   Justifique.
3. Um emparelhamento em um grafo $G = (V, E)$ é um conjunto de arestas $F \subseteq E(G)$ tal que nenhum par de arestas em F possui vértices em comum. Note que uma aresta $e \in E(G)$ sozinha é um emparelhamento.
   É interessante, portanto, encontrar um emparelhamento de tamanho maior possível.
   Descreva um algoritmo guloso que retorne um emparelhamento de um grafo.
   Justifique o caráter guloso do seu algoritmo e analise o tempo de execução.
   Seu algoritmo é ótimo?
4. Considere o problema de fazer troco para n centavos usando o menor número de moedas.
   Descreva um algoritmo guloso para fazer troco com moedas de 5, 10, 25 e 50 centavos. Prove que seu algoritmo dá uma solução ótima sempre.
5. Considere o grafo $G = (V, E)$ com conjunto de vértices $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_{16}\}$ e arestas $v_i v_{i+1}$ para $1 \leq i \leq 15$, $v_i v_{i+2}$ para $2 \leq i \leq 14$ e $v_i v_{2i}$ para $1 \leq i \leq 8$. Considere a função w de pesos em $E(G)$ tal que $w(v_i v_{i+1}) = i$ para $1 \leq i \leq 15$, $w(v_i v_{i+2}) = 15 - i$ para $2 \leq i \leq 14$ e $w(v_i v_{2i}) = i + 1$ para $1 \leq i \leq 8$. Execute o algoritmo de Kruskal passo a passo nesse grafo.
6. Suponha que todos os pesos das arestas de um grafo são inteiros entre 1 e $|V(G)|$.
   Quão rápido pode ser o tempo de execução do Kruskal nesse caso?
7. Mostre que se todos os pesos das arestas são distintos, então o grafo só tem uma árvore geradora mínima.
   Dica: por contradição, suponha que o grafo tem duas árvores geradoras mínimas diferentes.
8. Execute o algoritmo de Huffman passo a passo na entrada $A = \{a, b, c, d, e, g, h\}$ onde $f_a = 3$, $f_b = 4$, $f_c = 7$, $f_d = 8$, $f_e = 3$, $f_g = 5$ e $f_h = 8$.

9. No problema de escalonamento de tarefas compatíveis, suponha que a escolha gulosa seja pela última tarefa a começar que é compatível com as tarefas já selecionadas.
   Prove que essa abordagem gera uma solução ótima sempre.