APRENDIZADO DE MÁQUINA

NEURAL NETWORKS (PARTE2)

PROF. RONALDO CRISTIANO PRATI

RONALDO.PRATI@UFABC.EDU.BR

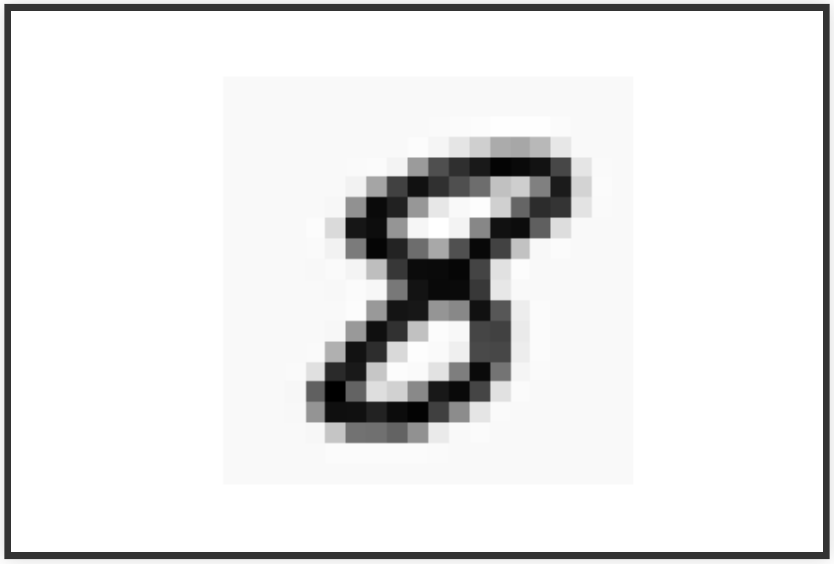
BLOCO A, SALA 513-2

DADOS

```
import pickle
import numpy as np

#dados estão armezenados como um objeto python em disco usando pickle
with open('data.pkl', 'rb') as f:
    data = pickle.load(f)

data['X'].shape
#(5000,400)

data['y'].shape
#(5000,1)
```

DADOS

```
# seleciona 1 aleatoriamente
ex = data['X'][np.random.randint(5000),]
# e mostra a imagem
plt.imshow(ex.reshape(20,20).T,cmap=plt.get_cmap('Greys'))
```

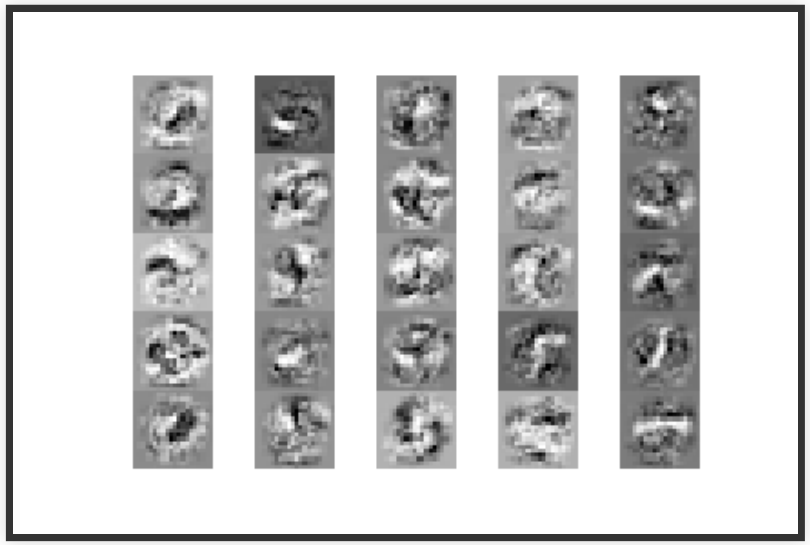


REDE

```
#dados estão armezenados como um objeto python em disco usando pickle
with open('weights.pkl', 'rb') as f:
    weights = pickle.load(f)

weights['Theta1'].shape
#(25, 401)

weights['Theta2'].shape
#(10,26)
```

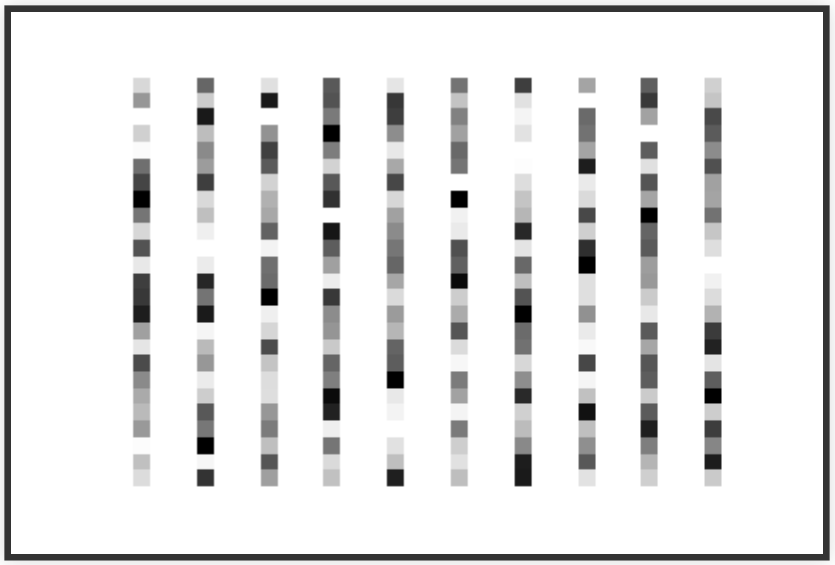
REDE

- Camada 1



REDE

- Camada 2



PROPAGAÇÃO FORWARD

```
from scipy.special import expit #função sigmoide vetorizada

def propagateForward(a0,Thetas):

    a = a0
    for theta in Thetas:
        a = np.insert(a,0,1,axis=0) # adiciona o bias
        z = theta.dot(a)            # z = theta * a
        a = expit(z)                # a = g(z)
    return(a)

def predict(example,Thetas):

    output = propagateForward(example,Thetas)
    return np.argmax(output,axis=0)
```

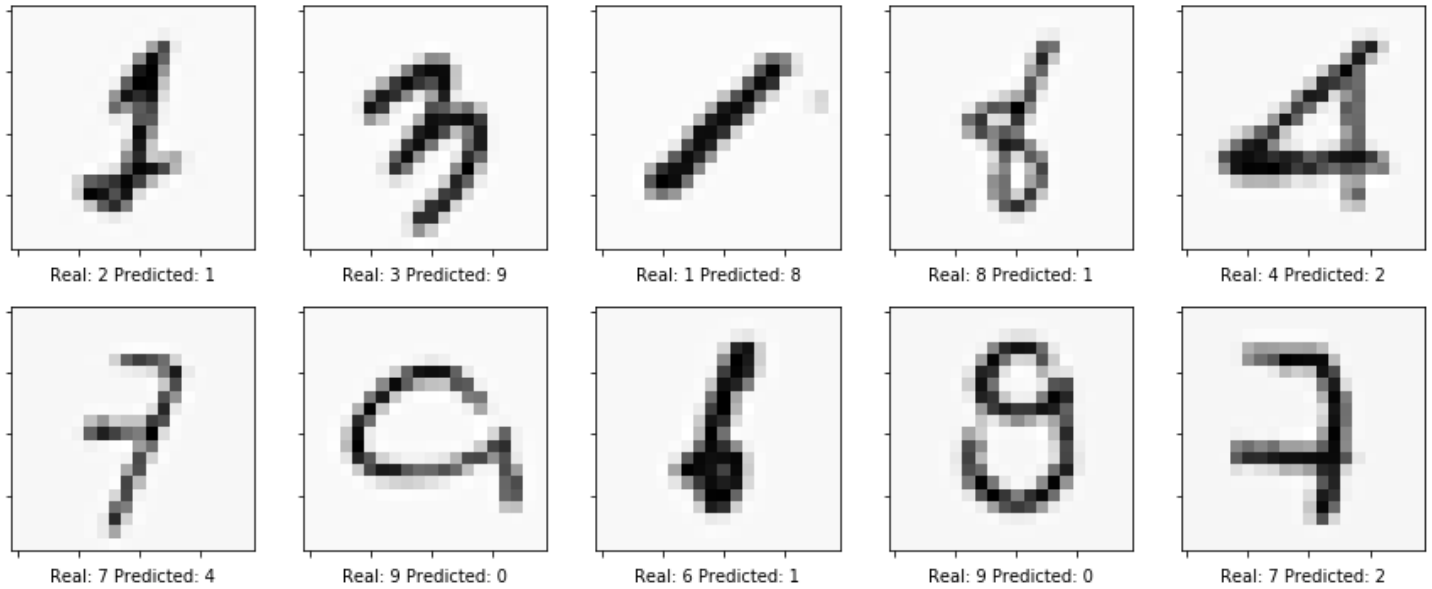
TESTANDO A REDE

```
errors = []

for i in range(len(X)):
    #classes estão no intervalo 1..10
    prediction = predict(data['X'][i,:],weights.values())+1

    if (prediction != data['y'][i,0]):
        errors.append(i)

print("Taxa de erro: ",(len(errors)*100)/5000,"%")
# Taxa de erro:  2.48 %
```

TESTANDO A REDE (VETORIZADO)

```
predictions = predict(data['X'].T,weights.values())+1
errors = np.where(predictions != np.ravel(data['y']))

print("Taxa de erro: ",(len(np.ravel(errors))*100)/5000,"%")
```

EXEMPLOS DE ERROS



FUNÇÃO DE CUSTO

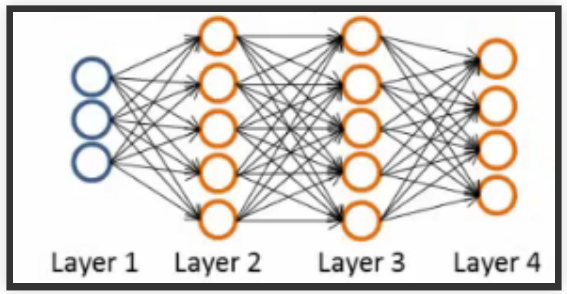
- Regressão Logística (regularizada)

$$J(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=i}^{m} -y \log(h_\theta(x)) - (1-y) \log(1 - h_\theta(x)) + \lambda \sum_{j=1}^{n}$$

- Rede Neural

$$J(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=i}^{m} \sum_{k=1}^{K} -y_k \log(h_\theta(x))_k - (1-y_k) \log(1 - h_\theta(x))_k$$

COMO ENCONTRAMOS OS PESOS?



- L = número de chamadas
- s_l = número de nós na camada l (sem contar o bias)
- $s_L = k$ = última camada tem k nós, em que k é o número de classes

FUNÇÃO DE CUSTO

- Apesar de parecer complicada, a função de custo é
  - uma média ponderada de todos os neurônios da camada de saída (primeira parte da função)
  - soma dos quadrados dos pesos das camadas da rede, também chamado de decaimento do peso (segunda parte da função).

BACKPROPAGATION

- Pega a entrada que alimentamos a rede, compara com o valor real, e calcula o quão errado a rede está (o quão errado os parâmetros estão)
- Usando o erro que calculamos, volta calculando o erro associado a cada nó da camada anterior
- Repete esse processo até atingir a camada de entrada (onde não há erro, já que essa é a camada de ativação)

BACKPROPAGATION

- O "erro" medido em cada nó pode ser usado para calcular a derivada parcial
- Essa derivada é usada para minimizar a função de custo
- Podemos usar a descida do gradiente para minimizar a função de custo para todos os Θ
- O processe é repetido até que o algoritmo da descida do gradiente reporte convergência (ou utilizar algum outro algoritmo de otimização de função)

BACKPROPAGATION

- Lembre-se que temos uma matriz Θ para cada camada da rede
  - Essa matriz tem cada nó na camada l tem uma dimensão e cada nó da camada $l+1$ na outra dimensão
- Da mesma maneira, teremos uma matriz Δ para cada camadas

BACKPROPAGATION

- Queremos minimizar $J(\Theta)$
- Para usar o Backpropagation, precisamos
  - Calcular a função de custo $J(\Theta)$
  - Calcular $\frac{\partial}{\partial \Theta_{ij}^{l}} J(\Theta)$
  - Para cada nó, podemos calcular δ_j^l - o **erro referente ao nó j na camada l**

CÁLCULO DO GRADIENTE (INTUIÇÃO)

- Vamos considerar a rede de 4 camadas $(L = 4)$
- Na última camada:

$$\delta_j^4 = a_j^4 - y_j$$

- Ou, em notação vetorial

$$\delta^4 = a^4 - y$$

- δ^4 e o vetor de erros da camada 4

CÁLCULO DO GRADIENTE (INTUIÇÃO)

- Com δ^4 calculado, podemos determinar o erro das outras camadas como:

$$\delta^3 = (\Theta^3)^\intercal \delta^4 .* g'(z^3)$$
$$\delta^2 = (\Theta^2)^\intercal \delta^3 .* g'(z^2)$$

- $g'(z^k)$ pode ser computado como $a^k .* (1 - a^k)$

$$\delta^3 = (\Theta^3)^\intercal \delta^4 .* a^3 .* (1 - a^3)$$
$$\delta^2 = (\Theta^2)^\intercal \delta^3 .* a^2 .* (1 - a^2)$$

CÁLCULO DO GRADIENTE (INTUIÇÃO)

- Por que calculamos esses δ´s?

$$\frac{\partial}{\partial \Theta_{ij}^{l}} J(\Theta) \propto a_j^l * \delta_i^{l+1}$$

- Fazendo o backpropagation e calculando os δ podemos calcular os termos das derivadas parciais
- Podemos usar essas derivadas parciais para minimizar a função de custo.
- Podemos usar regularização se necessário

BACKPROPAGATION

1. Fazer uma passagem para a frente
2. Usar a saída da última camada e o rótulo real para calcular o erro
3. Propagar o erro para as camadas anteriores, calculando Δ_{ij}^{l}
4. Calular o gradiente
   - $D_{ij}^{l} = \frac{1}{m}\Delta_{ij}^{l} + \lambda\Theta_{ij}^{l}$ (regularizada)
   - $D_{ij}^{l} = \frac{1}{m}\Delta_{ij}^{l}$ (não regularizada)
5. Podemos usar esse gradiente em algum algoritmo de otimização

EMPACOTANDO OS PARÂMETROS

- A maioria dos algoritmos de otimização não aceita como entrada matrizes
- Para contornar isso, podemos "empacotar" (*unroll*) e "desempacotar" os parâmetros em em vetor

EMPACOTANDO OS PARÂMETROS

```
def flattenParams(thetas):
    flattened = np.concatenate([theta.flatten() for theta in thetas])
    shapes = [theta.shape for theta in thetas]
    return (flattened,shapes)

def reshapeParams(flattened_array,shapes):
    begin = 0
    thetas = []
    for shape in shapes:
        end = begin+np.prod(shape)
        thetas.append(flattened_array[begin:end].reshape(shape))
        begin = end

    return np.array(thetas)
```

COLOCANDO TUDO JUNTO

```
import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
from sklearn.preprocessing import OneHotEncoder

def train(X,y,shapes, alpha=0.01,regularize=True,maxiter=1000):
    Y=OneHotEncoder().fit_transform(y).toarray()
    initial_theta = randomParams(shapes)
    res = minimize(cost_gradient_step, initial_theta,
    args=(shapes,X,Y,alpha,regularize),
    jac=True,method='L-BFGS-B',options={'maxiter': maxiter})
    return(reshapeParams(res['x'],shapes))

shapes = np.array([(25, 401), (10, 26)])
thetas = train(data['X'],data['y'],shapes)
```

INICIALIZAÇÃO E CUSTO

```
def cost(h,Y,thetas,alpha=0,regularize=True):
    m = len(Y)
    J = np.sum(np.multiply(-Y, np.log(h.T))
        - np.multiply((1 - Y), np.log(1 - h.T)))/m
    if regularize:
        J += (float(alpha) /
              (2 * m)) * (np.sum([np.sum(np.power(t[:,1:],2))
                                  for t in thetas]))

    return J

def randomParams(shapes,epsilon_init=0.12):
    size = sum([np.prod(shape) for shape in shapes])
    return np.random.random(size=size)*2*epsilon_init-epsilon_init
```

ALTERANDO PROPAGATEFORWARD

- Retornamos também os valores de a^l para usar no backpropagation

```
def propagateForward(a0,thetas):

    a = a0
    a_values = []

    for theta in thetas:
        a = np.insert(a,0,1,axis=0) #Add the bias unit
        a_values.append(a)
        z = theta.dot(a)
        a = expit(z)
    return(a_values,a)
```

BACKPROPAGATION

```
def propagateBackward(as_values,h, thetas, Y, alpha=0, regularize=True):
    L = len(as_values)
    m = len(Y)
    delta = h.T-Y
    deltas = [np.dot(delta.T,as_values[L-1].T)/m]
    for i in reversed(range(1,L)):
        g_z = np.multiply(as_values[i],(1-as_values[i]))
        delta = np.multiply(np.dot(thetas[i].T,delta.T),g_z)
        deltas.append((np.dot(delta,as_values[i-1].T)[1:,])/m)


    deltas = list(reversed(deltas))

    if regularize:
        for i in range(L):
            # não regulariza a0
            deltas[i][:, 1:] = deltas[i][:, 1:] +
            ((thetas[i][:, 1:] * alpha) / m)

    return(deltas)
```

CALCULA UMA PASSADA NOS DADOS

```
def cost_gradient_step(params,shapes,X,Y,alpha=0,regularize=True):
    thetas = reshapeParams(params,shapes)
    as_values, h = propagateForward(X.T,thetas)
    c = cost(h,Y,thetas,alpha,regularize)
    D = propagateBackward(as_values,h,thetas,Y,alpha,regularize)
    D,_ = flattenParams(D)
    return c, D
```

FUNÇÃO DE CUSTO

- Diferentemente da regressão logística (e linear), a função de custo não é convexo
- Isso significa que podemos ter mínimos locais
- Temos que testar várias topologias, parâmetro de regularização, iniciazações diferentes (rodar várias vezes)